

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР
ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВУЗОВ
ОДЕССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ Н. В. СТАЛИНА

ТРУДЫ ИНСТИТУТА

ТОМ VI.

Одесское областное издательство
1954

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Канд. техн. наук, доцент Платонов П. Н.
(отв. редактор), канд. техн. наук, доцент
Дзядьзю А. М., доктор технич. наук, профес-
сор Гиршон В. Я., доктор биологич. наук, про-
фессор Роменский Н. В., доктор биологич. на-
ук, профессор Ленарский И. И., канд. историч.
наук, доцент Египко А. П., канд. технич. на-
ук, доцент Белецкий В. Я., канд. технич. на-
ук, доцент Демидов П. Г., канд. технич. наук
доцент Панченко А. В.

Кандидат технических наук Н. Я. КЕСТЕЛЬМАН,
кандидат технических наук доцент А. М. РУССО

**ИССЛЕДОВАНИЕ КАЧЕСТВА МЕТАЛЛА
ДРОБИЛЬНО-РОЗМАЛЫВАЮЩИХ КАТКОВ
ВАЛЬЦОВЫХ СТАНКОВ МУКОМОЛЬНЫХ МЕЛЬНИЦ**

Вальцовые станки на мукомольных мельницах являются ос-
новным оборудованием, определяющим ход, эффективность и
экономичность технологического процесса.

Основным рабочим органом современных вальцовых стан-
ков являются чугунные катки кокильной отливки. Эффектив-
ность работы катковой пары определяется, при всех прочих
одинаковых условиях, качеством металла.

Чугунные катки с отбеленным слоем поставляются мельни-
цам согласно временным техническим условиям (ВТУ) 1947 г.
Исследованию качества мукомольных катков до настоящего
времени недостаточно уделено внимания, поэтому нами было
проведено обследование катков Лутугинского завода в отно-
шении их структуры и распределения твердости.

Химический состав чугуна определялся в заводской лабо-
ратории, а повторные анализы были проведены в Одесском
институте инженеров морского флота. Для химического ана-
лиза чугуна была взята стружка на половине глубины отбе-
ленного слоя из специально вырезанных дисков. Сверление
производилось на вертикально-сверлильном станке победито-
вым перовым сверлом с углом заточки — 120°, при скорости ре-
зания равной 5,6 м/мин и подаче — 0,05 мм/об.

Металлографическое исследование проведено на вертикаль-
ном металлографическом микроскопе типа МИМ-6 (выпуск
1950 года).

Поверхность образцов перед определением твердости шли-
фовалась на плоскошлифовальном станке при обильном охлаж-

дении мыльным раствором. Качество поверхности образцов соответствовало 7 классу чистоты ($\nabla\nabla\nabla 7$ в ГОСТ 2789-45). Определение класса чистоты производилось на двойном микроскопе акад. В. П. Линника МИС-11, при фокусном расстоянии 8,16 миллиметра.

Приборами для определения твердости поверхности катка служили склероскоп Шора и прибор Роквелла, предварительно проверенные по эталону. Микротвердость определялась на приборе ПМТ-3 конструкции института машиноведения Академии наук СССР.

Для определения твердости и взятия проб для металлографического исследования вальцовый каток был разрезан на 4 части. Из каждой части, находящейся на различном горизонте по высоте вертикально отливаемого катка, были вырезаны диски толщиной в 25 мм и диаметром, равным диаметру бочки. Вырезка производилась на вальцетокарном станке при 6 об/мин и подаче равной 2 мм/об. Для наблюдения одинаковых условий взятия проб все 4 диска были предварительно размечены электровибратором с отметками радиального расположения отбеленного слоя. Вырезка проб из дисков производилась тонким карборундовым кругом. Для предотвращения местного нагрева образцов применялось охлаждение эмульсией. Нагрев не превышал 50°C. Определение твердости производилось через каждые 50 мм длины в 6 точках по окружности.

Для выполнения поставленной задачи в 1949 году на Лутугинском чугунолитейном заводе были отлиты 5 партий катков. Плавка производилась в шахтной вагранке с передним горном. Отливка расплавленного чугуна температурой 1200°C производилась в подогретые (до $T = 100^\circ\text{C}$) сборные чугунные кокили.

Стремясь к получению катков с химическим составом, соответствующим действующим временным техническим условиям 1947 года, были составлены 2 шихты аналитическим методом и методом подбора. Состав одной из шихт приведен в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что основным компонентом являлся литейный чугун завода им. С. М. Кирова в г. Серове и Ворошиловского завода. Феррофосфор был поставлен Нижнесергиевским заводом.

В качестве раскислителя после выпуска чугуна из вагранки применялся ферросилиций Уральского завода (г. Челябинск) с содержанием кремния 95%, который прибавлялся в ковш перед разливкой.

Сталь, входящая в состав шихты, соответствовала марке СТ-5.

Топливом служил кокс, химический состав которого приведен в таблице 2.

Состав шихты

Таблица 1

Наименование компонентов	Вес компонентов шихты (в кг)	Содержание элементов (в %)					
		C	Si	Mn	P	S	Cr
Чугун литейный	800	3,9	0,69	0,98	0,16	0,02	0,03
" "	204	3,8	0,86	0,51	0,17	0,02	0,03
" "	80	4,0	2,57	1,0	0,12	0,065	—
Лом вальцовый (голова)	126	3,5	0,6	0,4	0,4	0,18	—
Скрап каменный	100	3,57	0,6	0,4	0,4	0,16	—
Сталь	270	0,34	0,22	0,5	0,05	0,03	—
Феррофосфор	26	—	0,34	1,8	16,2	0,05	—
Итого	1600	—	—	—	—	—	—

Таблица 2

Наименование кокса	С о с т а в (в %)					
	угле-род	влаги	зола	сера	азот	водо-род
Донецкий	79,4	7	10,7	0,8	1,1	0,6

В результате отливки были получены катки с химическим составом, указанным в таблице 3.

Химический состав вальцовых катков

Таблица 3

Заводской номер катка	Содержание элементов (в %)					Примечание
	C	Si	Mn	P	S	
60891	3,53	0,51	0,43	0,37	0,16	Шихта № 1
60895	3,57	0,51	0,34	0,35	0,12	
60894	3,65	0,39	0,36	0,34	0,14	Шихта № 2
60893	3,41	0,70	0,30	0,38	0,22	
60890	3,52	0,53	0,36	0,34	0,18	Химический состав согласно временным техн. условиям от 12.V-47
—	2,8 + 4,0	по пробе	0,3 ÷ 0,6	до 0,5	до 0,12	

Как видно из таблицы 3, непопадание в анализ наблюдается только у серы.

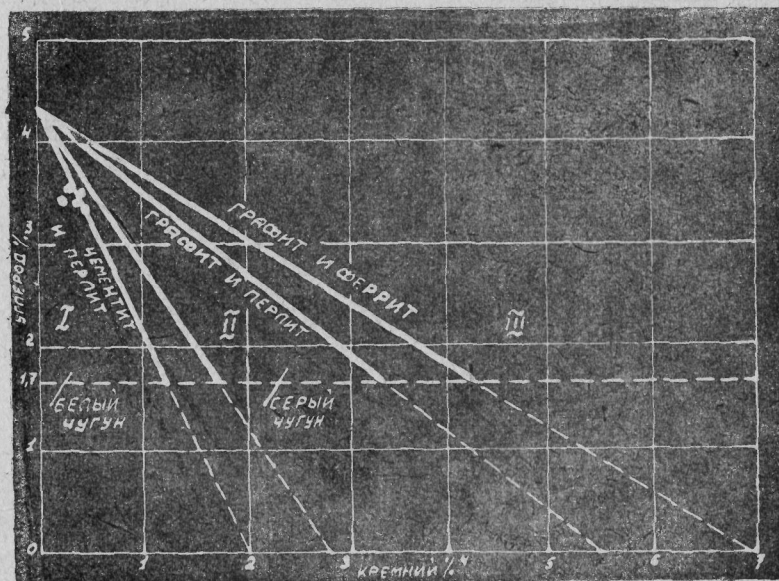


Рис. 1.

На рис. 1 показано расположение исследуемых чугунов на структурной диаграмме чугуна, из которой ясно, что подавляющее большинство анализов попало в зону белых чугунов. Только один анализ катка № 60849 попал в переходную зону полубелых чугунов.

МЕТАЛЛОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДОПЫТНЫХ КАТКОВ

Образцы для исследования были получены при разрезании диска в диаметральной плоскости вдоль оси катка.

Для выявления характеристики структуры сплошного отбела был произведен излом диска в радиальном направлении. При помощи лупы не трудно было заметить столбчатость структуры, причем столбчатые кристаллы в большинстве расположены по направлению теплового потока, т. е. в радиальном направлении.

Исследование структуры дисков производилось на всю глубину диска по радиусу. Для фотографирования выбирались участки, наиболее характерные для слоя сплошного отбела.

На рис. 2 видны три структурных элемента: верлит, цементит и ледебурит.

По микроструктуре произведена проверка химического состава чугуна (содержание углерода), пользуясь правилом отрезков. В результате оказалось, что содержание углерода в чугуне составило 3,8%. В действительности данная структура (рис. 2) была получена из диска с химическим составом, в котором содержание углерода 3,65%, т. е. относительная погрешность определения составляет 4%.

На основании микроисследования становится очевидным, что к поверхности катка примыкают главным образом две структурных составляющих: перлит и цементит, твердость которых, как показали проведенные исследования, находится в пределах указываемых литературой.



Рис. 2.



Рис. 3.



Рис. 3а.

Из микрофотографий (рис. 3 и 3а) видно, что структуры отбеленных слоев катков отличаются друг от друга количеством

дендритов и перлита, т. е. катки, отлитые из одной плавки с одним химическим составом, дают различные структуры отбеленного слоя. Надо полагать, что на различное структурообразование в отбеленном слое чугуна влияет термический режим отливки при процессе кристаллизации.



Рис. 4.

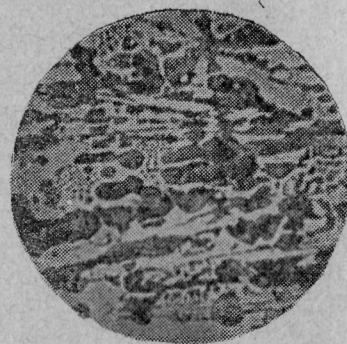


Рис. 5.

Микрофотографии (рис 4 и 5) отображают соответственно микроструктуру катка в литниковой и прибыльной части. Из этих микрофотографий видно, что в пределах одного вальцового катка наблюдается изменение микроструктуры.

Резкое отличие микроструктур в пределах одного сечения катка не обнаруживается.

На рис. 6 представлена фотография микроструктуры образца, вырезанного из диска в радиальном направлении. Из этого рисунка видно, что структурные составляющие (иглы цементита) располагаются по направлению теплового потока. Это означает, что кристаллы в поперечном сечении располагаются в радиальном направлении. Такое расположение кристаллов, с нашей точки зрения, имеет некоторые достоинства, ибо распорное усилие между катками оказывается направленным параллельно осям кристаллов и следо-



Рис. 6.

вательно их деформация осуществляется в этом направлении.

Таким образом отмеченное расположение кристаллов может благоприятно отразиться на износостойкости поверхности вальцового катка.

ТВЕРДОСТЬ ВАЛЬЦОВЫХ КАТКОВ

Поверхность катков перед определением твердости была тщательно обследована и такие возможные пороки как пленки, волосовины, раковины, трещины, впадины, выпуклости, забоины и ликвационные пятна, не были обнаружены.

Вальцовые катки прошли производственный контроль и имели клеймо ОТК завода. Некоторые результаты испытания представлены на рис. 7.

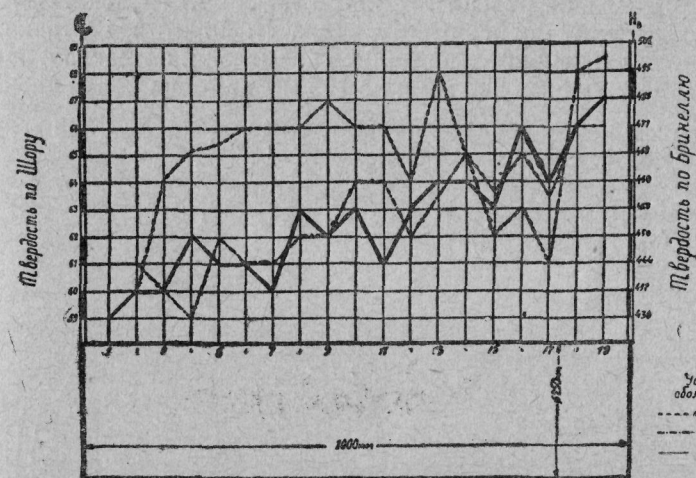


Рис. 7.

Из этих результатов видно, что твердость поверхности вальцового катка колеблется в значительных пределах. Для более точного выявления колебания твердости была измерена твердость на участке длиной 200 мм (по образующей) с определением твердости через каждые 10 миллиметров. На этом участке, где было произведено 21 определение твердости, мы наблюдаем только три повторяющиеся цифры в пределах средней твердости. Отклонение для выбранных участков составляет

+5% и -3% от средних цифр. Отклонение же твердости вдоль всего катка составляет +5% и -14% от средних цифр. Кроме того, из рис. 7 не трудно заметить, что твердость катков с литниковой стороны выше твердости прибыльной стороны. Если принять твердость катков в прибыльной части за 100%, то превышение твердости в литниковой части составляет

для катка № 1 — 13%,
 » » № 2 — 15%,
 » » № 3 — 8%.

Ряд дополнительных испытаний подтвердил эти явления, что, как нам кажется, может быть объяснено технологией отливки мельничных катков в вертикальные кокили.

Для определения твердости катка по окружности была измерена твердость по периметру катка № 60997 в 12 точках. При этом каток был предварительно размечен на 4 пояса с расстоянием между ними 250 мм и по 125 мм от торца бочки катка

По этим данным составлена диаграмма распределения твердости на поверхности катка (рис. 8).

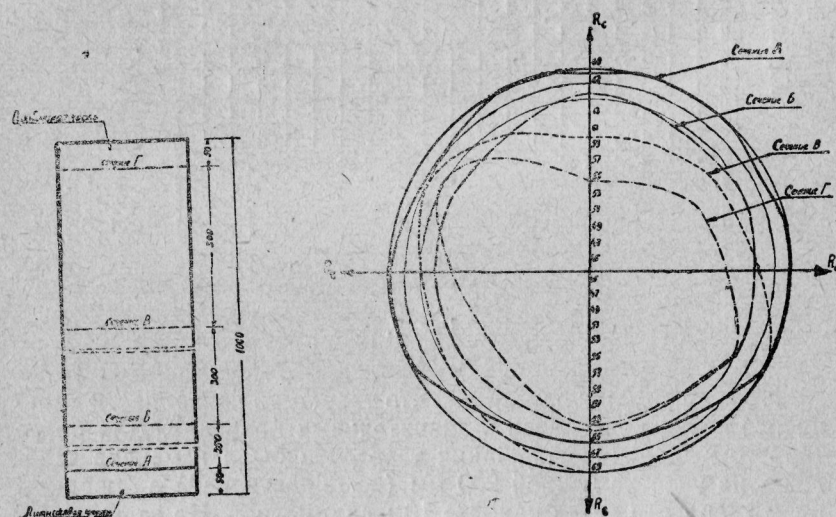


Рис. 8. Диаграмма распределения твердости по поверхности вальцового катка № 60997 в сечениях А.Б.В.Г.

На рис. 8 видно, что сечение «Г», расположенное в прибыльной части, имеет меньшую твердость по сравнению с литниковой на 14 единиц по Шору, хотя фактическая твердость не ниже предусмотренной временными техническими условиями (55 единиц).

Установлено, что межкатковый зазор изменяется как в диаметральной плоскости, так и по длине в процессе помола. Такое положение является результатом неравномерного износа рабочей поверхности, хотя часто такой характер износа объясняется неправильной установкой и эксплуатацией катков, как-то: перекосами, холостыми пробегами, неправильной установкой пружин, плохой балансировкой катков и недоброкачественным шлифованием их.

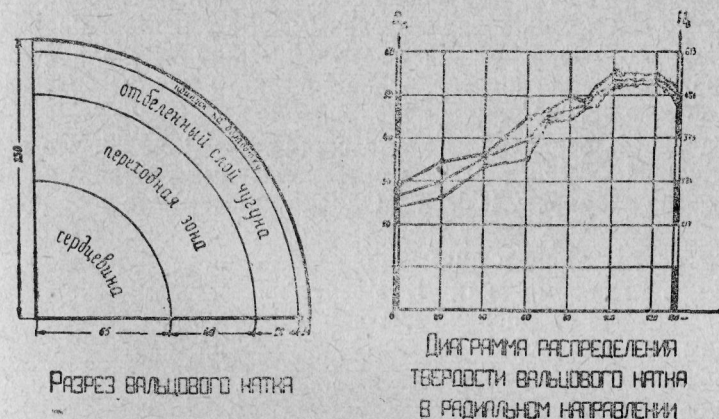


Рис. 9.

Не отрицая влияния вышеупомянутых причин, мы все же считаем, что одним из основных факторов, обуславливающих непостоянство межкаткового зазора, является неодинаковое качество различных участков рабочей поверхности вальцовых катков.

Для выявления качества всего отбеленного слоя были разрезаны 4 катка на 4 равные части, находящиеся на различном горизонте по высоте отливки. Из каждой части был отрезан диск. Диск был взят диаметром 260 мм, что соответствует внутреннему диаметру кокиля. Это было сделано для того, чтобы исследовать качество припуска, слоя чугуна, подлежащего удалению при обработке. На основании полученных данных со-

ставлен график распределения твердости диска в радиальном направлении (рис. 9).

Из диаграммы видно, что твердость, начиная с поверхности бочки, постепенно увеличивается, затем она более или менее постоянная до начала переходной зоны, после чего твердость чугуна снижается в радиальном направлении.

Рассматривая рис. 9, на котором изображено распределение твердости в радиальном направлении, мы видим, что на расстоянии $125 \div 130$ мм от центра слой, непосредственно соприкасающийся при охлаждении с кокилем, имеет твердость меньшую, чем последующие слои. Это явление может быть объяснено выгоранием углерода с поверхности отливки после образования газовой рубашки.

Определение границ между зоной сплошного отбела и переходной оказалось затруднительным, ибо у некоторых катков граница четко не выражена. Границей между переходной зоной и зоной серого чугуна сердцевины принято начало сплошного слоя серого чугуна.

Твердость сердцевин катка составляет $R_c = 28$, что соответствует $H_{ш} = 38$. Временными техническими условиями предусмотрена твердость $H_{ш} \leq 40$. Однако каток имеет сердцевину, удовлетворяющую этому требованию всего лишь в диаметре 20 мм, в то время как ВТУ предусмотрена сердцевина диаметром не менее 110 миллиметров.



Рис. 10.

СХЕМА
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТВЕРДОСТИ ПО
РАДИУСУ ОТБЕЛЕННОГО СЛОЯ КАТКА
В СЕЧЕНИЯХ 123.

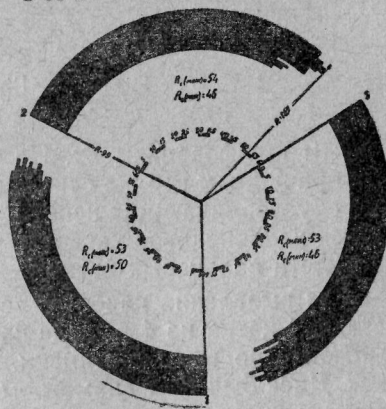


Рис. 11.

Нам кажется, что этот недостаток не существенный, ибо, по данным практики случаи поломки вальцовых катков весьма редки.

На рис. 10 представлена фотография микроструктуры сердцевин катка диаметром 100 мм, имеющей повышенную твердость.

На фотографии отчетливо видны отдельные участки цемента в основной массе мелкопластинчатого перлита.

Для получения обоснованного представления о колебаниях твердости поверхности катка по мере уменьшения диаметра (что наблюдается при их эксплуатации) нами были разрезаны дополнительно 3 катка, из которых вырезаны диски в четырех сечениях для исследования. Твердость дисков определялась по радиусу в трех направлениях под углом 120° .

На участке длиной 24 мм в радиальном направлении от поверхности диска производилось от 12 до 16 отпечатков, т. е. расстояние между центрами отпечатков было $2 \div 2,4$ мм. Результаты измерений твердости представлены на рис. 11.

ВЫВОДЫ

1. Вальцовые катки, отлитые из одного расплава определенной шихты, хотя имеют одинаковую микроструктуру, но имеют не одинаковую твердость ввиду различного соотношения структурных составляющих.

2. Средняя глубина отбеленного слоя хотя по величине и соответствует ВТУ, однако наблюдается колебание между литниковой и прибыльной частями бочки порядка $\sim 20\%$.

3. Характер изменения твердости в рабочем слое таков: твердость имеет минимальное значение на поверхности катка с номинальным диаметром в 250 мм, затем до определенного предела она возрастает, после чего твердость начинает уменьшаться в радиальном направлении.

4. Твердость поверхности бочки вальцового катка непостоянна по длине и поперечному сечению, однако, как правило, твердость рабочего слоя вальцового катка в литниковой части выше, чем в прибыльной.

5. Необходимо ввести дополнительную маркировку на торцах катков, указывающую на литниковую и прибыльную части катка. Это представит возможность установить на вальцовом станке пару совместно работающих катков так, чтобы сечения

прибыльной части одного катка и литниковой — другого были расположены в одной плоскости. Последнее создаст условия для поддержания постоянства величины зазора между катками по всей длине во время работы вальцового станка.

6. Ввиду неравномерности распределения твердости в рабочем слое возникает задача разработки способа обеспечения примерного постоянства твердости рабочей поверхности катка.

Кандидат технических наук доцент А. В. ПАНЧЕНКО,
кандидат технических наук Г. Д. ГАЛЬПЕРИН

О ЦИРКУЛЯЦИИ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ МОЩНОСТИ В ЗВЕНЬЯХ МЕХАНИЗМА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ¹

В статье рассматриваются опытные данные о циркуляции и распределении мощности в механизме с параллельными передачами: жесткой и фрикционной, без отбора и с отбором мощности от этого механизма.

Вопрос о циркуляции мощности в таком механизме аналитически рассмотрен академиком Е. А. Чудаковым²; нами же рассмотрены лишь частные случаи, в которых передаточные отношения обеих передач могут практически считаться одинаковыми. Полученные при этом результаты, как нам представляется, могут быть распространены на работу прокатных ста-

¹ Следует оговориться, что под термином «распределение мощности» мы будем понимать такое явление, при котором подводимая к механизму мощность $N_{\text{под}}$ будет так распределяться между звеньями его, что

$$N_{\text{под}} = N_1 + N_2 + \dots + N_n.$$

При этом каждая из величин $N_1, N_2, \dots, N_n$ будет численно меньшей, чем подводимая мощность.

Термином же «циркуляция мощности» будет определяться такое явление в механизме, при котором $N_{\text{под}} \neq N_1 + N_2 + \dots + N_n$. При этом могут иметь место случаи, когда отдельные звенья механизма будут передавать мощности значительно превышающие подводимую.

Такие явления могут иметь место в механизмах с замыкающей кинематической цепью, к которым относится рассматриваемый в данном случае механизм.

² Е. А. Чудаков, Циркуляция мощности в системе бездифференциальной тележки с жесткими колесами, 1947 год.

нов и различных вальцов, применяемых в силикатной, шоколадной, кожевенной, крупяной, мукомольной и других отраслях промышленности, а также на работу параллельных передач, например на работу многорядных передач гибкой связью (клиноременных, канатных и др.).

На рис. 1 представлен общий вид установки, на которой были произведены описываемые ниже экспериментальные ис-

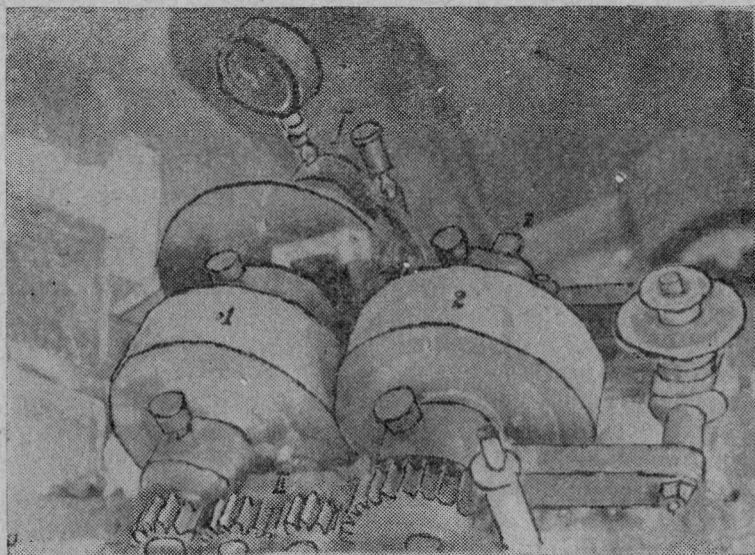


Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки для исследования циркуляции и распределения мощности в двух параллельных передачах (фрикционные катки 1—2 и зубчатая междукатковая передача II).

следования. Подводимая к механизму мощность измерялась механическим крутильным динамометром I, посаженным на вал 1 ведущего катка.

Мощность, передаваемая жесткой междукатковой передачей ($N_{мп}$), измерялась зубчатым динамометром II, встроенным в эту передачу.

Отбираемая от механизма мощность измерялась посредством колодочного тормозного динамометра, посаженного на вал 2; рычаг тормоза опирался на платформу циферблатных весов.

Непосредственный контакт катков 1 и 2 фрикционной пере-

дачи исключался наличием междукаткового зазора (δ), в который равномерно подавались продукты размола зерна.

Таким образом, шероховатость поверхности катков в течение одного опыта практически не изменялась.

О ЦИРКУЛЯЦИИ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ МОЩНОСТИ В ЗВЕНЬЯХ ФРИКЦИОННЫХ КАТКОВ

На рис. 2 представлены схемы циркуляции и распределения мощности во фрикционных катках без отбора мощности от вала 2, в зависимости от скольжения катков, т. е. величины

$$i = \frac{v_1}{v_2},$$

где v_1 и v_2 — окружные скорости поверхностей катков 1 и 2.

Величина скольжения катков определяется передаточными отношениями зубчатой и фрикционной передач ($i_{зп}$ и $i_{фп}$). В настоящем исследовании было принято $i_{зп} = 1$, тогда $i = i_{фп}$ и определяется фактическими диаметрами фрикционных катков.

В исходном опыте (рис. 2), при скольжении катков точно равном единице (по крайней мере, с точностью до четвертого знака) циркуляции мощности в механизме с параллельными передачами не наблюдается, а имеет место распределение мощности примерно поровну между параллельными передачами, т. е.

$$N_{мп} \approx N_{фп} \approx 0,5N_{под},$$

где $N_{фп}$ — мощность, отдаваемая с поверхности катка 1 фрикционной передачи.

Понятно, что в производственных условиях такая степень точности в диаметрах катков не имеет места и поэтому передаточное отношение фрикционной передачи всегда отлично от единицы, вследствие чего такое распределение мощности не должно наблюдаться в практике.

Действительно, наши опыты показали, что достаточно изменить соотношение диаметров катков всего лишь на несколько тысячных долей единицы, чтобы возникло явление неравномерного распределения мощности между параллельными передачами или даже циркуляции мощности в катковой паре. Так, например, при незначительном изменении размеров диаметров катков, когда их соотношение составило:

$$i_{фп} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{224}{222} = 1,01,$$

возникло ярко выраженное явление циркуляции мощности (см. рис. 2 для скольжения катков большего единицы). В этих условиях зубчатая передача не только не подводит мощности к катку 2, увлекаемому катком 1 во вращение, а наоборот, тормозит каток 2, обуславливая равенство чисел оборотов катков и неравенство их окружных скоростей; направление передачи мощности зубчатой парой изменяется при этом на обратное по сравнению со схемой для скольжения катков, равного единице.

$i = \frac{V_1}{V_2} > 1$			
Условия опыта			
1	$i_{12} = 1$	5	$H_s = 830 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
2	$i_{12} = 1,01$	6	$H_{св} = 10 \mu$
3	$V_1 = 4,9 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	7	$q_s = 5,61 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
4	$\delta = 0,05 \text{ мм}$		

$i = \frac{V_1}{V_2} = 1$			
Условия опыта			
1	$i_{12} = 1$	5	$H_s = 470 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
2	$i_{12} = 1$	6	$H_{св} = 5,4 \mu$
3	$V_1 = 6 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	7	$q_s = 6,25 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
4	$\delta = 0,04 \text{ мм}$		

$i = \frac{V_1}{V_2} < 1$			
Условия опыта			
1	$i_{12} = 1$	5	$H_s = 470 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
2	$i_{12} = 0,997$	6	$H_{св} = 5,4 \mu$
3	$V_1 = 6 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$	7	$q_s = 6,25 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$
4	$\delta = 0,04 \text{ мм}$		

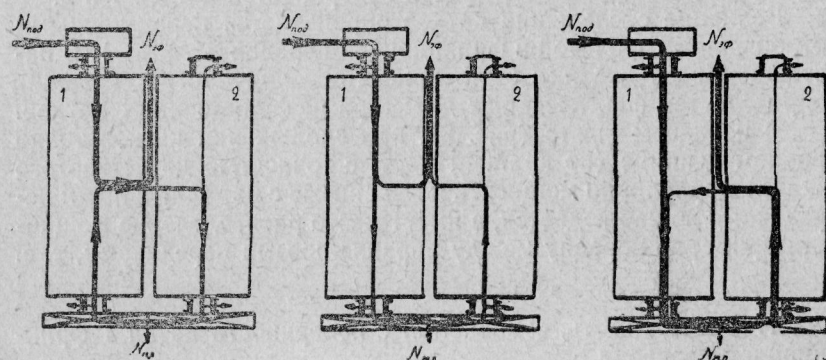


Рис. 2. Схемы циркуляции и распределения мощности в механизме с параллельными передачами (жесткой и фрикционной) без отбора мощности от вала 2.

Величина циркулирующей мощности для этих условий опыта, описанных на рис. 2 (для скольжения катков большего единицы) составляет:

$$N_{\text{ци}} = 0,37 N_{\text{под.}}$$

Условия опыта, кроме описанных уже обозначений, включают:

а) характеристику рабочих органов, т. е. твердость поверхностей катков по Бринеллю (H_s) и величину средней квадратичной неровности поверхности ($H_{св}$);

б) величину весовой подачи продуктов размола зерна в час на 1 см длины катков (q_s).

Экспериментальные исследования показали, что с увеличением скольжения катков до значения 1,10–1,15 абсолютная величина циркулирующей мощности резко возрастает до некоторого максимума, после чего с дальнейшим увеличением скольжения катков плавно снижается; в соответствии с этим изменяется и мощность, передаваемая фрикционной передачей ($N_{\text{фп}}$) от катка 1 катку 2. Так, например, при описанных выше условиях с повышением скольжения катков до 1,10, величина мощности фрикционной передачи достигает максимума превышающего в 2,62 раза подводимую мощность. При тех же условиях опыта, но при более твердых катках (до $470 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$), по

Бринеллю, мощность фрикционной передачи в 3,6 раза превышала подводимую и зубчатые колеса загружались мощностью $N_{\text{мп}} \approx 2,6 N_{\text{под.}}$

Опыт показывает также, что достаточно скольжение катков уменьшить на тысячные доли против единицы, чтобы вызвать возникновение обратного по направлению замкнутого контура циркулирующей мощности, как это изображено на рис. 2 (для скольжения катков меньшего единицы); при такого рода циркуляции, возникающей при $V_1 < V_2$, зубчатая передача всегда загружена мощностью большей, чем подводится к механизму, т. е. $N_{\text{мп}} > N_{\text{под.}}$

Принятые в этом случае катки несколько разнились по диаметрам: $D_1 = 223,3 \text{ мм}$ и $D_2 = 223,8 \text{ мм}$; таким образом

$$i = \frac{223,3}{223,8} = 0,997.$$

Зубчатая передача при принятых условиях опыта была загружена мощностью $N_{\text{мп}} = 1,2 N_{\text{под.}}$

Именно явлениями циркуляции мощности либо неравномерного распределения ее между звеньями механизма с параллельными передачами объясняется то обстоятельство, что зубчатые межкатковые или межвальцовые передачи различных машин, имеющих валцы в качестве основных рабочих органов, рассчитываются при скольжении катков равном единице на мощность равную не половине подводимой, а на всю подводимую к машине мощность и даже, иногда, на несколько большую. Такого рода расчет обычно не имеет аналитических или научно-экспериментальных оснований и вызван практическими соображениями.

ями, возникавшими в процессе повышенного износа или поломки зубчатых колес.

Так, например, в производстве искусственной кожи для разглаживания поверхности, тиснения и других целей применяют каландры, представляющие собой многокатковые вальцовые станки. Каландр приводится в движение при помощи приводной пары зубчатых колес, а катки его связаны между собой передаточными зубчатыми колесами, которые и при скольжении катков равном единице рассчитываются на полную подводимую мощность. Модуль передаточных зубчатых колес применяют даже больший, чем для приводной пары, что, вероятно, лишь частично связано с необходимостью регулирования межкаткового зазора.

Так, проф. М. М. Майзель, И. М. Барсков и др.¹ отмечают: «На крупных машинах шевронные зубчатые колеса обязательно стальные (литые или кованные), с фрезерованными зубьями. Модуль их для приводной пары обычно 11 ÷ 12 и для передаточных колес 18 и даже больше» (стр. 191).

Если применяемая катковая пара имеет относительно большой межкатковый зазор и служит для обработки пластического материала, то различие в окружных скоростях катков не столь интенсивно влияет на распределение мощности в катковой паре.

Так, например, в прокатных станах при обработке сортового металла часто ведется прокатка с верхним или нижним давлением. Окружные скорости катков при этом неодинаковы и подводимый извне крутящий момент ($M_{кр}$) по свидетельству проф. А. И. Целикова², распределяется в шестеренной клети так, что:

$$M_1 = (0,6 \div 0,8) M_{пол},$$

а $M_2 = (0,2 \div 0,4) M_{пол}$, где M_1 и M_2 — крутящие моменты, соответственно, катков 1 и 2.

Однако при работе холоднопрокатных и тонколистовых станков с неодинаковыми диаметрами катков следует ожидать образования замкнутого контура циркулирующей мощности.

Таким образом, для катков, работающих в условиях скольжения равного единице межкатковая передача будет загружена мощностью примерно равной по величине половине

¹ М. М. Майзель, И. М. Барсков и др. «Машины и аппараты производства искусственной кожи», Гизлегпром, 1949 г.

² А. И. Целиков, Прокатные станы, Металлургиздат, 1946 г.

подводимой; однако при ремонтах, связанных с износом и обработкой поверхностей катков нельзя пренебрегать различием в диаметрах их, даже если оно составляет десятые доли миллиметра и вызывает отклонения в соотношении окружных скоростей катков даже на тысячные доли единицы.

О ВОЗМОЖНОСТИ ЦИРКУЛЯЦИИ МОЩНОСТИ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧАХ

На описанной выше экспериментальной установке были также проведены исследования распределения и циркуляции мощности в параллельных передачах, т. е. при отборе мощности от вала 2. Условия опытов и результаты испытания представлены на рис. 3, из рассмотрения которого следует, что обе параллельные передачи загружаются одинаково лишь в условиях точного равенства единице их передаточных отношений.

При скольжении большем единицы и условиях опыта, описанных на рис. 3, величина циркулирующей мощности составляла $N_{цир} = 0,4 N_{пол}$; при этом зубчатая передача не только не несла полезной нагрузки, но дополнительно загружала параллельную ей фрикционную передачу, передававшую мощность $N_{фр} = 1,4 N_{пол}$.

Достаточно отличия от единицы передаточного отношения фрикционной передачи на несколько тысячных долей единицы, чтобы режим параллельной передачи полностью нарушился. Так, например, для скольжения меньшего единицы вся подводимая мощность передается одной из передач, в данном случае зубчатой, а вторая, вызывая явление циркуляции мощности, лишь дополнительно нагружает первую передачу.

В условиях опыта, описанных на рис. 3 (для скольжения катков меньшего единицы) зубчатая передача передавала мощность $N_{цир} = 1,25 N_{пол}$.

Аналогичное явление происходит и в параллельных передачах гибкой связью.

При расчете многорядных клиноременных, канатных и др. передач гибкой связью обычно исходят из тяговой способности одного ремня. Количество же ремней подбирается пропорционально передаваемой мощности. При этом молчаливо (но практически неправильно), предполагается, что передаваемая мощность равномерно распределяется между отдельными ремнями.

Такое общепринятое положение представляется нам практически невыполнимым из-за трудности точного изготовления

и монтажа элементов передачи. Если, например, возможно сравнительно точно обработать шкивы клиноременных передач, то трудно добиться этого от клиновых ремней, выполненных из легко деформируемых, не жестких материалов.

Индивидуальный клиноременный привод различных станков зачастую осуществляется от электродвигателя, установленного на салазках. При регулировке натяжения ремней такой передачи в производственных условиях возможен некоторый перекос осей.

$i = \frac{z_2}{z_1} > 1$			
Условия опыта			
1 $z_{1,0} = 1$	5 $N_0 = 230 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$	1 $z_{1,0} = 1$	5 $N_0 = 470 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$
2 $z_{2,0} = 101$	6 $N_{0,0} = 10, \mu$	2 $z_{2,0} = 1$	6 $N_{0,0} = 54, \mu$
3 $\psi_1 = 4,9 \%$	7 $q_0 = 5,61 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$	3 $\psi_1 = 6 \%$	7 $q_0 = 4,42 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}$
4 $b = 0,05 \text{ мм}$		4 $b = 0,04 \text{ мм}$	

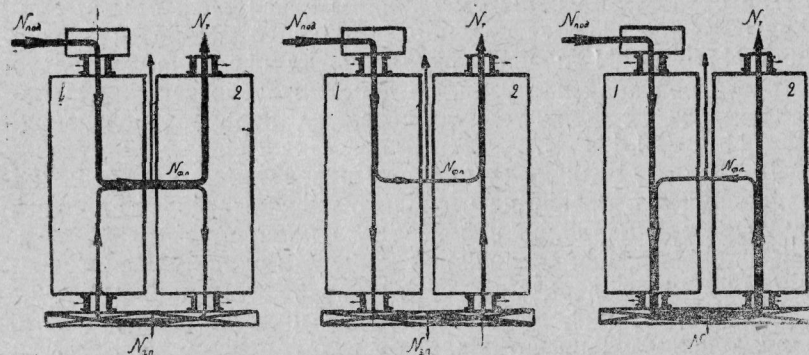


Рис. 3 Схемы циркуляции и распределения мощности в механизме с параллельными передачами (жесткой и фрикционной) при отборе мощности (N_1) от вала 2.

Перекос осей передачи, равно как и неодинаковые размеры отдельных ремней, должны вызвать и неодинаковые передаточные отношения параллельно-работающих ремней.

Это может относиться к тем передачам, передаточное отношение которых не равно единице, так как при этом дуги охвата на ведущем и ведомом шкивах будут неодинаковыми.

Естественно, что в этих условиях более натянутые ремни параллельной передачи будут глубже заклиниваться особенно на том шкиве, дуга охвата которого будет меньшей и при небольшом перекосе осей передаточное отношение отдельных

ремней будет несколько разниться; следовательно, часть ремней будет передавать всю мощность, а другая часть (имеющая меньшую скорость) будет тормозить ведомый шкив, добавочно загружая ремни, передающие полезную нагрузку.

Еще большее влияние, чем перекос осей, может оказывать неравенство длины отдельных клиновых ремней, так как допускаемые отклонения по длине ремней составляют $\pm 0,75\%$ и $\pm 1,2\%$, то допустимая разница в длине отдельных ремней может доходить до 2% , что для наибольшей длины сечения А составляет до 80 мм , а для сечения В — до 180 мм .

Подбор комплекта ремней с разницей в длине, не превышающей $0,25\%$, практически почти не осуществим по двум причинам: во-первых, для этого необходимо иметь в запасе весьма большое количество ремней; во-вторых, этому мешает отсутствие на предприятиях прибора для точного измерения длины клиновых ремней.

Непостоянство передаточного числа для отдельных ремней комплекта клиноременной или канатной передачи вызывает явление циркуляции мощности или неравномерного распределения ее, ведущее к повышенному износу и скольжению ремней.

Такие случаи наблюдаются в практике. Так, например, на заводе № 18 Одесского треста «Главмука» высоконапорный вентилятор приводится во вращение от электродвигателя мощностью в 22 кВт пятью клиновыми ремнями типа В. Число оборотов вентилятора при этом было ниже расчетного по диаметрам шкивов и составляло 1450 об/мин . Замечено было, что один из ремней комплекта передачи изнашивался значительно быстрее остальных, но когда он совсем вышел из строя, т. е. разорвался, то нагрузка на остальные четыре ремня не только не увеличилась, а уменьшилась и число оборотов вентилятора возросло до 1550 в минуту за счет уменьшения скольжения ремней.

Приведенные выше данные указывают на желательность замены многорядных передач гибкой связью однорядными, а также подчеркивают необходимость точного изготовления и монтажа параллельных передач, при тщательном подборе комплекта ремней по длине их.

Для этой цели можно рекомендовать несложный прибор (рис. 4), могущий легко быть изготовленным в мастерских любого предприятия и позволяющий быстро и точно производить измерения межцентрового расстояния клиновых ремней при любом постоянном натяжении их.

На рис. 4 представлена схема прибора для комплектования

клиновых ремней. Клиновый ремень одевается на клиновые шкивы 1 и 2, один из которых, а именно 2, закреплен подвижно и натягивается гирей 3 через блок 4. Вращая рукоятку 5 можно

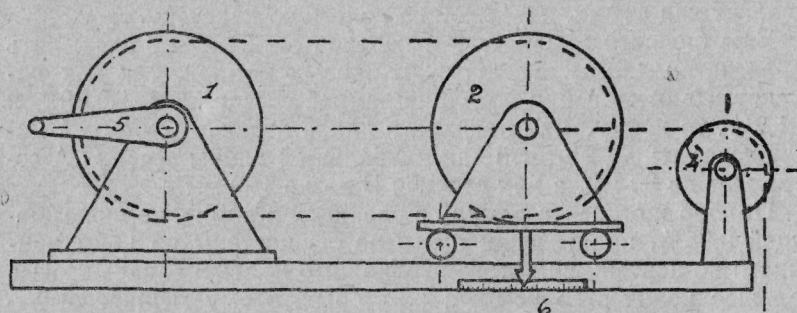


Рис. 4.

добиться правильного положения ремня в клиновых канавках шкива. Расстояние между центрами шкивов можно отмечать по шкале 6.

ВЫВОДЫ

1. При расчете механизма катковой пары с двумя параллельными передачами, без отбора мощности от вала 2 (рис. 2) и работающего в условиях

$$i = \frac{v_1}{v_2} \approx 1,$$

следует учитывать практически наиболее вероятную возможность неравномерного распределения мощности или даже явления циркуляции мощности. При эксплуатации таких машин, как например, плющильные вальцовые станки, тонколистовые и холоднопрокатные станы, каландры и др., во избежание перегрузки межкатковой передачи, необходимо следить, чтобы передаточное отношение фрикционной передачи было всегда точно равным передаточному отношению зубчатой передачи, что требует постановки контроля над диаметрами парноработающих катков.

2. Следует учесть, что при скольжении катков, равном 1,10 циркулирующая мощность может значительно превышать подводимую. Так, например, в условиях работы мельничного валь-

цового станка с ненарезными катками была зафиксирована мощность, циркулирующая через зубчатую передачу и превышающая по величине подводимую мощность в 2,6 раза, т. е.

$$N_{мп} = 2,6N_{под.}$$

3. В неточно выполненных или плохо смонтированных многорядных клиноременных и канатных передачах, а также при некотором неравенстве размеров отдельных ремней комплекта, следует ожидать неравномерного распределения мощности между отдельными ремнями или даже явления циркуляции мощности.

Следовательно, отдельные ремни такой многорядной передачи должны будут передавать значительно большую мощность, чем это было предусмотрено расчетом.

4. Срок службы клиновых ремней многорядных передач возможно значительно повысить постановкой точного контроля длины ремней, подбираемых для совместной работы в комплекте. Контроль этот легко осуществим при помощи несложного прибора, схема которого представлена на рис. 4.

Доцент Н. Ф. УГОЛИК, ст. преподаватель Г. С. БАВЛИ

ВОПРОСЫ ПЛАНИРОВАНИЯ И УЧЕТА ВАЛОВОЙ И ТОВАРНОЙ ПРОДУКЦИИ НА МУКОМОЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

Выпуск продукции для нужд населения и народного хозяйства является конечной целью и главной задачей промышленного предприятия. Показатели выпуска продукции являются наиболее важными и по выполнению их судят о работе предприятия.

Эти же показатели выпуска продукции при составлении техпромфинплана предприятия являются исходными, так как на них базируются все расчеты по установлению различных нормативов, регламентирующих все стороны деятельности предприятия (численность рабочих, фонды заработной платы и др.).

Эти конечные результаты деятельности предприятия находят свое обобщенное выражение в показателях валовой и товарной продукции вместе с показателями ассортимента и качества продукции.

Объемные показатели производства (валовая и товарная продукция) играют исключительно важную роль в народно-хозяйственном и заводском планировании. С помощью их можно решать многие задачи планирования и развития отраслей народного хозяйства вообще и отдельных предприятий, в частности, они служат средством анализа производственно-хозяйственной деятельности предприятия и т. д.

Вот почему расчету и практике планирования этих показателей следует уделять серьезное внимание. Здесь недопустимы ни просчеты, ни различное толкование состава этих показателей.

Как известно, на мукомольно-крупяных предприятиях, вследствие краткости производственного цикла и систематически проводимых зачисток от недоброкачественного зерна, отсутствует незавершенное производство, а также полуфабрикаты, подлежащие переработке на данном предприятии. Ввиду этого, товарная продукция по объему совпадает с валовой. Состав товарной продукции, как и валовой, совершенно четко определен в соответствующих инструкциях Министерства финансов СССР и ЦСУ.

Между тем, результаты изучения практики планирования и учета показателей валовой и товарной продукции на ряде мукомольных предприятий показали, что здесь имеются серьезные недостатки, требующие немедленного устранения.

Так, совершенно необоснованно в практике планирования выпуска продукции мукомольных предприятий в состав товарной продукции в ценностном выражении не включаются кормовые отходы, реализуемые на сторону, а из побочных продуктов включаются лишь отруби. Между тем, оба эти продукта являются побочными, возникающими при переработке зерна в муку, и исключать один из них (кормовые отходы) из учета товарной, и вместе с тем валовой, продукции нет оснований. Другое дело — не кормовые отходы. Представляя собой остатки исходного сырья — зерна, они совершенно правильно не включаются в объемные показатели производства.

Невключение кормовых остатков в состав так называемой «неосновной» продукции, приводит к несоответствию данных учета и планирования валовой и товарной продукции.

Так в годовом отчете одного из действующих комбинатов за 1953 год, в разделе «реализация продукции» (ф. 12) показаны выработанные за год 16950 центнеров кормовых отходов на сумму 34 тысячи руб. Эта сумма, однако, не вошла в объем валовой и товарной продукции. Между тем, в официальных инструкциях о порядке заполнения форм годового отчета, изданных Министерством финансов СССР и ЦСУ, и в специальных разъяснениях к ним, выпущенных Министерством заготовок, определено, что в разделе «А» (ф. 12) отражается реализуемая товарная продукция, а именно: мука, крупа, отруби и отходы, т. е. основная и побочная продукция мукомольного предприятия.

Таким образом, в плановой и учетной практике предприятий создается недопустимое несоответствие между методикой исчисления объема товарной продукции (в производственной программе) и отчетными данными по реализации этой продукции

(ф. 12), а именно, при планировании товарной продукции — кормовые отходы не учитываются, а в отчете предприятия по реализации товарной продукции они полностью отражаются (ф. 12) в натуральном и ценностном выражении.

Кормовые отходы, также как и отруби, являясь побочными продуктами мукомольного производства, полностью соответствуют содержанию понятия валовой и товарной продукции предприятия и должны включаться в объем планируемой и выпускаемой продукции в натуральном выражении и денежной оценке. Допущенная ошибка должна быть исправлена.

Эти же кормовые отходы, отпускаемые за пределы предприятия, должны калькулироваться наряду с отрубями, и их стоимость не должна вычитываться при определении стоимости сырья. При этом можно будет обосновать цену кормовых отходов, чего не делают в настоящее время.

Отсутствие необходимой четкости и строгости в планировании объемных показателей производства на предприятиях мукомольной промышленности во многих случаях также приводит к совершенно необъяснимому несоответствию между планируемым объемом продукции в натуральном выражении и тем же ее объемом, выраженном в деньгах (в оптовых ценах предприятия на 1 января 1952 г.).

Между тем, вышестоящие хозяйственные организации при планировании производственной программы отдельным предприятиям нарушают единство в планировании объема продукции в натуральном выражении и его денежной оценкой.

Приведем пример. Одному из действующих предприятий трест запланировал в натуральном выражении на 1954 год объем продукции равный 127197 тонн (мука высшего, первого и второго сортов, манная крупа и отруби).

Если перевести планируемую трестом продукцию в денежное выражение) в оптовых ценах предприятия на 1 января 1952 г.), то ее объем составит 26744 тыс. руб. Однако трест запланировал на 1954 году этому предприятию объем продукции только на сумму 26328 тыс. руб. Получилось явное несоответствие между объемом продукции в натуральном выражении и его денежной оценкой, выразившейся в 416 тыс. руб. ($26744 - 26328 = 416$ тыс. руб.), что в конечном счете привело к соответствующему уменьшению валовой продукции. Вытекающие отсюда последствия таковы: предприятие, не выполнив производственное задание в натуральном выражении из-за искусственного уменьшения задания по валовой продукции, уйдет из под контроля рублем.

Известно, что банк выплачивает предприятию зарплату в соответствии с процентом выполнения плана по валовой продукции. Поэтому, если допустить, что рассматриваемое предприятие выполнило план по валовой продукции на 100% и соответственно выпустило продукции на запланированную трестом сумму 26328 тыс. руб. (вместо правильно вычисленной суммы 26744 тыс. руб.), то в этом случае банк выплатит предприятию заработную плату в объеме 100% планового фонда зарплаты, хотя производственное задание в натуральном выражении предприятием и не будет выполнено. И, даже, если предприятие выполнит производственное задание в натуральном выражении (а, следовательно, перевыполнит его в денежной оценке), то открывается канал для незаконного перерасхода планового фонда заработной платы, что, в свою очередь, скажется на уровне себестоимости.

Неправильная практика планирования объема производства, выраженного в натуральных и денежных показателях, приводит также к искажениям в планировании такого важного народнохозяйственного показателя, каким является показатель производительности труда.

Планирование показателя производительности труда в годовом плане определяется годовой выработкой (в денежном выражении) одного списочного рабочего. Если промышленно-производственные рабочие планировались трестом для рассматриваемого предприятия в количестве 160 человек, то плановая производительность труда составит $26328000 : 160 = 164550$ руб. на человека.

Но известно, что уровень производительности труда должен соответствовать трудоемкости и объему выработанной продукции в натуральном выражении, на основе чего планируется численность промышленно-производственных рабочих.

Следовательно, производительность труда или выработка одного рабочего по рассматриваемому предприятию должна планироваться в размере $26744000 : 160 = 167150$ руб. н/чел. Как видно из приведенного примера, предприятию планировался заведомо заниженный уровень производительности труда. Такое планирование не стимулирует работников предприятия на борьбу за повышение производительности труда и дезориентирует в вопросах анализа этого показателя (соотношение между ростом производительности и ростом средней зарплаты и т. п.).

В решениях XIX съезда партии было указано на то, что хо-

зяйственные руководители и партийные организации на предприятиях должны установить такой порядок работы предприятия, при котором было бы обеспечено выполнение плана не только по объему валовой продукции, но и, обязательно, по производству всех видов продукции, в точном соответствии с государственным планом.

При планировании производственной программы должно быть обеспечено полное соответствие между объемом выпускаемой продукции в натуральном выражении и тем же объемом продукции в денежном выражении (в действующих оптовых ценах предприятия).

К сожалению, этот важный принцип планирования в системе мукомольной промышленности часто нарушается, как это было показано выше. Если к сказанному добавить, что на некоторых мукомольных предприятиях (по данным месячных статистических отчетов ф. М 1) валовая продукция не равна товарной за счет того, что стоимость капитального ремонта не включена в товарную продукцию, то станет вполне очевидным, что назрела необходимость упорядочить дело планирования и учета производственной программы на мукомольных предприятиях.

В заключение следует еще обратить внимание на довольно часто встречающиеся факты негодной практики доведения планов до предприятия. Обычно, предприятия к началу года получают утвержденную трестом годовую программу выпуска продукции, которую коллектив стремится выполнить и перевыполнить.

Многие хорошо работающие предприятия обеспечивают досрочное завершение программы, и когда эта перспектива перевыполнения плана становится реальной, то объем выпуска продукции по годовому плану вышестоящей организацией внезапно увеличивается. Так было на рассматриваемом предприятии в декабре месяце 1953 года.

За несколько дней до окончания планового периода был получен новый увеличенный вариант плана на 1953 год. Очевидно, тут имело место перераспределение производственной программы треста либо главка за счет снятия части нагрузки с отстающих предприятий.

Планирование и учет валовой и товарной продукции в мукомольной промышленности страдают рядом существенных недостатков и нуждаются в значительном улучшении и уточнении

Доктор химических наук профессор Ф. И. ТРИШИН

ХИМИЧЕСКИЙ ДРОБНЫЙ МИКРО- И ПОЛУМИКРОАНАЛИЗ

(Сообщение 1)

Настоящая работа имеет целью предложить дробный микро- и полумикроанализ ионов. Этот вопрос приобретает особую важность в связи с требованиями теххимического контроля социалистической промышленности. В этом направлении уже опубликован ряд работ советскими химиками (1—8).

Классический метод анализа с применением сероводорода имеет следующие существенные недостатки.

1. Требуется большая затрата времени на проведение анализа.
2. Связан с применением ядовитого газа — сероводорода.
3. Ионы кальция, стронция, бария трудно отделить от магния в присутствии хлористого аммония. Присутствие же хлористого аммония, необходимого для отделения магния, препятствует осаждению марганца сульфидом аммония.
4. Оптимальные условия осаждения сульфидов различны у разных ионов, что мешает их разделению при совместном присутствии, и часто приводит к ошибочным результатам.

Метод, основанный на делении катионов на пять аналитических групп весьма трудоемкий и в условиях производства почти не применяется. Поэтому разработка дробных микро- и полумикроанализов с применением доступных реактивов является нужным как для научно-учебных целей, так и для химико-аналитического контроля любого производства.

Общее желание химиков-аналитиков состоит в том, чтобы определить каждый ион в присутствии других — это дало бы

большую экономию во времени и отвечало бы требованиям промышленности. Отсюда и возникает новое направление в аналитической химии, имеющее целью найти методы качественного обнаружения и количественного определения ионов без предварительного разделения их на группы.

Способы, при помощи которых можно достигнуть решения данного вопроса, многочисленны и разнообразны. Наиболее важные из них состоят в следующем.

1. Использование специфического действия органических соединений с определенными группами атомов.

2. Применение комплексных соединений неорганических и органических.

3. Использование электрического тока для электрохимических методов анализа и применения реакций окисления-восстановления.

4. Устранение нежелательных побочных реакций.

5. Использование микрокристаллоскопии.

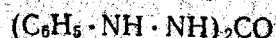
Некоторые положения, изложенные выше, подтверждаются нами рядом реакций, которые выполняются без разделения катионов на пять аналитических групп.

ДРОБНАЯ РЕАКЦИЯ НА ИОН ДВУХВАЛЕНТНОЙ РТУТИ

Известно, что дифенилкарбазон



вызывает в растворах солей двухвалентной ртути синефиолетовое окрашивание. Состав образующегося при этом соединения не установлен (9). Дифенилкарбазид



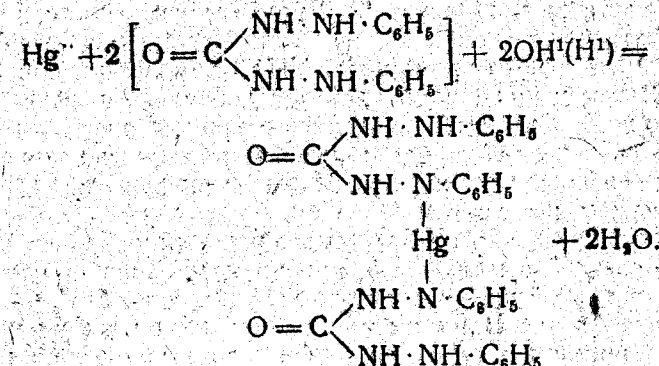
дает такое же интенсивно-синефиолетовое окрашивание раствора, как и дифенилкарбазон.

Специфическая особенность дифенилкарбазона и дифенилкарбазида давать окрашенные растворы или образовывать окрашенные осадки с солями двухвалентной ртути нами использована для дробного определения ртути в присутствии катионов пяти аналитических групп.

С дифенилкарбазоном образуют цветные реакции многие ионы. Поэтому мешающие ионы превращаются в комплексы при помощи четырехзамещенного пирофосфата калия.

Выполнение реакции. К одному мл насыщенного раствора пирофосфата калия приливают по каплям испытуемый раствор. Смесь хорошо перемешивают. К прозрачному раствору приливают 2—3 капли дифенилкарбазона или дифенилкарбазида и ацетата натрия до появления характерного синего окрашивания раствора или осадка. Этой реакции мешают двухвалентное олово и трехвалентные мышьяк и сурьма. Последние два элемента при окислении их не мешают ходу реакции.

Течение реакции с дифенилкарбазидом:



ДРОБНАЯ РЕАКЦИЯ НА CrO_4^{--} И $\text{Cr}_2\text{O}_7^{--}$ ИОНЫ

Проведенные нами исследования показали, что дифенилкарбазид $(\text{C}_6\text{H}_5 \cdot \text{NH} \cdot \text{NH})_2\text{CO}$ является очень чувствительным реактивом на ионы CrO_4^{--} и $\text{Cr}_2\text{O}_7^{--}$.

Известно, что дифенилкарбазид в кислой среде с ионами $\text{Cr}_2\text{O}_7^{--}$ образует красно-фиолетовое окрашивание раствора.

Согласно исследованиям А. К. Бабко (10), в данном случае между хроматом и дифенилкарбазидом протекает окислительно-восстановительная реакция по схеме:



Проведенные нами опыты показали, что дифенилкарбазид является чувствительным и характерным реактивом только для малых количеств хроматов. При больших концентрациях хро-

¹ D — дифенилкарбазид; D_{ок} — продукт окисления дифенилкарбазида.

матов и других окислителей окраска раствора заметно исчезает.

При открытии малых количеств трехвалентного хрома в присутствии пяти аналитических групп, в первых опытах мы поступали так:

К испытуемому раствору прибавляли сульфат натрия; затем трехвалентный хром окисляли в шестивалентный перекисью водорода или перекисью натрия и открываем его дифенилкарбазидом, при добавлении кислоты предварительно разрушив избыток окислителя.

Выполнение реакции. К 5—6 каплям испытуемого раствора приливают 1—2 капли насыщенного раствора сульфата натрия, смесь хорошо встряхивают и центрифугируют. К центрифугату приливают NaOH до явно щелочной реакции. Затем к щелочному раствору добавляют перекиси водорода для окисления трехвалентного хрома в шестивалентный. Вместо перекиси водорода можно брать перекись натрия, тогда не нужно добавлять щелочи. Избыток окислителя разрушают кипячением, или другим способом.

Часть окисленного испытуемого раствора отбирают маленькой пипеткой в маленькую пробирку, приливают осторожно избыток серной кислоты и сюда же добавляют 1—2 капли дифенилкарбазида. В присутствии хромат-ионов раствор принимает красно-фиолетовое окрашивание.

Эту реакцию можно выполнять еще следующим образом:

К испытуемому раствору приливают разбавленной серной кислоты и перманганат калия. Смесь кипятят 1—2 минуты.

Избыток перманганата разрушается винным спиртом. К части полученного раствора прибавляют 1—2 капли дифенилкарбазида. В присутствии хромат-ионов раствор принимает красно-фиолетовую окраску. К другой части раствора после охлаждения прибавляют 1—2 капли эфира и 1 каплю перекиси водорода; смесь осторожно перемешивают. В присутствии хромат-ионов раствор принимает голубое окрашивание вследствие образования надхромовых кислот.

ДРОБНЫЕ РЕАКЦИИ НА МАРГАНЕЦ

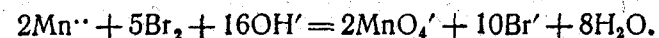
1. Открытие марганца бромной водой

Бром в щелочной среде в присутствии меди, как катализатора, окисляет двухвалентный марганец до семивалентного. В этих условиях трехвалентный хром также окисляется до шести-

валентного как бромной водой, так и получающейся марганцевой кислотой.

Поэтому хром предварительно отделяют общезвестными способами.

Выполнение реакции. К 2—3 каплям испытуемого раствора прибавляют избыток щелочи, избыток бромной воды и 1—2 капли сульфата меди. Смесь в пробирке хорошо встряхивают. Кипятят 1—2 минуты. Дают постоять несколько минут. Присутствие марганца обнаруживают по фиолетовому окрашиванию раствора над осадком. Реакция протекает по уравнению:

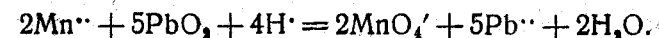


При выполнении этой реакции надо всегда брать мало испытуемого раствора, избыток бромной воды и едкого натра.

2. Открытие марганца двуокисью свинца

Эта реакция применяется в лабораторной практике при систематическом ходе анализа.

Выполнение реакции при дробном открытии марганца. К одному мл смеси всех катионов приливают избыток едкого натра и несколько капель трехпроцентного раствора перекиси водорода. Смесь кипятят одну-две минуты. Осадок центрифугируют и промывают несколько раз водой. Каждый раз центрифугат удаляют. Часть промытого осадка (мало) переносят стеклянной палочкой в пробирку, добавляют немного двуокиси свинца и 5—6 капель двунормальной азотной кислоты, или двунормальной серной кислоты; кипятят осторожно; дают отстояться. Фиолетово-красное окрашивание раствора указывает на присутствие марганца. Реакция протекает по уравнению:



При выполнении данной реакции всегда берут каплю испытуемого раствора, избыток кислоты и смесь кипятят 1—2 минуты.

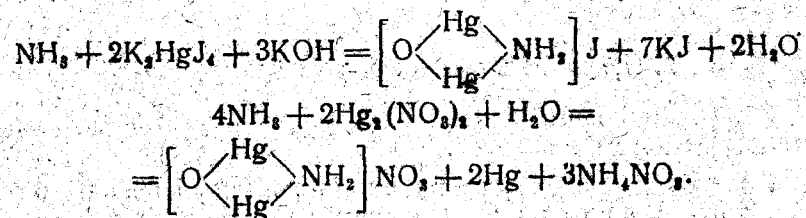
ДРОБНАЯ РЕАКЦИЯ НА ИОН-АММОНИЯ (II)

Обнаружение иона аммония в газовой камере

На нижнее предметное стекло газовой камеры помещают каплю анализируемого раствора и одну каплю едкого натрия, при этом протекает реакция:



На верхнее предметное стекло газовой камеры помещают каплю реактива K_2HgI_4 или каплю $\text{Hg}_2(\text{NO}_3)_2$ или наконец, полосу влажной лакмусовой бумаги. Наблюдают за течением реакции. В присутствии NH_3 капля реактива K_2HgI_4 побуреет, капля закиси ртути почернеет, а лакмусовая бумага, смоченная водой, посинеет. При этом протекают реакции:

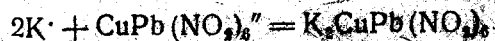


Аналогично этому обнаружение иона-аммония производят на часовом стекле или маленьком тигле.

ДРОБНАЯ РЕАКЦИЯ НА ИОН КАЛИЯ

Для анализа берут 5—6 капель исследуемого раствора и прибавляют 6—7 капель раствора химически чистой соли Na_2CO_3 . Осадок центрифугируют. Каплю центрифугата помещают на предметное стекло. Осторожно выпаривают, а остаток смачивают одной каплей реактива $\text{Na}_2\text{CuPb}(\text{NO}_3)_6$. Рассматривают под микроскопом образовавшиеся кристаллы. По форме кристаллов судят о наличии в растворе ионов калия. В присутствии калия образуются черные кубики состава $\text{K}_2\text{CuPb}(\text{NO}_3)_6$.

При этом протекает реакция:

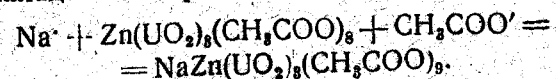


Реакции мешает аммоний.

ДРОБНАЯ РЕАКЦИЯ НА ИОН НАТРИЯ

Для анализа берут 5—6 капель раствора смеси ионов. Мешающие ионы осаждают избытком раствора химически чистой соли K_2CO_3 . Нагревают на бане 1—2 минуты. Осадок центрифугируют. На предметное стекло помещают маленькую каплю центрифугата и выпаривают. Остаток смачивают каплей реактива $\text{Zn}(\text{UO}_2)_3(\text{CH}_3\text{COO})_6$.

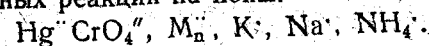
В присутствии натрия образуются желтоватые кристаллы цинк-уранилацетата натрия:



Образовавшиеся кристаллы рассматривают под микроскопом и по их форме судят о наличии ионов натрия в анализируемом растворе. Осадок натрийцинкуранилацетата хорошо растворим в минеральных кислотах, легко разлагается в присутствии щелочей, даже в чистой воде так же заметно растворяется.

ВЫВОДЫ

1. Предложен дробный химический микро- и полумикрометод, качественных реакций на ионы:



2. Время, необходимое на открытие одного иона, колеблется в пределах 5—10 минут.

ЛИТЕРАТУРА

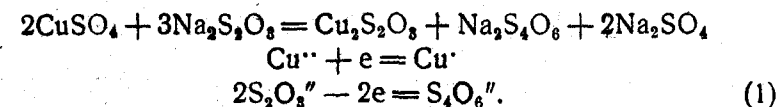
1. Н. А. Тананаев, Дробный анализ, Госхимиздат (1950).
2. К. М. Филимонович, Дробная реакция на медь, Укр. Хим. Ж., 383 (1931).
3. Ф. И. Тришин, Швидке якісне визначення кадмію та свинцю, Укр. Хим. Ж., 29 (1933).
4. Ф. И. Тришин, Метод быстрого определения ртути, Журнал прикладной химии, 7, 1265 (1934).
5. Ф. И. Тришин, Новый метод определения кадмия, Журнал прикладной химии, 8, 1269 (1935).
6. Ф. И. Тришин, Дробный анализ. Кандидатская диссертация Одесский Госуниверситет (1939).
7. М. П. Бабкин, Дробная реакция на марганец, Укр. Хим. Ж., 179 (1934).
8. В. И. Алексеев, Реакция на ртуть, Ж. Зав. Лаб., 954 (1937).
9. И. И. Блок, Качественный химический анализ, Госхимиздат (1952).
10. А. К. Бабко, Л. А. Палий, Ж. А. Х., 272 (1950).
11. В. Н. Алексеев, Курс качественного химического полумикроанализа, Госхимиздат (1952).

Кандидат химических наук доцент Г. А. ВОДАТУРСКИЙ,
В. К. БЕЙДИН

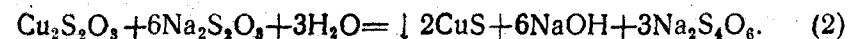
К ВОПРОСУ О НОВОМ СПОСОБЕ ОТКРЫТИЯ КАДМИЯ В ПРИСУТСТВИИ МЕДИ

В качественном анализе для разделения меди и кадмия чаще всего рекомендуется цианистый метод (1). Этот метод прост. Однако цианистый калий — сильно действующий яд, поэтому способ хранения делает применение его хлопотливым.

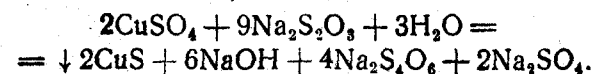
Для замены дорогостоящего и ядовитого цианистого калия были предложены другие методы, наилучшим из которых является метод Меншуткина (2), однако, как и многие другие предложения русских ученых, этот метод был забыт. Метод Меншуткина основан на свойстве ионов меди, ртути, серебра и висмута в растворах подкисленных соляной кислотой или серной кислотой давать в отличие от ионов кадмия и свинца при нагревании с тиосульфатом натрия сернистые металлы. Реакция Меншуткина, повидимому, идет по следующим уравнениям:



При нагревании:



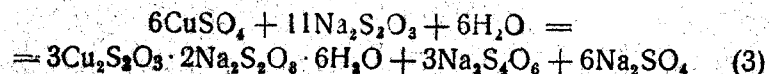
Из первого и второго уравнений получаем общую реакцию:



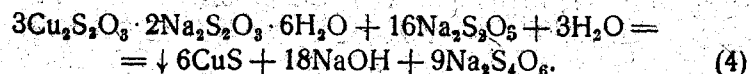
Для нейтрализации выделившейся щелочи раствор необходимо подкислять соляной кислотой.

Разделение металлов производится следующим образом. К кислому раствору понемногу прибавляется тиосульфат натрия до обесцвечивания голубого медного раствора, при этом происходит образование растворимой в воде двойной закисной желтоватой соли $3\text{Cu}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$

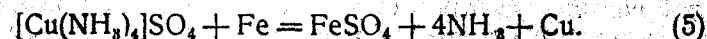
по следующей реакции:



При нагревании до кипения в избытке тиосульфата натрия выпадает черный осадок сернистой меди по уравнению:



Весь кадмий останется в растворе, если будет достаточная концентрация соляной кислоты. Другие методы разделения значительно менее удачны, сложны в выполнении и требуют проверки их цианистым методом. Кертман (3) рекомендует следующий метод. К исследуемому аммиачному раствору прибавляется серная кислота до кислой реакции, а затем некоторый ее избыток. Раствор нагревается затем до кипения, снимается с огня, к нему прибавляют 1 г железных стружек и хорошо все это перемешивают 6—8 мин., дают осадку осесть и фильтруют. Железо при этом вытесняет медь по реакции:



Фильтрат обрабатывают сероводородом — выпадает желтый осадок сульфида кадмия.

На основании наших результатов исследования мы пришли к отрицательной оценке этого метода.

Лайн и Флег (4) предлагают разделение меди и кадмия производить оксимом салицилового альдегида в следующей последовательности. К раствору, содержащему кадмий и медь, прибавляют уксусной кислоты до кислой реакции по лакмусу. Прибавляют затем оксим салицилового альдегида до полного осаждения меди, фильтруют и осадок выбрасывают. Обрабатывают исследуемый раствор сероводородом.

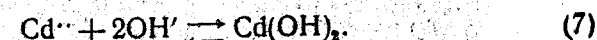
Выпадает желтый осадок сульфида кадмия. В этом методе обычно применяют проверочную реакцию цианистым калием.

Предлагаемый нами способ разделения основан на различном отношении катионов меди и кадмия к щелочи и гидрату окиси аммония.

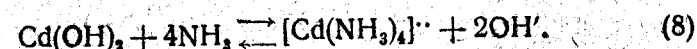
Катион меди в едких щелочах при нагревании дает черный осадок окиси меди.



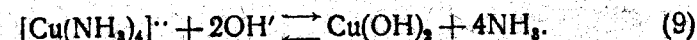
Катион кадмия в едких щелочах дает нерастворимый в избытке реактива осадок $\text{Cd}(\text{OH})_2$



Этот осадок растворим в NH_4OH с образованием комплексного иона $[\text{Cd}(\text{NH}_3)_4]^{++}$



Аммиачный же комплекс меди едкой щелочью разрушается и реакция идет в направлении образования $\text{Cu}(\text{OH})_2$



Рассматривая последние два уравнения, заключаем, что согласно закону действующих масс повышение концентрации (OH') смещает в реакции (8) равновесие в нежелательную сторону — справа налево. В то же время повышение (OH') благоприятствует образованию $\text{Cu}(\text{OH})_2$, так как способствует смещению реакции (9) слева направо. Отсюда следует, что концентрация (OH') не должна быть слишком высокой и в то же время не должна быть слишком малой. Очевидно, она должна быть достаточной для того, чтобы осадить всю медь. Как показывает опыт, небольшой избыток (OH') не вредит.

Исходя из сказанного выше, мы предлагаем производить разделение ионов меди и кадмия небольшим избытком едкой щелочи и большим избытком аммонийной соли или аммиака, т. е. смесью слабого раствора едкой щелочи с крепким раствором аммиака при кипячении до полного исчезновения голубой окраски присущей иону меди. После кипячения осадок отфильтровать и фильтрат исследовать сероводородом на присутствие в нем иона кадмия.

Для проверки теоретических соображений нами были проделаны три параллельных серийных опыта.

В первом опыте был прибавлен избыток чистого аммиака. Раствор посинел вследствие образования аммиачного комплекса меди. По мере кипячения концентрация ионов NH_4 уменьшилась, комплексы разрушились и выпал белый осадок $\text{Cd}(\text{OH})_2$ и черный осадок CuO . Во втором опыте мы провели аналогичный опыт с едким натрием. Сразу же выпал белый осадок $\text{Cd}(\text{OH})_2$ и голубой хлопьевидный осадок $\text{Cu}(\text{OH})_2$, который при кипячении перешел в черный осадок CuO .

В третьем опыте мы взяли небольшой избыток едкой щелочи и большой избыток аммиака. Из синего раствора при кипячении всегда выпадал только черный осадок окиси меди.

Фильтрат подвергался обработке сероводородом, в результате выпадал желтый осадок CdS .

Проверка на полноту разделения и открытия кадмия дала положительные результаты. Таким образом, для разделения меди и кадмия необходимо применять смесь слабого раствора щелочи и крепкого раствора аммиака. Такой ход анализа весьма прост, надежен и не требует дорогостоящих и редких реактивов.

Цианистый метод разделения и открытия кадмия поэтому целесообразно заменять более дешевым и безопасным щелочно-аммиачным методом.

ВЫВОДЫ

Предложен новый способ открытия кадмия в присутствии меди с применением более дешевых и не ядовитых реагентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тредвел, «Курс аналитической химии», «Качественный анализ», 7 изд. ГОНТИ, стр. 215, 220 и 456.
2. Меншуткин Н. А., «Аналитическая химия», 16 изд. Госиздат, 1931 г., стр. 97 и 109.
3. Кертман Л., «Курс качественного анализа», вид. ДНТБУ 1938 р., Харьков, стор. 313.
4. Флег и Лайн, «Полумикрометод качественного анализа», Москва, 1947, стр. 74.
5. Петрашень, «Качественный химический анализ», 6 изд., Госхимиздат, 1948, стр. 112, 303, 317, 337.
6. Алексеев В. Н., «Качественный анализ», Госхимиздат, 1951, стр. 274, 275.

Кандидат технических наук доцент М. С. ДУДКИН

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАЛЕИНУРОВОЙ КИСЛОТЫ И ЕЕ СОЛЕЙ С ФОРМАЛЬДЕГИДОМ

Для получения некоторых типов смол представляют интерес производные мочевины и дикарбоновых кислот, известные под названием уреидов [1, 2].

Эти смолы образуются, например, при взаимодействии ангидридов двухосновных кислот, мочевины и формальдегида. Как предполагается [3] реакция, при этом, проходит в первоначальный момент через стадию образования уреидов, взаимодействующих затем с формальдегидом.

Имеющиеся в литературе сведения по синтезу подобных смол, главным образом, патенты [3], нельзя считать достаточными для обоснования механизма реакции их образования и установления строения молекулы.

Так как первоначальным продуктом взаимодействия эквивалентных количеств ангидридов двухосновных кислот и мочевины являются уреиды [4], то для решения общего вопроса — разработки теории уреидных смол и прессовочных композиций на их основе, представляет интерес рассмотрение взаимодействия уреидов с формальдегидом.

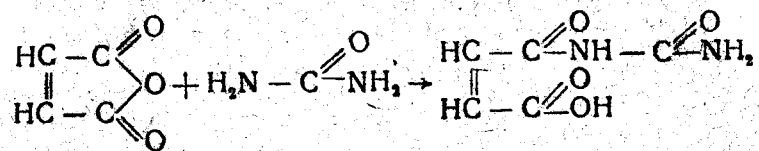
В предлагаемой статье описывается взаимодействие малеиновой кислоты, ее щелочных солей и сукциновой кислоты с формальдегидом.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Получение малеиновой кислоты

10 г малеинового ангидрида и 6 г мочевины нагревали в круглодонной колбе при 60° с помешиванием в течение 45 минут.

Повысив температуру до 80°, нагревали еще 15 минут, пока вся масса полностью не затвердела



После перекристаллизации из горячей воды и сушки до постоянного веса белое кристаллическое вещество — малеиновая кислота — характеризовалась следующими данными % N по Кьельдалю: найдено 17, 60; 17, 55.

Вычислено для $\text{C}_5\text{H}_4\text{O}_4\text{N}_2$ 17,7.

Кислотное число: найдено 353,42.

354,78.

Вычислено 354.

Выход кислоты количественный.

Получение солей малеиновой кислоты

Для получения калиевой и натриевой солей водный раствор малеиновой кислоты нейтрализовался 0,5N раствором едкого кали или натра. После кристаллизации и сушки соли характеризовались следующими данными.

% N по Кьельдалю: в калиевой соли найдено 14,35.

Вычислено для $\text{C}_5\text{H}_3\text{O}_4\text{N}_2\text{K}$ 14,28.

Найдено для натриевой соли 15,86. Вычислено для $\text{C}_5\text{H}_3\text{O}_4\text{N}_2\text{Na}$ 15,55.

Для получения литиевой соли малеиновой кислоты водный раствор кислоты нейтрализовали 0,25N раствором едкого бария. Прозрачный раствор бариевой соли малеиновой кислоты обрабатывали теоретическим количеством сульфата лития.

Выпавший в осадок сульфат бария отфильтровывали, а фильтрат упаривали до начала кристаллизации литиевой соли.

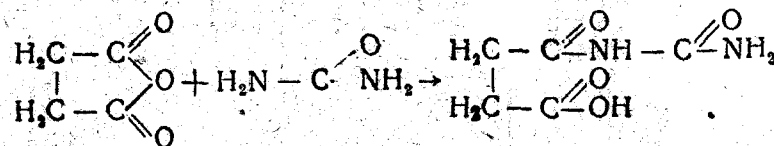
После кристаллизации и сушки литиевая соль малеиновой кислоты характеризовалась такими данными:

% N по Кьельдалю: найдено 16,91.

Вычислено для $\text{C}_5\text{H}_3\text{O}_4\text{N}_2\text{Li}$ 17,07.

Получение сукцинуровой кислоты

10 г янтарного ангидрида и 6 г мочевины нагревали на масляной бане при 120° 30 минут до полного затвердевания расплавленной массы.



После перекристаллизации из горячей воды и сушки:

% N по Кьельдалю: найдено 17,45, 17,50.

Вычислено $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_4\text{N}_2$ 17,49.

Кислотное число найдено 348,29, 349,71.

Вычислено 348.

Выход кислоты количественный.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАЛЕИНУРОВОЙ КИСЛОТЫ С ФОРМАЛЬДЕГИДОМ

Малеиновая кислота и водный раствор 32% формальдегида в соответствии 1 : 2 по молярности нагревались в круглодонной колбе с обратным холодильником при 80° в течение 7 часов.

После отгонки воды получена белая твердая смола, плохо растворимая в спирте, хлороформе, не растворимая в воде, бензоле, эфире, этилацетате. Определение кислотного числа показало: 13,9; 13.

Количественная характеристика процесса проводилась следующим образом: водный раствор малеиновой кислоты и формальдегида запаивали в ампулу, которую выдерживали в водяном термостате необходимое время.

После охлаждения ампулу разбивали в колбе, ее содержимое количественно смывали водой. Не вошедший в реакцию формальдегид определяли обычным методом [5]. Одновременно ставили контрольные опыты определения формальдегида. Результаты опытов показаны в таблице 1.

Изучение взаимодействия литиевой, натриевой и калиевой солей с формальдегидом в соотношении 1 : 2 по молярности ве-

лось в тех же условиях, что и для малеиновой кислоты. Результаты опытов показаны в таблице 2.

Таблица 1

№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию	№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию	$K = \frac{1}{\tau} \frac{C_x}{C_A(C_A - C_x)}$
1	20°	2,5	0,02	1	98°	0,5	0,05	0,00014
2	"	4,5	0,03	2	"	1	0,08	0,000133
3	"	19,5	0,04	3	"	1,5	0,14	0,00017
4	"	43,5	0,04	4	"	2	0,15	0,00014
				5	"	2,5	0,17	0,000139
				6	"	3	0,19	0,000139
				7	"	5	0,25	0,00013
								Ср. 0,00014

Таблица 2

Li — соль + формальдегид				Na — соль + формальдегид				K — соль + формальдегид			
№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию	№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию	№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию
1	20	4	0,06	1	98	0,5	0,05	1	98	0,5	0,07
2	"	6	0,07	2	"	2	0,06	2	"	1	0,1
3	"	22,5	0,08	3	"	3	0,08	3	"	1,5	0,12
4	"	47,5	0,082	4	"	5	0,09	4	"	2,5	0,14
								5	"	3	0,15

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СУКЦИНУРОВОЙ КИСЛОТЫ С ФОРМАЛЬДЕГИДОМ

Нагревали сукциновую кислоту и водный раствор 32% формальдегида в соотношении 1 : 2 по молярности 2 часа при 80°. После отгонки воды получено белое твердое смолистое вещество, плохо растворимое в воде и спирте, не растворимое в бензоле, эфире, этилацетате, ацетоне.

Нагревание как в присутствии кислот, так и оснований при-

водит к образованию смол не растворимых в обычных растворителях.

Количественная характеристика процесса взаимодействия сукциновой кислоты и формальдегида проводилась в тех же условиях, что и для малеиновой кислоты (см. таблицу 3).

Таблица 3

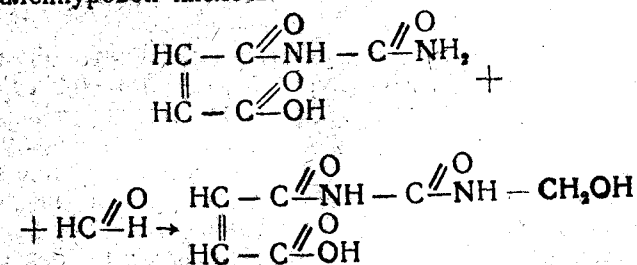
№№ опытов	t°	Время взаимодействия в часах	% формальдегида, вошедшего в реакцию	$K = \frac{1}{\tau} \frac{C_x}{C_A(C_A - C_x)}$
1	20	21	0,01	—
2	—	50	0,03	—
3	99	0,5	0,04	0,000146
4	—	1	0,08	0,000140
5	—	1,5	0,12	0,000140
6	—	2	0,14	0,000134
7	—	2,5	0,16	0,000139
8	—	3	0,19	0,000114
				Ср. 0,000138

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При нагревании в водной среде малеиновая кислота, ее соли и сукциновая кислота вступают во взаимодействие с формальдегидом.

Как показывают данные таблицы 1 и 3 через 5 часов реагирует около 40—50% взятого формальдегида. Следовательно, одна молекула уровой кислоты соединяется с одной молекулой альдегида.

Наиболее вероятным является предположение об образовании в первоначальный момент взаимодействия исследованных веществ метилольного производного уровой кислоты. Например для малеиновой кислоты =



При дальнейшем нагревании и отгонке растворителя происходит последующее уплотнение метилолуровых кислот за счет:

1) гидроксильных и карбоксильных групп, что подтверждается небольшой величиной кислотных чисел конечного продукта и

2) за счет гидроксильных, карбоксильных и иминных групп с образованием трехмерных молекул. Подтверждением этого положения служит плохая растворимость полученных соединений в большинстве растворителей.

Взаимодействие уровых кислот с формальдегидом является бимолекулярной реакцией второго порядка. Константы ско-

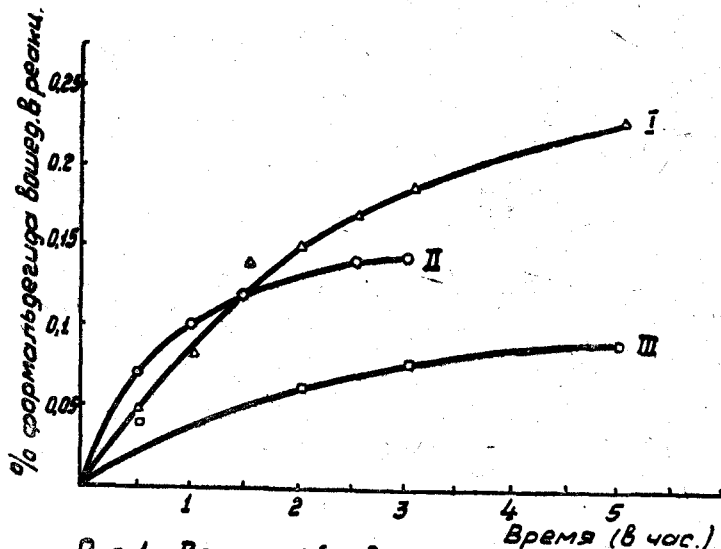


Рис. 1 Взаимодействие малеиновой кислоты и ее солей с формальдегидом
I-малеиновая к-та; II-к-соль кислоты
III-Na-соль.

рости реакций,— образования метилолмалеиновой кислоты $= 0,000141$, метилол сукциновой кислоты $= 0,000138$, незначительно отличаются друг от друга. Поэтому введение двойной связи между 2 и 3 углеродными атомами в молекулу двухосновной кислоты не оказывает значительного влияния на реакционную способность амидной группы уровой кислоты — производной этой двухосновной кислоты.

В то же время замещение атома водорода в карбоксильной

группе малеиновой кислоты на металл изменяет реакционную способность амидной группы.

Если литиевая соль малеиновой кислоты почти не взаимодействует при 98° с формальдегидом, то с увеличением массы атома металла, введенного в карбоксил, скорость реакции возрастает и приближается к величине скорости взаимодействия малеиновой кислоты (см. рис. 1).

Исходя из этих результатов возможно сделать предварительные выводы о природе процесса получения смол на основе ангидридов двухосновных кислот, мочевины и формальдегида (уреидные смолы).

Если ангидрид двухосновной кислоты и мочевина нагреваются при температуре не превышающей температуру плавления ангидрида, то образуются уровые кислоты. Дальнейшее взаимодействие уровых кислот с формальдегидом дает метилолуровые кислоты, уплотняющиеся при последующем нагревании с отгонкой воды в высокомолекулярные продукты.

ВЫВОДЫ

1. Показана способность малеиновой кислоты, ее солей и сукциновой кислоты взаимодействовать с формальдегидом.
2. Установлен порядок реакции взаимодействия малеиновой и сукциновой кислот с формальдегидом. Найдены константы скорости.
3. Показано, что при нагревании и отгонке растворителя уровые кислоты с формальдегидом дают смолы, плохо растворимые в обычных растворителях.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Лосев, Г. С. Петров, Химия искусственных смол, Госхимиздат, 1951, стр. 393.
2. Г. С. Петров, Карбамидные смолы и прессовочные композиции, ГУУЗ НКХИ, 1940, стр. 79—80.
3. И. Шайбер, Химия и технология искусственных смол, Госхимиздат, 1949, стр. 319.
4. W. H. Pike, Ber. 6 1104 1873
A. Piutti, Ann. 214 17 1882
F. Z. Dunlap, Am. C. Y. 28 332 1896
F. Z. Dunlap, Am. C. Y. 28 332 1896
F. Z. Dunlap, Y. K. Phelps, Am. C. Y. 29 492 1897.
5. К. Андрианов, Д. Кардашов, Практические работы по искусственным смолам и пластмассам. Госхимиздат, 1946, стр. 46.

Доктор технических наук профессор Д. П. ГОХШТЕЙН

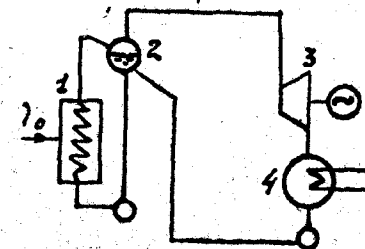
ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ОХЛАЖДАЮЩЕЙ ВОДЫ ПРИ ПОМОЩИ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ

I

В связи с широким развитием гидроэнергетики СССР наши обычные представления о рациональных способах использования тепла, отводимого от тепловых устройств металлургических предприятий с охлаждающей водой, должны в ряде случаев измениться.

Использование горячей воды как теплоносителя может, в общем случае, иметь три варианта решения: снабжение самого предприятия и прилегающего к нему жилфонда горячей водой, производство электроэнергии в турбогенераторах мятого пара и выработка при помощи тепловых насосов технологического пара низких и средних давлений (2—10 ата) для нужд металлургического предприятия или соседних с ним предприятий.

Первое решение может иметь лишь ограниченное применение вследствие сезонного характера отопительного теплоснабжения и необходимости иметь вблизи предприятия громадных



- 1 - источник производственного тепла.
2. испарительный барабан.
3. турбогенератор
4. конденсатор.

Рис. 1

жилых массивов порядка 120--150 тысяч человек (Л, 1). Второе решение привело к удачной схеме (рис. 1) электроэнергетического использования производственной горячей воды, разработанной энергетическим институтом АН СССР (Л, 2). Однако в том случае, когда металлургический завод питается током от гидростанций и находится относительно близко от предприятий, потребляющих технологический пар, применение тепловых насосов для целей пароснабжения может оказаться наиболее рациональным способом использования охлаждающей воды.

2

Проводимые ниже сопоставления (в указанные выше условиях) различных способов выработки технологического пара базируются на положениях, изложенных ранее (Л, 3).

Согласно этим положениям совершенство рабочего процесса любых энергетических устройств и систем суммарно характеризуются энергетическим кпд, т.е. отношением количеств превратимой энергии, отводимой от данного устройства и подводимой к нему. Разность между этими двумя количествами превратимой энергии представляет собой энергетические потери, переходящие в виде тепла к окружающей среде. Подводимую к тепловому устройству превратимую энергию будем называть первичной энергией. В теплосиловых установках и производственных котельных первичной энергией служит $BQ_{\text{н}}^{\text{п}}$, на гидростанциях первичной энергией служит $E_{\text{гес}}$ — потенциальная энергия воды в верхнем бьефе ГЭС. Первичная энергия, вносимая в энергетическое устройство горячей производственной водой равна:

$$e^{\text{в}} = G[t_2 - t_1 - T_0(S_2 - S_1)] \quad (1)$$

где $t_2 - t_1$ и $S_2 - S_1$ соответственно: разности температур и энтропии на входе и выходе из устройства, G — количество проходящей через него горячей воды, а T_0 — абсолютная температура окружающей среды. В (1) теплоемкость воды принята равной 1.

На рис. 2 изображен энергетический баланс теплового насоса, использующего тепло горячей производственной воды в количестве Q_0 ккал/ч для передачи тепловому потребителю D кг/ч пара и вместе с ним $Q^{\text{т}}$ ккал/ч.

54

Если обозначить энтропию пара на входе к потребителю через S , а энтропию конденсата на выходе от потребителя через

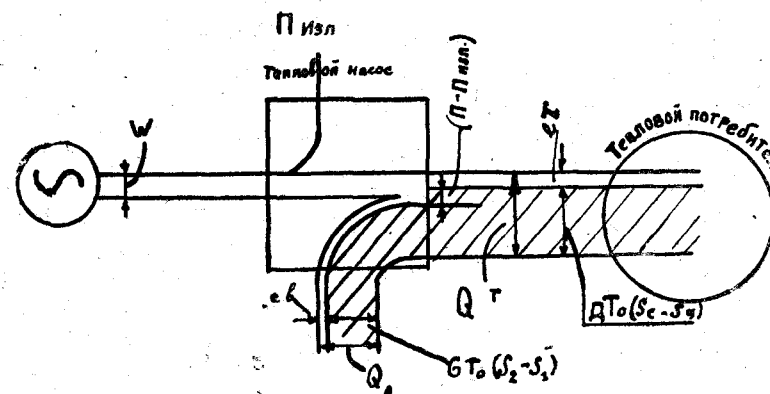


Рис. 2

S_v , то переданная потребителю тепла первичная энергия выражается

$$e^{\text{т}} = Q^{\text{т}} - D \cdot T_0(S_v - S_y). \quad (2)$$

Вычитаемое в правой части (2) представляет собой неработоспособную часть тепла, играющую в ней роль, аналогичную роли балласта в топливе, ибо она ни в какой другой вид энергии не может превратиться и в окончательном итоге должна быть отброшена окружающей среде в каком-либо месте энергетической системы.

На рис. 2 наглядно показано, что при тепловом насосе e комплектуется из $e^{\text{в}}$ и части W — электрической энергии, расходуемой на привод теплового насоса. $D \cdot T_0(S_v - S_y)$ состоит из $G \cdot T_0(S_2 - S_1)$ и из некоторой доли энергетических потерь (Π) теплового насоса, не попавшей путем излучения в окружающую среду элементов конструкции теплового насоса.

Таким образом, энергетический баланс теплового насоса имеет вид

$$W + e^{\text{в}} = e^{\text{т}} + D \cdot T_0(S_v - S_y) + \Pi_{\text{изл}}. \quad (3)$$

Относительный энергетический кпд теплового насоса равен:

$$\eta_{\text{ог}}^{\text{н}} = \frac{e^{\text{т}}}{W + e^{\text{в}}}. \quad (4)$$

55

Последний более четко характеризует совершенство рабочего процесса, нежели коэффициент трансформации тепла $K = \frac{Q^r}{W}$, который отражает суммарное влияние на расход электроэнергии совершенства рабочего процесса насоса и температурных границ его цикла.

Чтобы оценить совершенство всего процесса теплоснабжения при тепловом насосе и сопоставить этот процесс с другими способами теплоснабжения следует также учесть энергетические потери на всем пути преобразования первичной энергии от электрической станции до теплового насоса.

На рис. 3 изображена одна из возможных схем предлагаемого способа пароснабжения потребителя с помощью теплового насоса, использующего горячую производственную воду.

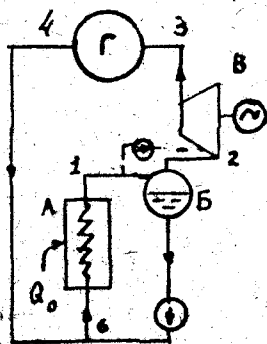


Рис. 3

Нагретая в системе охлаждения металлургического завода (А) вода поступает в расширитель (Б), где при сбросе давления частично испаряется. Образовавшийся пар сжимается в компрессоре (В) до давления P_3 , с которым он переходит к потребителю (Г). Возвращаемый потребителем конденсат вновь поступает в (А). При некоторых значениях P_3 может получиться в конце сжатия излишне перегретый пар, тогда производится промежуточное впрыскивание воды в пар между ступенями компрессора (см. пунктирную линию на рис. 3).

Проиллюстрируем энергетические характеристики предлагаемого способа пароснабжения на примере.

Пусть охлаждающая вода уходит из металлургического предприятия с температурой 90°C , отводя от мартеновских, доменных и нагревательных печей $60 \cdot 10^6 \text{ ккал/час}$. Требуется использовать это тепло для снабжения потребителя слегка перегретым паром давления $P_3 = 4 \text{ ата}$. Весь конденсат возвращается в систему охлаждения металлургического предприятия с температурой $80,9^\circ\text{C}$. Температура окружающей среды принята равной $T_0 = 290^\circ\text{K}$.

В таблице I приведены значения выбранных и вычисленных параметров рабочего тела в точках, обозначенных на рис. 3 цифрами. Адиабатический кпд компрессора принят равным 0,8.

Таблица I

ММ точек	1	2	3	4	5	6
P ата	1	0,5	4	4	0,5	1
t °C	90	80,9	166	80,9	80,9	80,9
X	0	0,88	—	0	0	0
i ккал/кг	90	566	666,5	80,9	80,9	80,9
S ед. энтр.	0,2848	1,6280	1,6886	0,2592	0,2592	0,2592

При указанных в таблице I параметрах $D = 123,7 \cdot 10^3 \text{ кг/час}$, $Q^r = 72370 \cdot 10^3 \text{ ккал/час}$; $e^r = 21,17 \cdot 10^6 \text{ ккал/час}$; $= 11 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^6 \text{ ккал/час}$.

Оценивая механические и электрические потери теплового насоса $\eta_{мэ} = 0,95$, получим расход электроэнергии на привод последнего $W = 13,1 \cdot 10^6 \text{ ккал/час}$ (15232 квтч). По (4) $\eta^o = 0,878$; $K = 5,56$.

Сопоставим энергетические характеристики теплоснабжения по схеме рис. 3 с энергетическими характеристиками других схем теплоснабжения.

Вначале рассмотрим случай применения схемы рис. 1 для выработки электроэнергии в турбине мягкого пара с тем, чтобы требуемые потребителем $D = 123,7 \cdot 10^3 \text{ кг/час}$ пара вырабатывались в котельной. Принимая давления пара в расширителе $P_1 = 0,5 \text{ ата}$ и после турбины $P_2 = 0,05 \text{ ата}$ и задаваясь внутренним относительным кпд турбины, равным 0,8, мы получим за счет тепла, отнятого от горячей производственной воды в количестве $Q_0 = 60 \cdot 10^6 \text{ ккал/час}$, $5680 \cdot 10^3 \text{ ккал/час}$ электроэнергии ($N = 6600 \text{ квтч}$).

Приняв кпд нетто котельной установки $\eta_{к.у}^{\text{нетто}} = 0,8$ получим расход условного топлива в рассматриваемой энергосистеме

$$B' = \frac{Q^r}{7000 \cdot \eta_{к.у}^{\text{нетто}}} = 12940 \text{ кг/час.}$$

Общий расход первичной энергии в этой энергосистеме на выработку $72370 \cdot 10^3 \text{ ккал/час}$ и $AN = 5680 \cdot 10^3 \text{ ккал/час}$ составляет $E' = 7000 \cdot B' + e^a = 90600 \cdot 10^3 \text{ ккал/час}$.

Степень термодинамического совершенства комбинированного процесса выработки Q^r и AN , вычисленная по энтропийному методу (Л, 4), будет равна

$$C' = \frac{e^r + AN}{7000 \cdot B' + e^a} = 0,264.$$

Теперь рассмотрим вариант применения для тех же целей схемы рис. 3 с тем, чтобы электроэнергия, идущая на привод теплового насоса и на покрытие АН, вырабатывалась на конденсационной паросиловой электростанции высокого давления, имеющей кпд нетто $\eta^{к.с.} = 0,33$. Расход условного топлива на осуществление схемы рис. 3 и выработку АН составит

$$B'' = \frac{W + AN}{7000 \cdot \eta^{к.с.}} = 8130 \cdot 10^6 \text{ кг/ч.}$$

Степень термодинамического совершенства второго варианта будет равна:

$$C'' = \frac{e^r + AN}{e^s + \frac{W + AN}{\eta^{к.с.}}} = 0,395.$$

Экономия топлива во втором варианте относительно его расхода в первом варианте составляет 37,2%, а экономия первичной энергии ($e^s + B \cdot 7000$) — составит

$$100 \frac{C' - C''}{C'} = 33,2\%.$$

Рассмотрим третий вариант, при котором АН вырабатывается по схеме рис. 1, а Q^r получается из отбора ТЭЦ высокого давления, имеющей степень термодинамического совершенства процесса выработки отборного пара $C'' = 0,44$. Расход условного топлива на выработку $D = 123,7 \cdot 10^6$ кг/час отборного пара будет равен

$$B''' = \frac{e^r}{7000 C''} = 6860 \text{ кг/час.}$$

Степень термодинамического совершенства третьего варианта составит

$$C''' = \frac{e^r + AN}{e^s + 7000 \cdot B'''} = 0,456.$$

Экономия топлива по сравнению с первым вариантом равна 47%, по сравнению со вторым вариантом — 15,6%. Экономия первичной энергии равна соответственно — 42% и 13,4%.

П р и м е ч а н и е. При сравнении третьего варианта с первыми двумя нельзя было пользоваться методом МЭС по распределению расходов топлива на выработку электрической и тепловой энергии на ТЭЦ, так как он дает ошибочные результаты. По методу МЭС кпд выработки тепловой энергии равен кпд нетто котельной установки; отсюда при выбранном нами кпд нетто котельной установки, равный 0,8 расход топлива по третьему варианту должен быть равен расходу по первому варианту. Это означает, что третий вариант по сравнению с вторым дает перерасход топлива в количестве 4810 кг/час, что неверно. Убедиться в этом можно путем следующих рассуждений.

Отбор $D = 123,7 \cdot 10^6$ кг/час при $P = 4$ ата и $1 = 666,5$ ккал/кг из теплофикационной турбины дает недовыработку электроэнергии (при давлении в конденсаторе $P_2 = 0,04$ ата, $\eta^{ol} = 0,85$ и $\eta^m \eta^r = 0,94$) в количестве $15840 \cdot 10^3$ ккал/час. Однако на привод теплового насоса необходимо при втором варианте затратить $W = 73,1 \cdot 10^6$ ккал/час и потерять возможность вырабатывать за счет тепла горячей производственной воды в схеме фиг. 1 $AN = 5680 \cdot 10^3$ ккал/час электрической энергии. Как видим при третьем варианте мы экономим $2940 \cdot 10^3$ ккал/час вырабатываемой электрической энергии по сравнению со вторым вариантом, что равноценно выигрышу 1270 кг/час топлива.

Иная картина получается при четвертом варианте, когда используется схема рис. 3 при условии, что W и AN вырабатываются на гидростанции. В этом случае степень термодинамического совершенства комбинированного процесса выработки Q^r и AN будет иметь вид:

$$C^{IV} = \frac{e^r + AN}{e^s + \frac{W + AN}{\eta^{гэс}}}, \quad (5)$$

где $\eta^{гэс}$ — кпд гидроэнергетической системы, под которым понимается отношение $(W + AN)$ к соответствующему количеству $E^{гэс}$ — потенциальной энергии воды в верхнем бьефе ГЭС. $\eta^{гэс}$ учитывает все энергетические потери на самой ГЭС, в повысительных и понизительных подстанциях и в сети, ведущей к тепловому насосу.

Принимая $\eta^{гэс} = 0,78$, получим для четвертого варианта $C^{IV} = 0,764$, $E^{гэс} = 24,1 \cdot 10^6$ ккал/час.

Как это обычно делается при сравнениях гидростанций с теплостанциями, будем считать потенциальную энергию воды

В верхнем бьефе ГЭС энергетически равноценной химической энергии топлива. Тогда экономия первичной энергии при четвертом варианте составит: по отношению к первому варианту — 65,4%, по отношению ко второму варианту — 48,3% и по отношению к третьему варианту — 40,4%.

Если в качестве пятого варианта рассмотреть выработку Q в электрокотле, получающем электроэнергию от ГЭС, то перерасход первичной энергии в этом варианте по сравнению с четвертым вариантом будет равен $68500 \cdot 10^3$ ккал/час или составит 66,1%. В ряде случаев аналогичные выводы получаются при электроснабжении от ЕВС.

ВЫВОДЫ

1. В условиях электроснабжения металлургических предприятий от ГЭС или единой высоковольтной сети может оказаться целесообразным использование тепла горячей производственной воды для выработки с помощью теплового насоса технологического пара низких и средних параметров.

2. Предлагается схема теплового насоса, использующего горячую производственную воду для целей выработки технологического пара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Семененко, Вторичные энергетические ресурсы промышленности. Изд. Госэнергоиздата, 1951, стр. 134.
2. Г. А. Россиевский, Известия ОТН АН СССР, № 12, 1948 г.
3. Д. П. Гохштейн и В. М. Дацковский, «Сталь», № 9, 1951 г.
4. Д. П. Гохштейн, Энтропийный метод расчета энергетических потерь, Госэнергоиздат, 1951, стр. 106—110.

Кандидат физико-математических наук доцент И. Л. РОИХ

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ К МИТОГЕНЕТИЧЕСКИМ ИССЛЕДОВАНИЯМ

I. ВВЕДЕНИЕ

Излагаемая ниже работа представляет результат математико-статистической обработки данных, которые были получены при исследовании излучения металлов митогенетическим методом. Автор показал, что при атмосферной коррозии металлом имеет место излучение ультрафиолетовых лучей крайней слабой интенсивности.

Наличие этих лучей покуда удалось обнаружить только митогенетическим методом. Можно надеяться, что это же излучение удастся обнаружить с помощью высокочувствительного счетчика фотонов, однако такого рода исследования еще не проводились. Применение счетчика фотонов для этой цели представило бы возможность: 1) выполнить объективные и не трудоемкие измерения, 2) провести работы фотометрического характера, 3) исследовать кинетику процесса излучения.

Все указанные три возможности не может представить митогенетический метод, который является субъективным, весьма трудоемким и, на данной стадии развития, дает только качественные результаты. К числу основных достоинств митогенетического метода надо отнести возможность регистрации столь слабого ультрафиолетового излучения, которое совершенно недоступно другим известным методам, причем при чрезвычайно коротких экспозициях, в этом отношении он является единственным и, покуда, незаменимым. С помощью митогенетического метода можно получить даже спектр излучения этой чрезвычайно слабой интенсивности ультрафиолета.

Данные исследований, полученных митогенетическим методом, следует подвергнуть статистическому анализу. Это вытекает из того, что полученные величины содержат широкую возможность случайных вариаций. Чтобы это стало ясным, необходимо, хотя бы весьма кратко, остановиться на существе и технике митогенетического метода.

В 1923 году А. Г. Гурвич установил, что 1) при клеточном делении происходит испускание короткого ультрафиолета, 2) короткие и крайне слабой интенсивности ультрафиолетовые лучи, падающие на клетки, стимулируют клеточное деление, т. е. вызывает дополнительное почкование. Второе применяется для обнаружения и исследования излучения.

Винные дрожжи засеваются на твердой питательной среде — 3% растворе агар-агар в неохмеленном сусле, при определенных условиях подготовки. За 10—12 часов до опыта готовится рабочий штамм. Непосредственно опыт на излучение выполняется следующим образом. Из чашки Петри, в которой находится культура, вырезаются острым скальпелем 2 блока, представляющие правильные участки агара, покрытые культурой с поверхностью приблизительно равной 1 см².

Каждый индукционный блок сопровождается контрольным, вырезанным из соседнего участка культуры. Индукционный блок устанавливается против излучателя, а контрольный помещается рядом так, чтобы исследуемое излучение на него не попадало. После окончания экспозиции и так называемого инкубационного периода порядка нескольких минут* дрожжевые клетки переносятся на предметное стекло и аккуратно размазывают культуру для равномерного распыления. Затем мазок фиксируется в пламени спиртовой горелки. Остается с помощью подсчета под микроскопом установить, какое число молодых почек приходится на определенное число клеток в индукционном и контрольном препаратах.

Наличие или отсутствие эффекта определяется следующим образом. Пусть число почек в облученной культуре N_1 , число почек в контрольной N_c тогда эффект

$$J = \frac{N_1 - N_c}{N_c} 100\%$$

С помощью микроскопа обычно подсчитывают, какое число мо-

* Наши данные получены по другой методике, согласно которой после экспозиции блоки помещаются на 1½ часа в термостат. В 1943 г. эта методика была лабораторией А. Г. Гурвича изменена.

лодых почек (не более 1/5 своей материнской клетки) приходится на сто клеток.

Если разница числа почек между пятисотками не превышает 4—5 единиц, то равномерность препарата считается удовлетворительным. Проф. А. Г. Гурвич в частном сообщении* от 14.VI.41 г. любезно обращает наше внимание на то, что из 100 опытов приблизительно в 30 приходится считать больше одной тысячи. В том случае, когда начинают скакать пятисотки, т. е. две пятисотки одного и того же препарата слишком сильно расходятся, не следует довольствоваться подсчетом одной тысячи, а считать две и даже три тысячи. При соблюдении этой предосторожности со стороны счета неприятностей можно ждать в совершенно ничтожном количестве случаев. Эти данные А. Г. Гурвича являются результатом большого опыта, руководимой им лабораторией.

Однако не вызывает сомнения уместность и целесообразность подвергнуть статистическому анализу материал, полученный при митогенетических исследованиях. Ибо возможность случайных вариаций зависит от ряда факторов, вытекающих из методики митогенеза.

II. СТОХАСТИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ ПОЧКООБРАЗОВАНИЯ

Просмотренная сотня клеток является выборочной совокупностью по отношению к неопределенно большому (математически бесконечно большому) числу клеток во всем блоке. В этом смысле число почек на сто клеток в индукционном препарате v_1 и число почек на сто клеток в контрольном препарате v_c , являются величинами статистическими, а не аналитическими, изменение которых следует определенным законам. Статистическая величина всегда содержит в себе возможность случайных вариаций, и каждое ее отдельное значение не подчиняется с предельной точностью каким-либо установленным закономерностям. Считая v_1 и v_c статистическими величинами, мы должны будем дать оценку их возможным вариациям, определить их математическое ожидание и указать с какой вероятностью и в каких пределах возможны отклонения v_1 и v_c от их математических ожиданий при данном числе наблюдений.

При изучении процесса почкообразования можно исчислить коэффициент почкообразования (за определенный промежуток

* Пользуемся случаем выразить искреннюю признательность проф. А. Г. Гурвичу за ценные советы и предоставление необходимых материалов в самом начале нашего обращения к митогенезу (апрель 1941 г.).

времени) для разных условий среды, в которой находятся дрожжи. Так, для контрольных блоков, по опытам с излучением алюминия (приписываемой нами атмосферной коррозии) было установлено, что в среднем на сотню материнских клеток приходится 2,74 почки, размер которых не превышает $\frac{1}{5}$ соответствующей материнской клетки. Опираясь на эту величину, можно сказать, что вероятность размножения дрожжевой клетки за время, соответствующее ее полному созреванию, равна $p = 0,0274$. Точнее говоря, 0,0274, как величина апостериорная, полученная в результате опыта является относительной частотой, приближенно выражающей вероятность изучаемого события. Зная вероятность, можно заранее определить дисперсию частот при заданном числе испытаний n , по известной формуле теории вероятностей

$$\sigma_w^2 = \frac{p \cdot q}{n}, \text{ где } q = 1 - p.$$

σ_w — среднее квадратическое (стандартное) отклонение частот $w = \frac{v}{n}$ от вероятности p , полагая $p = 0,0274$ и $n = 100$, получаем

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,0274 \cdot 0,9726}{100}} = 0,0163.$$

Эту величину надо сопоставить с экспериментальным средним квадратическим отклонением, которое получается при статистической обработке данных по контрольным блокам. Всего было просчитано $N = 360$ сотен клеток, распределение которых по числу почек в каждой сотне представлено таблицей 1.

Таблица 1 (с)

Вариационный ряд сотен z , просчитанных клеток по числу почек v на сотню (по контролю).

Число почек	0	1	2	3	4	5	6
Число сотен	5	43	110	112	68	17	5

Статистическая обработка приведенного вариационного ряда дает следующие основные характеристики:

1) Среднее (арифметическое) числа почек на сотню клеток $M = 2,74$

2) Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{N} \sum z (v - M)^2} = 1,134.$$

Сопоставим полученную σ_v — экспериментальную с теоретической σ_v , которую легко определить из σ_w , если принять во внимание, что $W = \frac{v}{100}$. Экспериментальное $\sigma_v = 1,134$, меньше теоретической $\sigma_v = 1,63$; последнее обстоятельство требует пристального внимания, так как обычно экспериментальное среднее квадратическое отклонение больше соответствующего теоретического, что связано с дополнительными факторами вариации, изучаемой величины, не учтенными в теоретическом расчете.

Подвергнем такой же самой обработке 360 сотен, просчитанных клеток блоков, подвергшихся облучению со стороны металла. В таблице 2 дано распределение 360 сотен клеток по числу почек в сотне для индукционного материала.

Таблица 2 (г)

Вариационный ряд сотен z , просчитанных клеток по числу почек v на сотню

Число почек	1	2	3	4	5	6	7	8
Число сотен	13	47	100	111	54	17	14	4

$N = 360$ сотен.

В результате обработки получены следующие статистические характеристики:

$$M = 3,77 \quad \text{и} \quad \sigma_v = 1,392$$

Прежде всего следует отметить, что дисперсия в индуцированном материале $\sigma_{v1}^2 = 1,9388$ значительно больше дисперсии контролей, для которых $\sigma_{vc}^2 = 1,2875$. Это свидетельствует о наличии в индуцированном материале таких факторов вариации числа почек в сотне, которых нет в контрольном материале.

$$\text{Определим } \sigma_w = \sqrt{\frac{0,0377 \cdot 0,9623}{100}} = 0,01904, \text{ откуда}$$

σ_v (теор.) = 1,904. Теоретическое среднее квадратическое отклонение также, как и в контрольном материале, больше

среднего квадратического экспериментального отклонения σ_v (экспер.) = 1,392.

Стохастическая концепция почкообразования позволяет более глубоко и полно поставить и исследовать вопрос о влиянии различных факторов на размножение дрожжей. Кроме того, опираясь на стохастическую концепцию почкообразования, можно более подробно изучить вопрос о различии между сериями испытаний и измерить эти различия. В таблице 3 приведены распределения сотен клеток по числу почек, приходящихся на каждую сотню по каждой из 3 серий контрольных блоков; в таблице 4 приведены такие же распределения по индуцированным блокам.

По отдельным сериям среднее число почек варьирует весьма значительно от 2,49 до 2,87 — по контролям и от 3,58 до 3,87 — по индукции. Основываясь на стохастической концепции почкообразования, постараемся выяснить являются ли различия между сериями чисто случайным или эти различия обусловлены особыми факторами, встречающимися только в каждой отдельной из приведенных серий наблюдений.

Таблица 3 (С)

Вариационные ряды сотен клеток z по числу почек v и статистические характеристики (по контролю)

Число почек	С е р и и		
	I	II	III
v	z'	z''	z'''
0	—	3	2
1	12	20	11
2	37	38	35
3	35	19	38
4	30	16	22
5	4	2	12
6	2	2	1
$n =$	120	120	120
$M =$	2,86	2,49	2,87
$\sigma_v =$	1,11	1,14	1,19

Для выяснения этого вопроса надо определить пределы возможных случайных колебаний средней из 120 наблюдений (в каждой серии 120 наблюдений).

Таблица 4 (J)

Вариационные ряды сотен клеток z по числу почек v и статистические характеристики (по индукции)

Число почек	С е р и и		
	I	II	III
v	z'	z''	z'''
1	3	3	7
2	11	13	23
3	37	39	34
4	40	45	26
4	18	20	16
6	6	3	8
7	5	5	4
8	—	2	2
$n =$	120	120	120
$M =$	3,81	3,87	3,58
$\sigma_v =$	1,14	1,35	1,54

Вопрос о случайных колебаниях любой статистической величины, в том числе и средней арифметической решается по принципу двойной лимитации:

1) устанавливается вероятность P , обычно близкая к 1 (доверности) того, что случайно взятая серия данных наблюдений даст такой статистический показатель, величина которого будет отличаться от математического ожидания этого показателя не больше, чем на некоторую величину δ .

2) В зависимости от дисперсии отдельных дат исчисляется средняя ошибка исследуемого статистического показателя ϵ , и в соответствии с установленной величиной P и исчисленной величиной ϵ определяются пределы допустимых случайных отклонений выборочного статистического показателя от его математического ожидания. Применительно к поставленной выше

задаче о выяснении случайности или неслучайности различий между средними по отдельным сериям наблюдений надо: 1) исчислить среднюю ошибку средней арифметической из 120 наблюдений, 2) выбрать P и при помощи таблицы интеграла вероятностей определить искомую величину δ .

Таблица интеграла вероятностей вытекает из такого соотношения

$$P\{| \bar{X} - E | < t\sigma\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^t e^{-\frac{1}{2}t^2} dt,$$

частным случаем которого является предельная теорема Лапласа, 3) сопоставить эмпирические разности с найденной величиной. Исчисление средней ошибки в данном случае можно вести тремя различными путями: а) по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{pq}{120}};$$

б) по результатам обработки всех 360 наблюдений и,

в) по результатам обработки каждой из трех серий по 120 наблюдений.

Сопоставим расчеты по каждому из трех различных только что перечисленных способов, отмечая при этом какие математические предпосылки лежат в основе каждого из них.

а) Полагая, что $p = 0,0274$ является вероятностью P размножения отдельной клетки в контрольных блоках, определим пределы возможных отклонений средней частоты $w = \frac{v}{n}$ по-

явления почки среди 100 клеток от математического ожидания такой частоты: $E[w] = p$; ($E[w]$ — знак математического ожидания). Ранее было установлено, что $\sigma_w = 0,0163$; средняя ошибка средней арифметической из N серий наблюдений, вообще говоря, равна:

$$\epsilon_n = \frac{\sigma_v}{\sqrt{N}}.$$

В нашем примере $\sigma_w = 0,0163$, отсюда $\sigma_v = 1,63$, т. к. в каждом отдельном наблюдении просчитывалось 100 клеток, отсюда

$$\epsilon_n = \frac{1,63}{\sqrt{120}} \approx 0,148.$$

Полагая $P = 0,99$, находим по таблице интеграла вероятностей $t = 2,58$ и $\delta = t\sigma = 2,58 \cdot 0,148 = 0,382$. В исследуемом материале в качестве математического ожидания можно принять $M = 2,74$.

Согласно проведенным расчетам отклонения в 0,382 от этого математического ожидания средних из 120 наблюдений можно считать случайным, т. е. среднее лежащее в пределах от $2,74 - 0,38 = 2,36$ до $2,74 + 0,38 = 3,12$ являются при сделанных предпосылках случайными, найденные выше средние 2,86; 2,49; и 2,87 лежат в намеченных пределах 2,36 — 3,12, а потому их различия надо считать случайными.

Такой же расчет для индуцированных блоков дает $p = 0,0377$; отсюда среднее число клеток в сотне $M = 3,77$, $\sigma_w = 0,01904$, отсюда $\sigma_v = 1,904$;

$$\epsilon_n = \frac{1,904}{\sqrt{120}} = 0,173;$$

$\delta = 2,58 \cdot 0,173 = 0,446$; пределы от $3,77 - 0,446 = 3,324$ до $3,77 + 0,446 = 4,216$. Эмпирические средние по отдельным сериям 3,81; 3,87 и 3,58, лежат в намеченных пределах 3,324 — 4,216.

б) Аналогично проводится расчет при помощи эмпирических средних отклонений σ_c и σ_i для 360 наблюдений (отдельное наблюдение — сотня просчитанных клеток). В данном случае предполагается что $\sigma_c = 1,134$ и $\sigma_i = 1,392$ является приближенными значениями математического ожидания средних квадратических отклонений по контрольным блокам (σ_c) и по индуцированным (σ_i). Математические ожидания средних M_c и M_i остаются прежними $E(M_c) = 2,74$ и $E(M_i) = 3,77$, т. е. по прежнему приближенными выражениями математических ожиданий, мы считаем средние из 360 наблюдений.

$$\text{Определим } \epsilon_{nc} = \frac{1,134}{\sqrt{120}} = 0,103 \text{ и } \epsilon_{ni} = \frac{1,392}{\sqrt{120}} = 0,127,$$

отсюда для контрольных блоков $\delta_c = 0,266$, для индуцированных блоков $\delta_i = 0,328$.

Пределы случайных колебаний при $P = 0,99$ и $t = 2,58$ для M_c от 2,47 до 3,01; для M_i от 3,41 до 4,10.

Вывод тот же: различия средних по отдельным сериям являются случайными.

Несколько по иному вопрос о случайности различий сред-

них по отдельным сериям разрешается, если ограничиться только данными по каждой из трех серий наблюдений, и не привлекать в расчеты результаты обработки всех трех серий объединенных в одну совокупность, т. е. пользоваться в расчетах приближенным значением математического ожидания эмпирических средних. В этом случае придется определять среднюю ошибку разности средних по формуле:

$$\varepsilon_{(M_1 - M_2)} = \sqrt{\varepsilon_{M_1}^2 + \varepsilon_{M_2}^2}$$

$$\text{Вычисляем } \varepsilon_{M_1}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n} = \frac{1,288}{120} = 0,0107;$$

$$\varepsilon_{M_2}^2 = \frac{1,793}{120} = 0,01494, \quad \varepsilon_{M_2} = \frac{2,373}{120} = 0,0188,$$

Для определения случайности или существенности (неслучайности) различий между средними надо сопоставить фактическую разницу между каждой парой средних с допустимой случайной разностью средних, пределы которой (максимальное значение) зависит от выбранного коэффициента доверия P ; если по прежнему полагать $P = 0,99$, то

$$\delta = t\varepsilon = 2,58\varepsilon_{(M_1 - M_2)},$$

определим средние ошибки всех трех разностей средних

$$\varepsilon_{(M_1 - M_2)} = \sqrt{0,0107 + 0,0149} = \sqrt{0,0255} = 0,160;$$

$$\delta_{1,2} = 0,4128;$$

$$\varepsilon_{(M_1 - M_3)} = \sqrt{0,0107 + 0,0188} = \sqrt{0,0295} = 0,172;$$

$$\delta_{1,3} = 0,4437;$$

$$\varepsilon_{(M_2 - M_3)} = \sqrt{0,0149 + 0,0188} = \sqrt{0,0337} = 0,184;$$

$$\delta_{2,3} = 0,4747.$$

Фактические разности между средними по отдельным сериям: $(M_1 - M_2) = 0,37$; $(M_1 - M_3) = 0,1$ и $(M_2 - M_3) = 0,39$ меньше намеченных выше пределов, а потому их надо считать случайными, не имеющими существенного значения.

Таким образом, каким бы путем мы не подходили к оценке случайности или существенности, разности средних по отдель-

ным сериям наблюдений во всех случаях мы получаем один и тот же результат, различия средних по отдельным сериям надо считать случайными, в условиях того эксперимента, который был проведен в опытах с излучением алюминия (с зачисткой поверхности). На основании изложенного приходим к выводу, что все 3 серии наблюдений представляют одну и ту же статистическую совокупность.

III. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОТЕН ПРОСЧИТАННЫХ КЛЕТОК ПО ЧИСЛУ ПОЧЕК

Разрешение вопроса о законе распределения (кривой распределения) изучаемой величины, позволяет более глубоко исследовать особенности стохастических элементов, связанных с изучаемым процессом. Каждый тип кривой распределения обусловливается особым механизмом образования случайностей, специфика стохастического процесса изучаемого явления находит свое отражение в форме кривой распределения. Кроме того, знание типа кривой распределения уточняет наши оценки достоверности, существенности разности тех статистических показателей, которые характеризуют исследуемый эмпирический материал.

По данным таблиц 1 и 2 построены полигоны (многоугольники) распределения.

Как видно из рис. 1 мода индуцированного материала сдвинута на один интервал по сравнению с модой контрольного. Внешняя форма кривой мало соответствует наиболее распространенному типу распределения, кривой Гаусса-Лапласа (закон случайных ошибок), и напоминает закон распределения Пуассона, обуславливаемый элементарным прерывным стохастическим процессом. С распределением Пуассона мы встречаемся в радиоактивных процессах, в распределении редких элементов в каком-либо объеме, в распределении случайных точек на определенной площади и т. д. Уподобляя отдельные почки в поле зрения микроскопа геометрическим точкам, мы получаем некоторое обоснование предположению о наличии элементарного прерывного стохастического процесса, возникающего при просмотре клеток под микроскопом. Чтобы проверить сделан-

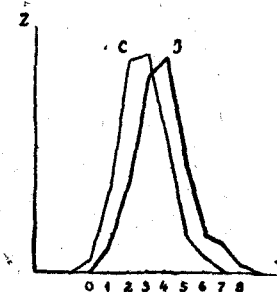


Рис. 1.

ное допущение, сопоставим эмпирические данные с теоретическими расчетами частот отдельных значений числа почек на соте клеток. Следует иметь в виду, что распределение Пуассона определяется одним параметром, математическим ожиданием — α (число почек на сотню клеток). Закон распределения Пуассона выражается уравнением:

$$P_v = e^{-\alpha} \frac{\alpha^v}{v!},$$

где P_v — вероятность появления v почек на сотню просчитанных клеток, e — основание натуральных логарифмов, α — математическое ожидание (средняя арифметическая) числа почек в сотне клеток. В таблице 5 приведено сопоставление эмпирических относительных частот с рассчитанными по формуле Пуассона вероятностям.

Сопоставление распределений эмпирических частот и теоретических вероятностей числа почек на сотню просчитанных клеток.

Таблица 5

V	Контр. блоки		Индукц. блки	
	$\frac{Z}{N}$ (эмпир.)	P_v (теор.)	$\frac{Z}{N}$ (эмпир.)	P_v (теор.)
0	0,014	0,064	—	0,023
1	0,119	0,177	0,036	0,088
2	0,306	0,243	0,130	0,165
3	0,311	0,242	0,278	0,212
4	0,189	0,160	0,308	0,196
5	0,047	0,088	0,150	0,147
6	0,014	0,010	0,047	0,093
7	—	0,016	0,039	0,046
8	—	0,002	0,011	0,021
9	—	—	—	0,009

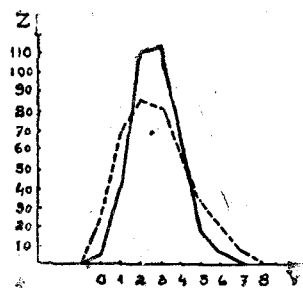


Рис.

Графическое сопоставление для контрольных блоков дано на рис. 2.

Аналогическое и графическое сопоставление отмечают меньшую дисперсию эмпирических данных по сравнению с соответствующими расчетными величинами на формуле закона распределения Пуассона. Аналитическое сопоставление дисперсий эмпирических и теоретических распределений как по отдельным сериям наблюдений, так и по всем

трем сериям дает средние квадратические отклонения (σ).

По контрольным блокам			По индуцированным блокам	
серия	эмпир.	теорет.	эмпир.	теорет.
I	1,11	1,69	1,14	1,95
II	1,14	1,58	1,34	1,97
III	1,19	1,70	1,54	1,89
По всем трем сериям	1,14	1,68	1,39	1,94

Аналитическое сопоставление дисперсий подтверждает уменьшение вариации числа почек в сотне просчитанных клеток в эмпирическом материале по сравнению с показателями дисперсии для теоретически построенных распределений. Это заставляет предполагать, что в опытном материале случайных элементов меньше, чем предусматривается условиями элементарного стохастического процесса.

При увеличении математического ожидания числа почек в связи с укрупнением поля наблюдения (напр. просмотр 500 или 1000 клеток вместо 100) распределение Пуассона приближается к распределению Гаусса — Лапласа. Учитывая это положение, можно с полным основанием пользоваться при оценке достоверности обычными правилами для выборок их нормальной генеральной совокупности. Кроме того, анализ изучаемого экспериментального материала показывает необходимость выявления и обработки распределения по числу почек сотен просчитанных клеток, т. е. значительные отклонения распределения в отдельном опыте могут служить признаком наличия особых факторов.

При графическом сопоставлении эмпирических распределений частот с теоретическим распределением кривой вероятностей Пуассона наглядно устанавливаются размеры и характер наличия стохастических условий исследуемого явления от условий элементарного прерывного стохастического процесса (терминология А. Я. Ханчина).

Рассматривая полученные кривые, видим, что материал эмпирических кривых обладает большей устойчивостью.

Вычисленные нами значения достоверности по таблице интеграла вероятностей базируется на кривой распределения Гаусса, между тем как сопоставление распределений показывает, что средняя эмпирической кривой обладает большей вероятностью, нежели это имеет место в кривой Пуассона. А потому действительные достоверности безусловно выше исчисленных по Гауссу.

У. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ

Проведенное аналитическое исследование экспериментальных дат и изучение стохастических особенностей их, изложенных выше, позволяют установить наиболее соответствующую задачам исследования и математическим обоснованную методику обработки результатов эксперимента. По каждому отдельному блоку дрожжей просчитывалось 20 сотен клеток, отдельно по индуцированным и по контрольным блокам. Чтобы иметь возможность дать количественную оценку результатов эксперимента в любом разрезе, по каждому блоку надо вычислять среднюю арифметическую числа почек на сотню клеток (M) и среднее квадратическое отклонения (σ), при помощи которого дается оценка дисперсии экспериментальных дат. А по величине дисперсии в свою очередь можно судить о точности наблюдений по отдельным сериям испытаний и об однородности исследуемого материала. Кроме того, при помощи среднего квадратического отклонения исчисляется достоверность разности средних и определяется устойчивость (надежность), найденных статистических показателей.

Учитывая сделанные выше замечания, были установлены следующие три этапа статистического анализа:

1. По каждой группе из 20 просчитанных под микроскопом сотен клеток, представляющей собой отдельный вариант опыта, составляется вариационный ряд. Для составления вариационного ряда надо определить количество сотен клеток с данным числом почек.

Полученные вариационные ряды изображаются графически при помощи многоугольников распределения и ряды по индуцированным блокам графически сопоставляются с соответствующими им рядами по контрольным блокам.

II. Вычисляются для полученных вариационных рядов средние арифметические

$$M = \frac{\sum v}{N},$$

где v — отдельные даты — число почек в каждой сотне просчитанных клеток, и средние квадратические отклонения

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (v - M)^2},$$

N — число наблюдений.

При помощи среднего квадратического отклонения σ исчисляется средняя ошибка средней арифметической

$$\epsilon_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

которая в дальнейшем применяется для оценки достоверности результатов опыта. В приведенном выше примере:

$$\epsilon_m = \frac{1,105}{\sqrt{120}} \approx 0,100.$$

III. Найденные средние по индуцированным блокам M_i и по соответствующим им контрольным блокам M_c используются для количественного определения эффекта опыта:

$$j = \frac{M_i - M_c}{M_c} 100\%$$

число j , таким образом, является окончательной оценкой опыта.

VI. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ОПЫТА

Указанная выше методика обработки позволяет точно оценить любой показатель, характеризующий результаты опыта, а также определить необходимое число наблюдений для получения результатов с заданной степенью точности. И то, и другое осуществляется при помощи таблиц интеграла вероятностей по формуле:

$$P(|\Theta - E| < t\sigma) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^t e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

Θ — эмпирическая величина, которая не должна отличаться от своего математического ожидания E больше, чем на величину $\delta = t\sigma$, при данном числе наблюдений N .

Приведенным соотношением связанным между собой три величины: 1) Коэффициент доверия P , — обычно величина близкая к единице, 2) пределы допускаемых отклонений эмпирической (выборочной) величины $\delta = t\sigma$, и 3) число наблюдений

N , включаемое в формулу σ_s , например, для средних арифметических M величина

$$\sigma_m = \frac{\sigma_v}{\sqrt{N}}$$

Увеличивая число наблюдений N , при неизменной σ_v , мы уменьшаем среднюю ошибку средней арифметической σ_m , что в свою очередь уменьшает δ при одном и том же P , или оставляя неизменной δ , при уменьшении σ_s , увеличивается t что повышает коэффициент доверия P .

Опираясь на результаты математико-статистической обработки числовых данных о влиянии на дрожжевой детектор излучения при коррозии металлов, мы можем решить два основных вопроса:

1. Насколько достоверны эффекты, как по отдельным опытам, так и по любой группе опытов, а также и по всем опытам вместе взятым.

2. Сколько надо иметь опытов, чтобы была достоверной заданная величина эффекта, учитывая те колебания средних и их разности, которые были обнаружены в настоящем исследовании.

Для оценки достоверности отдельного опыта, рассматриваемого как обособленная единица наблюдения, используется среднее квадратическое отклонение σ_v . Чтобы установить теоретические пределы возможных колебаний δ результатов отдельных опытов, обычно применяется «правило трех сигм», вытекающее из того, что при $t = 3$ мы имеем в таблице интеграла вероятностей $P = 0,9973$, т. е. только в одном из 370 случаев мы можем получить результат отдельного опыта, уклоняющийся от среднего результата больше чем на 3σ . Кроме $t = 3$ во многих расчетах принимают $t = 2,58$, для $P = 0,990$, т. е. только в одном из 100 мы можем получить результат отдельного опыта, уклоняющийся от среднего результата на величину $\delta = 2,58\sigma$. Аналогичным путем рассчитывая достоверность группы из N опытов, — только при этом расчете вместо σ берется средняя ошибка средней арифметической.

$$\epsilon_m = \frac{\sigma_v}{\sqrt{N}}$$

Решим первую из поставленных задач, дадим оценку достоверности результатов 320 опытов, проведенных в самых разно-

образных условиях (различное расстояние детектора от излучателя, различное время экспозиции, различные излучатели и пр.) для получения такой оценки были составлены вариационные ряды из средних M_t по каждому опыту для индуцированных блоков и из средних M_c — для контролей (таблицы 6 и 7).

Таблица 6

Средние по отдельным опытам	Частоты
M_t	Z_t
1,0—1,5	3
1,5—2,0	5
2,0—2,5	32
2,5—3,0	31
3,0—3,5	—
3,5—4,0	68
4,0—4,5	46
4,5—5,0	35
5,0—5,5	20
5,5—6,0	6
6,0—6,5	2
6,5—7,0	2
$N = 320$	

Таблица 7

Средние по отдельным опытам	Частоты
M_c	Z_c
1,0—1,5	7
1,5—2,0	16
2,0—2,5	40
2,5—3,0	70
3,0—3,5	79
3,5—4,0	53
4,0—4,5	25
4,5—5,0	17
5,0—5,5	7
5,5—6,0	3
6,0—6,5	—
6,5—7,0	1
$N = 320$	

Для каждого из составленных вариационных рядов средних были вычислены средние арифметические: M_t и M_c , и среднее квадратическое отклонение: σ_{mt} и σ_{mc} .

Результаты вычислений дали следующие величины:

1) По индуцированным блокам: $M_t = 3,7$; $\sigma_{mt} = 0,974$.

2) По контролям: $M_c = 3,2$; $\sigma_{mc} = 0,884$.

Опираясь на полученные средние величины из средних по отдельным опытам, вычисляем суммарный эффект по всем 320 опытам:

$$j = \frac{M_t - M_c}{M_c} 100\% = \frac{3,7 - 3,2}{3,2} \cdot 100\% = 15,63\%$$

Достоверность полученного эффекта в основном обуславливается достоверностью разности средних, которая определяется при помощи средней ошибки разности средних $d = M_t - M_c$ по формуле

$$\epsilon_d = \sqrt{\epsilon_{m_1}^2 + \epsilon_{m_2}^2 - 2\gamma\epsilon_{m_1}\epsilon_{m_2}}, \text{ где } \epsilon_{m_1} \text{ и } \epsilon_{m_2}$$

суть средние ошибки средних арифметических, а γ — коэффициент корреляции между средними для индуцированных блоков по отдельным опытам и соответствующие им средними по контролям.

Средние ошибки средних арифметических соответственно равны:

$$\epsilon_{\mu_1} = \frac{0,974}{320} = 0,054; \quad \epsilon_{\mu_c} = \frac{0,884}{320} = 0,049.$$

Коэффициент корреляции определяется формулой:

$$r = \frac{\sum (M_1 - \bar{M}_1)(M_c - \bar{M}_c)}{N \sigma_{M_1} \sigma_{M_c}}$$

и в данном случае получаем: $r = +0,83$.

Подставляем найденные величины в формуле средней ошибки разности средних

$$\epsilon_d = \sqrt{0,054^2 + 0,049^2 - 2 \cdot 0,83 \cdot 0,054 \cdot 0,049} = 0,0306.$$

Чтобы определить достоверность разности:

$$3,7 - 3,2 = 0,5, \text{ надо найти } t = \frac{d}{\epsilon_d} = \frac{0,5}{0,0306} = 16,34.$$

Найденное значение $t = 16,34$ соответствует полной практической достоверности разности 0,5 и полученного эффекта в 15,63% (уже при $t = 4$ коэффициент достоверности, — вероятность $P > 0,9999$).

Оценку достоверности полученного результата можно дать и иным путем, при посредстве пределов возможных колебаний, найденной величины при заданном коэффициенте достоверности. Полагая $P = 0,99$, имеем $t = 2,58$, отсюда отклонения найденной разности возможны в пределах $\delta = \pm 2,58$. $E^d = \pm 0,079$, т. е. только в одном из ста случаев можно ожидать, что разность средних 0,5 окажется больше 0,579 или меньше 0,421. Соответственно для эффекта по всем 320 опытам получаем $\delta = 2,47\%$, т. е. только в одном из ста случаев эффект может оказаться меньше $15,63 - 2,47 = 3,16\%$ или больше $15,63 + 2,47 = 18,10\%$. В связи с этим результат определения

эффект j и пределов возможных случайных его колебаний записывается так:

$$j = 15,63\% \pm 2,47\% \quad (P = 0,99),$$

Вопрос о достоверности суммарного результата наблюдений можно решить, опираясь непосредственно на данные об эффектах по отдельным опытам.

Вариационный ряд эффектов 282 опытов представлена в таблице 8. Обработка этого ряда дала следующие результаты:

$$M_1 = 17,45\%; \quad \sigma_1 = 13,14;$$

$$\sigma_{\mu_1} = \frac{13,14}{\sqrt{282}} = 0,78.$$

Таким образом можно считать достоверным с вероятностью $P = 0,99$ (при $t = 2,58$), что средний эффект в повторных аналогичных опытах, если число их будет около 300 (точнее 282) не выйдет за пределы: $17,45 \pm 2,58 \cdot 0,78$; т. е. будет не меньше 15,47% и не больше 19,46%. Результат обработки эффектов по 282 опытам можно записать так:

$$M_1 = 17,45 \pm 2,01\% \quad (P = 0,99)..$$

Таблица 8

$j\%$	Z_1
- 15	2
- 10	6
- 5	13
0	17
+ 5	37
+ 10	39
+ 15	37
+ 20	33
+ 25	29
+ 30	24
+ 35	20
+ 40	8
+ 45	8
+ 50	7
+ 55	2
N = 282	

VII. РАСЧЕТ ДОСТАТОЧНОГО ЧИСЛА ПРОСЧИТЫВАЕМЫХ КЛЕТОК В ОПЫТЕ

Полученные результаты статистической обработки массового материала наблюдений могут быть использованы для расчета достаточного числа наблюдений при заданном проценте эффекта и его достоверности. Чтобы получить все необходимые для такого расчета сводные статистические показатели помимо вариационных рядов из средних по каждому из 320 опытов (таблицы 6, 7), были составлены вариационные ряды из средних квадратических отклонений σ отдельных опытов. Такие вариационные ряды приведены в таблицах 9, 10.

Таблица 9
Индукция

σ_I	Z_I
0,6—0,7	4
0,8—0,9	26
1,0—1,1	69
1,2—1,3	103
1,4—1,5	69
1,6—1,7	32
1,8—1,9	12
2,0—2,1	2
2,2—2,3	2
N = 320	

Таблица 10
Контроль

σ_c	Z_c
0,6—0,7	6
0,8—0,9	35
1,0—1,1	96
1,2—1,3	87
1,4—1,5	69
1,6—1,7	11
1,8—1,9	6
2,0—2,1	5
2,2—2,3	2
N = 320	

Распределение средних арифметических и средних квадратических отклонений по каждому опыту для индуцированных и контрольных блоков представлены в графиках 3, 4, 5 и 6.

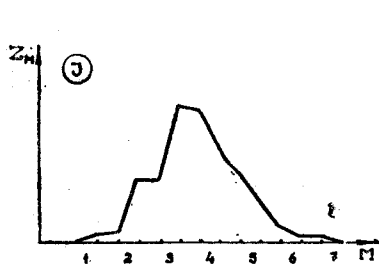


Рис. 3.

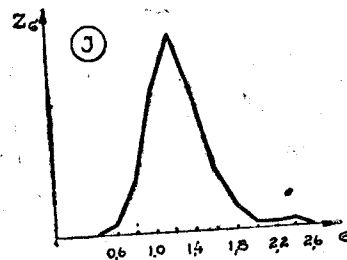


Рис. 4.

Графики показывают, что распределение средних арифметических и средних квадратических отклонений по контролям вполне соответствует теоретически ожидаемым распределени-

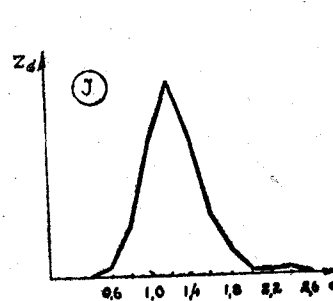


Рис. 5.

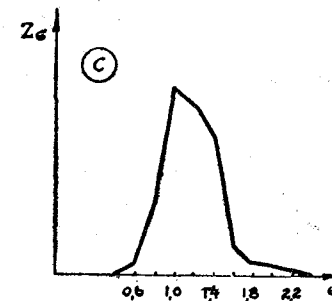


Рис. 6.

ям: распределение Гаусса—Лапласа для M и асимметричное, близкое к биномиальному распределению для σ . Такие же графики по индуцированным блокам значительно отклоняются от теоретически ожидаемых, что свидетельствует о наличии дополнительных факторов вариации в индуцированных блоках, таких факторов, которых нет в контрольных блоках.

Результаты статистической обработки вариационных рядов из средних арифметических (таблицы 6 и 7) и из средних квадратических отклонений сведены в таблице 11.

Таблица 11

	Индукция		Контроль	
	M	σ	M	σ
Для ряда из средн. арифм.	$M_0 = 3,7$	$\sigma_M = 0,974$	$M_0 = 3,2$	$\sigma_M = 0,884$
Для ряда из средн. квадр. откл. . . .	$M_\sigma = 1,24$	$\sigma_\sigma = 0,281$	$M_\sigma = 1,18$	$\sigma_\sigma = 0,273$

Найденные величины M_σ и σ_M позволяют найти по формуле сложения дисперсий:

$$\sigma_0^2 = \sigma_M^2 + M_\sigma^2.$$

Среднее квадратическое отклонение для одной просчитанной

сотни клеток, как при индуцированных блоках, так и по контролям, опираясь на результаты наблюдений 6400 сотен клеток в различных опытах:

По индуцированным блокам:

$$\sigma_0(I) = \sqrt{(1,24)^2 + (0,974)^2} = 1,575.$$

По контролям

$$\sigma_0(C) = \sqrt{(1,18)^2 + (0,884)^2} = 1,471.$$

При помощи найденных средних квадратических отклонений отдельного наблюдения (сотни просчитанных клеток) надо определить среднее квадратическое отклонение разности между числами почек на сотню клеток в индуцированном блоке и в контроле, т. е. определить среднюю ошибку одной пары просчитанных сотен. При этом предполагаем независимость между числом почек на сотню клеток в контроле, что равносильно допущению равенства $r = 0$, т. е. величина для расчета достаточного числа наблюдений выбирается наибольшая из возможных, что делает расчет более достоверным.

$$\sigma_{(x-y)} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2r\sigma_x\sigma_y}$$

Средняя ошибка разности для одной пары клеток

$$\sigma_d = \sqrt{(1,575)^2 + (1,471)^2} = 2,155.$$

Средняя ошибка разности по нескольким парам просчитанных сотен клеток зависит от числа их N и уменьшается пропорционально $\sqrt{N}$.

Формула средней ошибки разности средних, если известна средняя ошибка разности одной пары наблюдений или измерений, такова

$$\varepsilon_d = \frac{\sigma_d}{\sqrt{N}}.$$

Для определения достоверности эффекта:

$$j = \frac{M_I - M_C}{M_C} 100\%$$

заметим, что разности:

$$M_I - M_C = \frac{j \cdot M_C}{100}.$$

Найденная выше средняя по контролю $M_C = 3,2$ обладает достаточной устойчивостью и ее случайные колебания не могут оказать существенного влияния на расчет достаточного числа наблюдений при заданной величине эффекта. Средняя ошибка M_C определяется величиной:

$$\varepsilon_{M_C} = \frac{0,884}{320} = 0,049,$$

а это значит, что только в одном из ста случаев средняя по контролю может отклоняться от 3,2 почки на сотню клеток на величину:

$t_{\varepsilon_{M_C}} = 2,58 \cdot 0,049 = 0,126$, т. е. случайные колебания возможны только в пределах от 3,074 до 3,326. Поэтому в правой части приведенного выше равенства разности средних ($M_I - M_C$) можно взять $M_I = 3,2$ для расчета ее достоверности. В настоящем исследовании средняя ошибка разности средних ($M_I - M_C$) в зависимости от числа наблюдений определяется величиной

$$\varepsilon_d = \frac{2,155}{\sqrt{N}}.$$

Чтобы разность ($M_I - M_C$) была достоверной, она должна быть не меньше 2,58 (при $t = 2,58$ мы имеем $P = 0,99$).

Отсюда получаем неравенство, по которому можно рассчитывать достаточное число наблюдений (число пар просчитанных сотен) чтобы иметь достоверным эффект j при различной его величине: 5%, 10%, 15%, и т. д.

$$j \frac{3,2}{100} \geq 2,58 \frac{2,155}{\sqrt{N}}$$

откуда, имея в виду, что мы рассматриваем только положительные значения j , получаем $j \sqrt{N} > 172,94$ или

$$N \geq \frac{29898}{j^2} \approx \frac{30000}{j^2}$$

Например, чтобы иметь достоверным 10%-й эффект надо просчитать не меньше: $\frac{30000}{10^2} = 300$ пар сотен клеток.

Чтобы иметь достоверным 20%-й эффект, достаточно просчитать $\frac{30000}{20^2} = 75$ пар сотен клеток и т. д. В таблице 12 дана

зависимость числа просчитанных пар клеток в тысячах от величины эффекта j , достоверность которого P должна быть не меньше 0,99. Эта же зависимость представлена на рис. 7.

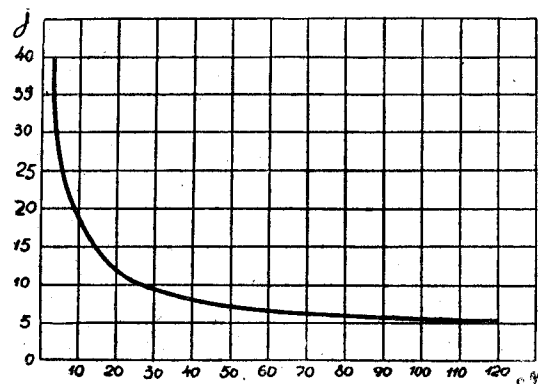


Рис. 7.

Таблица 12

Зависимость между j и N при $P = 0,99$

j	5	10 •	15	20	25	30	35	40
N	119,7	29,9	13,2	не меньше 7,5 4,8		8,5	2,4	1,7
n	60	15	6	4	2	2	1	1

N — число просчитанных пар клеток в тысячах.

j — эффект в %.

n — число опытов при 2 тысячах просчитанных клеток.

ВЫВОДЫ

1. Экспериментальное среднее квадратическое отклонение оказалось меньше соответствующего теоретического. Экспериментальное $\sigma_v = 1,134$, теоретическое $\sigma_v = 1,63$. Это обстоятельство требует особого внимания, так как обычно экспериментальное среднее квадратическое отклонение больше соответствующего теоретического, что связано с дополнительными

факторами вариации, изучаемой величины, не учтенными в теоретическом расчете.

Причем это имеет место как в контрольном материале, так и в индукционном. В индукционном материале мы имеем такие результаты σ (теор.) = 1,904 и σ (экспер.) = 1,392.

2. Дисперсия в индуцированном материале $\sigma_i^2 = 1,9388$ значительно больше дисперсии контролей, для которых $\sigma_c^2 = 1,2875$. Это свидетельствует о наличии в индуцированном материале таких факторов вариации числа почек в сотне, которых нет в контрольном материале.

3. Сопоставление распределений показывает, что средняя эмпирической кривой обладает большей вероятностью нежели это имеет место в кривой Пуассона. А потому действительные достоверности безусловно выше исчисленных по Гауссу (вычисленные нами значения достоверности по таблицам интеграла вероятности базируются на кривой распределения Гаусса).

4. Коэффициент корреляции между средними для индуцированных блоков по отдельным опытам и соответствующие им средними по контролям оказался равным $r = +0,83$.

5. Суммарный эффект излучения обладает исключительно большим значением достоверности (при $t = 4$ коэффициент достоверности $P > 0,9999$, на основании наших данных $t = 16,34!$).

Кстати говоря, дальнейший экспериментальный материал полностью подтвердил указанное заключение.

6. На основании статистического анализа 320 опытов получена формула (и соответствующая номограмма), по которой можно рассчитать число наблюдений (число пар просчитанных сотен) N , достаточное, чтобы иметь достоверным ($P = 0,99$) эффекта j при различной его величине.

Кандидат технических наук доцент А. Д. КОРОБ

ВОПРОСЫ ЭКОНОМИКИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧ

Вопросы снижения стоимости проектируемой конструкции имеют важное значение для народного хозяйства. При проектировании машин и их элементов конструктор, естественно, стремится получить конструкцию наименьшей стоимости, удовлетворяющую условиям прочности, долговечности и другим требованиям.

Однако, чаще всего не представляется возможным при проектировании сравнить стоимость конструкций, выполненных по каждому из возможных вариантов, на основе калькуляции. Поэтому при выборе варианта обычно конструктор решает вопрос стоимости конструкции интуитивно и может при этом принять ошибочное решение.

Вместе с тем, во многих случаях возможно провести исследование в общем виде сравнительной стоимости конструкции при различных возможных вариантах расчетных параметров, на основе которых можно сделать некоторые выводы в отношении выбора варианта конструкции наименьшей стоимости при прочих равных условиях.

Известно, что при проектировании передачи зубчатой цепью обычно имеется ряд возможных вариантов основных параметров, которые в одинаковой мере удовлетворяют заданным условиям.

Так, можно выбрать цепь с меньшим шагом и соответствующе увеличенным числом зубьев ведущей звездочки. Можно также принять различную ширину цепи за счет шага или числа зубьев звездочки.

Какая же конструкция из числа возможных вариантов является более выгодной в отношении ее стоимости? Этот, весьма важный для конструктора вопрос неосвещен в достаточной мере в литературе.

В настоящей работе сделана попытка анализа стоимости передачи зубчатой цепью по укрупненным показателям, на основе которого даются некоторые рекомендации по выбору варианта параметров передачи наименьшей стоимости при прочих равных условиях.

В расчетах стоимость всей передачи определялась суммированием стоимости цепи и обеих звездочек. При этом цены на зубчатые цепи приняты по прейскуранту [3], а стоимость звездочек определена по весу, исходя из средней стоимости 1 кг. готовых зубчатых колес по прейскуранту [4]. Стоимость рассчитана условно в ценах 1950 г.

Как известно, расчет зубчатой цепи рекомендуется вести из условий износа по следующей зависимости [1]:

$$b \geq \frac{N}{3,1 v} \frac{900 + n}{d \sqrt{z}} \frac{K_s}{K_d}, \quad (1)$$

где N — мощность в л. с.,

v — скорость в м/сек.,

z — число зубьев ведущей звездочки,

n — число оборотов в мин. той же звездочки,

d — диаметр валика зубчатой цепи в мм.,

K_s — коэффициент эксплуатации передачи,

K_d — коэффициент центробежного воздействия.

Принимая приближенно, что

$$V \cong \frac{ztn}{60 \cdot 1000},$$

где t — шаг цепи в мм., можно зависимость (1) привести к такому виду:

$$bdtz^{\frac{3}{2}} \geq 19350 \frac{N}{n} \left(900 + n \right) \frac{K_s}{K_d} \quad (2)$$

Для данных нагрузок и условий работы передачи, т. е. при постоянных значениях N , n , K_d и K_s получим, что

$$bdtz^{\frac{3}{2}} = \text{const.} \quad (3)$$

Так как диаметр валика d имеет определенное значение для каждого шага цепи, то остаются три параметра: ширина b , шаг цепи t и число зубьев ведущей звездочки z , варьируя которыми можно получить ряд вариантов передач, пригодных для заданных условий.

Для определения возможных вариантов указанных основных параметров удобно пользоваться номограммой, приведенной в нашей работе [2].

С целью оценки экономической целесообразности того или иного варианта сравним стоимость передач, осуществленных по возможным вариантам основных параметров.

Так, определим сначала влияние на стоимость передачи изменения шага цепи за счет соответствующего числа зубьев ведущей звездочки при постоянной ширине цепи. Как это видно из зависимости (3), с увеличением числа зубьев звездочки можно применить цепь с меньшим шагом.

Для сравнения стоимости рассмотрим 4 характерные группы вариантов передач, рассчитанных на одинаковые условия нагружения.

В каждой из этих групп принято рекомендуемое минимальное (или близкое к таковому) число зубьев звездочки для одного из значений шага цепи $5/8''$, $3/4''$, $1''$ и $1 1/4''$. Далее, дается соответствующее число зубьев звездочки для остальных значений шага, округленное до целого числа, удовлетворяющее зависимости (3) при постоянной ширине цепи.

Значения чисел зубьев звездочек для каждого шага цепи в указанных группах I, II, III, IV даны в таблице 1.

Таблица 1

№№ групп вариантов	I	II	III	IV
шаг t				
$1 1/4''$				21
$1''$			21	29
$3/4''$		19	29	40
$5/8''$	17	24	37	52
$1/2''$	22	31	48	68

Ниже для этих четырех групп вариантов дана стоимость пе-

редач при различных значениях других параметров передачи: межцентрового расстояния E и передаточного числа i .

Как известно [1], межцентровое расстояние цепной передачи рекомендуется выбирать в зависимости от шага цепи в пределах

$$E = (30 + 60) t$$

Наряду с этим, нередко случаи, когда межцентровое расстояние задано и должно быть сохранено независимо от выбранного шага цепи.

Для возможности обобщения результатов по сравнительной стоимости передач в дальнейших расчетах приняты достаточно большие диапазоны значений параметров E и i .

Стоимость определялась для предельных значений в данном диапазоне.

Так, для всех вариантов, приведенных в табл. I, рассчитана стоимость передачи при двух межцентровых расстояниях, изме-

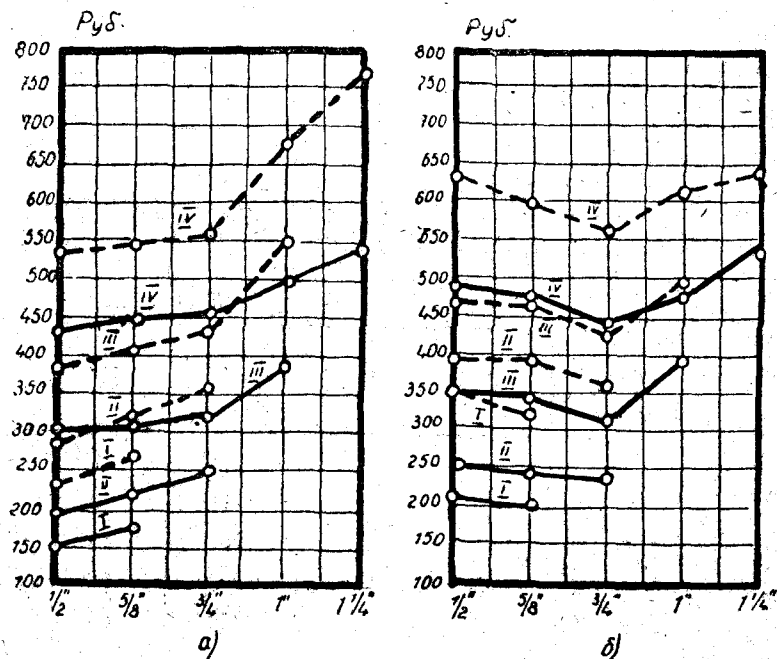


Рис. 1.

няющихся в зависимости от шага: $E = 30t$ и $E = 60t$, а также при двух постоянных значениях: $E = 600$ мм и $E = 1200$ мм.

Для тех же передач ниже показаны стоимости при передаточных числах $i = 1$ и $i = 4$. Сравнения стоимости передач с большим значением передаточного числа лишены интереса по следующим соображениям. Так как максимально допустимое число зубьев ведомой звездочки $z_{max} \leq 140$, то при передаточном числе $i = 5$ число зубьев ведущей звездочки $z \leq 28$, а при $i = 6$ $z \leq 23$. Имея в виду, что рекомендуемое минимальное

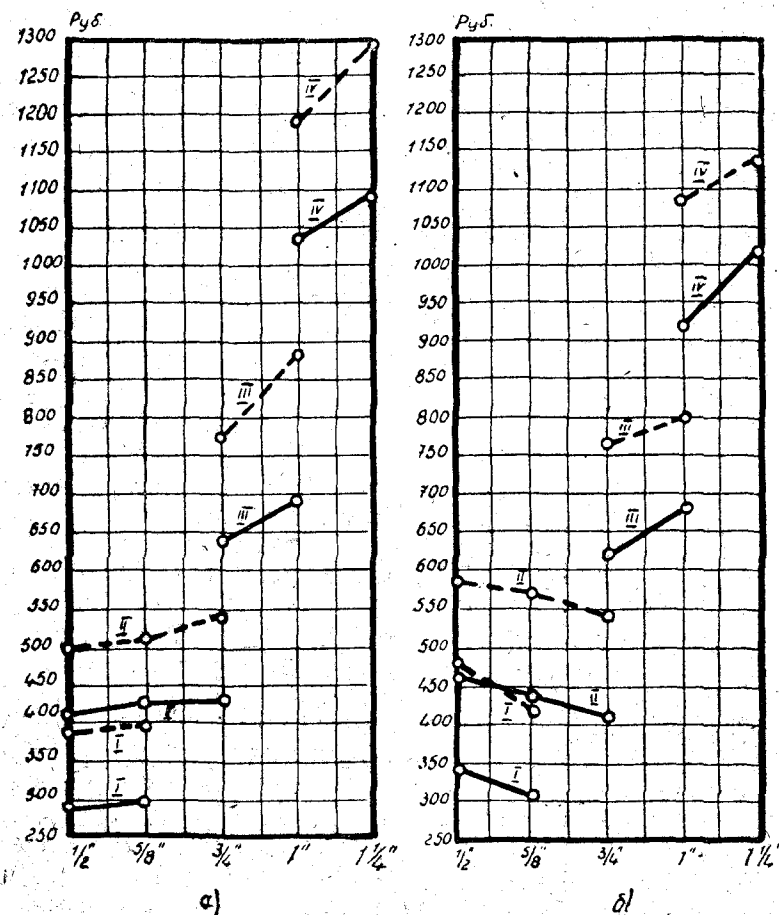


Рис. 2.

число зубьев ведущей звездочки $z = (17 \div 21)$, можно видеть, что вариантность передач за счет изменения числа зубьев очень ограничена при больших значениях передаточного числа.

На рис. 1 приведены графики стоимости передач (в рублях) для указанных в табл. 1 четырех групп вариантов (I, II, III, IV) с передаточным числом $i = 1$; причем на рис. 1а дана стоимость указанных передач при $E = 30t$ (условными сплошными линиями) и при $E = 60t$ (условными пунктирными линиями), а на рис. 1б дано то же при постоянных двух значениях $E = 600$ мм (сплошными линиями) и $E = 1200$ мм (пунктирными линиями).

На рис. 2 дано то же для передач с $i = 4$. Здесь на рис. 2а и рис. 2б сохранены такие же обозначения, что и соответственно на рис. 1а и 1б. Так как число зубьев ведомой звездочки не должно превышать значения $z_{\max} = 140$, то в передачах с $i = 4$ (рис. 2) рассмотрены только те варианты из табл. 1, в которых число зубьев меньшей зубчатки $z \leq 35$.

Как выше было отмечено, стоимости передач, показанные на рис. 1 и 2, определены для вариантов с постоянным значением ширины цепи, которая условно принята $b = 78,5$ мм.

Так как стоимость зубчатых цепей согласно прейскуранту [3] пропорциональна их ширине, а стоимость звездочки можно также приближенно считать пропорциональной их ширине, то те же соотношения стоимостей передач сохраняются и при любой другой ширине цепи.

Из приведенных выше графиков (рис. 1а и рис. 2а) видно, что при постоянной ширине цепи и межцентровом расстоянии, выбранном в зависимости от шага, уменьшение шага за счет соответствующего увеличения числа зубьев звездочки ведет к снижению стоимости передачи.

Если же межцентровое расстояние задано и должно быть сохранено при любом варианте (рис. 1б и рис. 2б), то те же выводы можно сделать только для цепей с большим шагом $1\frac{1}{4}"$, $1"$ и $\frac{3}{4}"$. Дальнейшее уменьшение шага с $\frac{3}{4}"$ на $\frac{5}{8}"$ и на $\frac{1}{2}"$ дает некоторое повышение стоимости передачи.

Рассмотрим вопрос о том, как влияет уменьшение шага и увеличение числа зубьев звездочки на габариты передачи. В табл. 2 приведены диаметры ведущих звездочек (в мм.) для четырех групп вариантов передач, приведенных в табл. 1. Данные табл. 2 показывают, что с уменьшением шага до ближайшего его значения за счет увеличения числа зубьев дает в ос-

Таблица 2

№№ групп вариантов шаг t	I	II	III	IV
$1\frac{1}{4}"$				210,7
$1"$			168,5	233,5
$\frac{3}{4}"$		114,2	175,2	242,1
$\frac{5}{8}"$	84,9	120,6	186,5	262,5
$\frac{1}{2}"$	88,3	124,9	193,8	274,7

новном небольшое увеличение диаметра звездочки в пределах $(4 \div 10) \%$.

Переходим теперь к оценке влияния изменений ширины цепи за счет шага при постоянном числе зубьев звездочки.

Приняв в зависимости (3) $z = \text{const}$ получим, что для заданных условий нагружения

$$bdt = \text{const}, \quad (4)$$

т. е. ширина цепи обратно пропорциональна произведению bt . Как было указано выше, диаметр валика цепи имеет постоянное значение для каждого шага цепи.

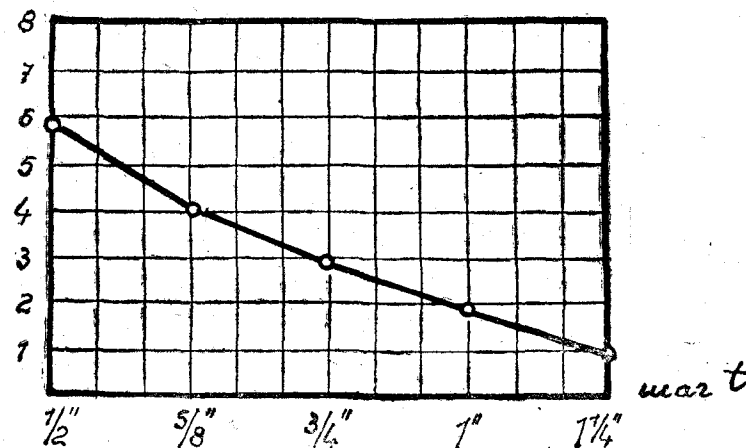


Рис. 3.

На рис. 3 показана зависимость между шагом и шириной цепи, в которой для цепи с шагом $1\frac{1}{4}$ " принята ширина $b = 1$ см и показана соответствующая ширина для цепей с другими значениями шага при одинаковых нагрузках.

На рис. 4 приведены графики стоимости (в рублях) передачи в соответствии с условием (4) при постоянном числе зубьев ведущей зубчатки $z = 21$. То же при $z = 35$ дано на рис. 5.

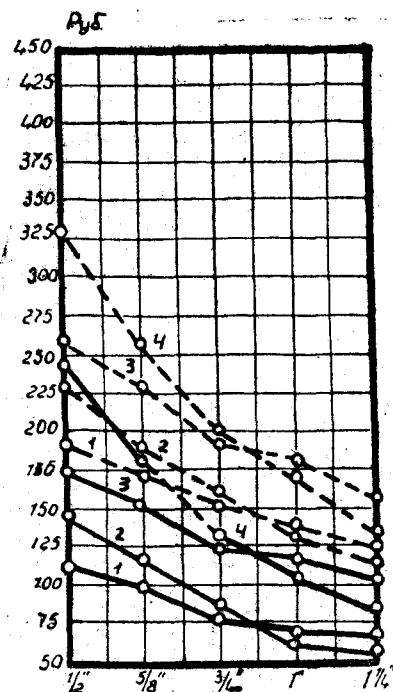


Рис. 4.

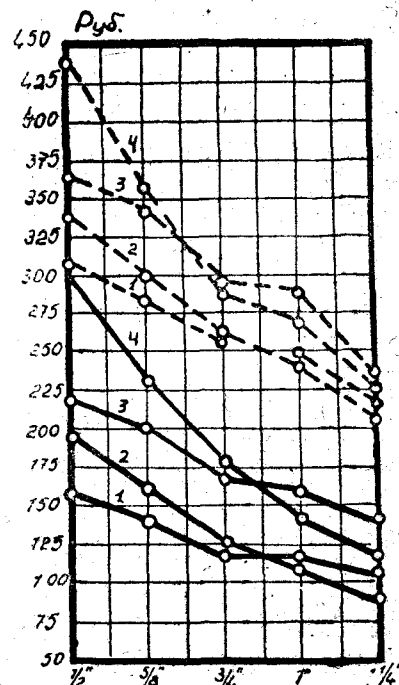


Рис. 5.

В обоих указанных рисунках условные сплошные линии относятся к передачам с передаточным числом $i = 1$, а пунктирные — к передачам с $i = 4$. Кроме того, в этих рисунках введены следующие обозначения. Ломанными линиями 1 соединены стоимости передач при межцентровом расстоянии $E = 30t$, линиями 2 — при $E = 60t$.

Стоимость передач с постоянными значениями межцентрового расстояния $E = 600$ мм показаны линиями 3 и 4.

$E = 1200$ мм — линиями 4. В расчетах стоимости здесь принята ширина цепи $b = 1$ см при шаге $t = 1\frac{1}{4}$ ", а для остальных значений шага ширина увеличена в соответствии с зависимостью, показанной на рис. 3.

Как уже отмечалось, стоимость передачи можно считать пропорциональной ширине цепи. Поэтому сравнительные данные стоимости, показанные на рис. 4 и рис. 5, остаются в силе и для других значений ширины цепи.

Из приведенных на рис. 4 и рис. 5 данных видно, что при постоянном числе зубьев звездочки уменьшение шага за счет увеличения ширины цепи приводит при всех условиях к удорожанию передачи.

Резюмируя изложенное можно высказать следующие общие соображения по выбору оптимального варианта основных параметров передачи зубчатой цепью в связи с влиянием экономических факторов.

Из числа возможных вариантов при прочих равных условиях более выгодными являются:

1) передачи с меньшей шириной цепи с соответственно большим шагом (или числом зубьев звездочки);

2) Передачи с меньшим шагом за счет соответственно увеличенного числа зубьев при межцентровом расстоянии, выбираемом в функции от шага.

В случаях заданного постоянного значения межцентрового расстояния уменьшение шага снижает стоимость передачи только в пределах $t = (1\frac{1}{4}" - \frac{3}{4}")$. Дальнейшее уменьшение шага с $\frac{3}{4}"$ на $\frac{5}{8}"$ и на $\frac{1}{2}"$ дает некоторое повышение стоимости передачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. «Детали машин» под редакцией проф. Саверина. Машгиз, 1951 г.
2. А. Д. Короб, Номограмма для расчета передач зубчатой цепью. Труды Одесского Института Инженеров Мукомольной Промышленности и Элеваторного Хозяйства имени И. В. Сталина, выпуск IV, 1952 г.
3. Прейскурант оптовых цен на зубчатые цепи на 1950 г.
4. Прейскурант оптовых цен на оборудование, приборы, литье и поковки. Металлургиздат, 1949 г.

Кандидат технических наук В. Ф. МАЛЬЦЕВ

РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РОЛИКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ СВОБОДНОГО ХОДА

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В различных машинах, и прежде всего в машинах автоматического и полуавтоматического действия, а также в некоторых приборах, появляется необходимость в преобразовании колебательных или возвратно-поступательных движений в прерывистое или непрерывное движение в одном каком-либо направлении; в предотвращении движения в обратном направлении; в автоматическом включении и выключении ведущего и ведомого элементов машины или механизма, в зависимости от соотношения скоростей этих элементов. Перечисленные функции в технике выполняются с помощью механизмов свободного хода. Наиболее широкое распространение в различных отраслях современного машиностроения нашли роликовые механизмы свободного хода. Невозможно перечислить все случаи применения этих механизмов, укажем только некоторые из них, например, в приводах металлорежущих станков; транспортеров, грузоподъемных машин, в трансмиссиях автомобилей в пусковых устройствах, в механизмах авиационных двигателей, импульсивных бесступенчатых передач, домкратов, велосипедов и др.

Несмотря на это до сих пор не имеется достаточно совершенного расчета этих механизмов на прочность, а методов расчета на долговечность вообще не существует.

Точно также отсутствуют проектные методы расчета.

В большинстве литературных источников [1, 2, 3] рекомендуются поверочные расчеты, посредством которых определяют

ся наибольшие напряжения сжатия на поверхностях контакта вне зависимости от условий работы механизма.

В данной статье рассматривается вопрос проверочного и проектного расчета роликовых механизмов свободного хода с учетом действительных условий их работы.

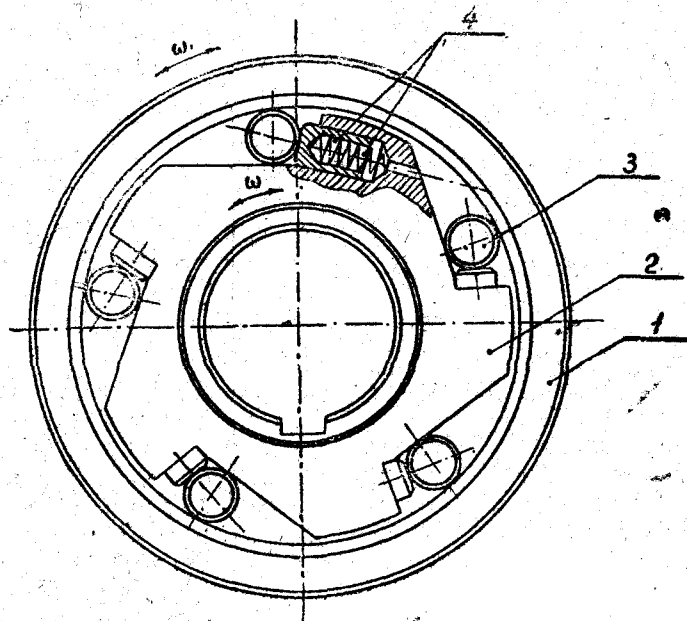


Рис. 1.

Чаще всего встречаются механизмы свободного хода (рис. 1), состоящие из внутренней обоймы — звездочки 2, роликов 3, наружной обоймы 1 с внутренней цилиндрической поверхностью и прижимного устройства 4. При вращении внутренней обоймы относительно наружной по часовой стрелке ролики, перекатываясь по поверхностям обойм, устремляются в более узкую часть пространства между обоймами и заклиниваются между ними. При относительном движении внутренней обоймы против часовой стрелки ролики выкатываются в более широкую часть пространства между обоймами и жесткая связь между обоймами нарушается.

Крутящий момент, передаваемый одним роликом механизма свободного хода меняется в зависимости от ряда факторов:

вида и назначения машины, величины приводимых в движение масс, режима включения, точности изготовления основных деталей. Вследствие этого необходимо размеры механизма определять не по среднему (номинальному) крутящему моменту, а по увеличенному расчетному моменту.

Вследствие наличия погрешностей при изготовлении как роликов, так и рабочих поверхностей обойм не все ролики будут равномерно передавать действующий крутящий момент. Это обстоятельство при определении расчетной нагрузки следует учесть коэффициентом K_r , который (будем называть коэффициентом точности. Этот коэффициент определяет собой долю заклиненных роликов, т. е. роликов несущих нагрузку.

Величина K_r колеблется в зависимости от точности изготовления механизма от 0,65 до 0,9.

Таким образом, расчетный момент M_p можно определить

$$M_p = \frac{MK}{K_r}, \quad (1)$$

где: M — номинальный крутящий момент;

K — коэффициент режима.

Все роликовые механизмы свободного хода можно разбить в зависимости от числа циклов нагружения (включения и выключения) на две группы. К первой группе относятся механизмы с малым числом циклов работы, например, остановки транспортеров и подъемных механизмов, самозажимные патроны, пусковые устройства автомобилей и др. Вторую группу составляют механизмы с большим числом циклов работы, например, механизмы автоматов, импульсивных вариаторов, трансмиссий автомобилей и др.

Размеры ролика и рабочих поверхностей обойм механизмов первой группы могут быть рассчитаны из условия прочности на смятие по максимальным давлениям, возникающим на площадках контакта ролика и обойм.

Рабочие поверхности механизмов второй группы подвержены многократному нагружению и, следовательно, должны рассчитываться по контактным напряжениям на выносливость. При этом необходимо учесть, что в процессе работы роликового механизма свободного хода, ролики и обоймы с цилиндрическими рабочими поверхностями каждый раз при заклинивании соприкасаются в разных точках, в то время, как площадка кон-

такта звездочки (дет. 2, рис. 1) находится в одном и том же месте. Поэтому в смысле поверхностного износа рабочая поверхность звездочки является наиболее уязвимым местом механизма. Последнее утверждение всецело подтверждается опытом эксплуатации роликовых механизмов свободного хода. У механизмов с большим числом циклов работы наблюдается поверхностное выкрашивание на площадке контакта звездочки.

Таким образом, расчет этих механизмов необходимо производить на выносливость по контактным напряжениям в месте соприкосновения поверхности звездочки с роликом.

РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ С МАЛЫМ ЧИСЛОМ ЦИКЛОВ ЗАКЛИНИВАНИЯ

На рис. 2 изображена схема роликового механизма, на которой показаны действующие усилия в период равновесного заклиненного состояния.

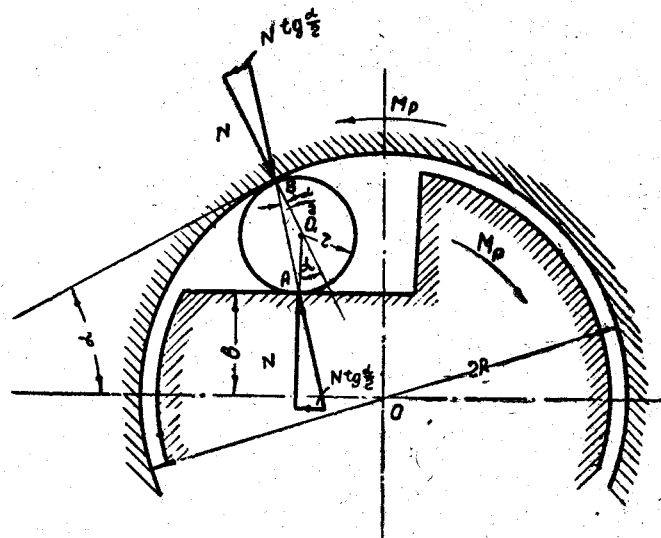


Рис. 2.

Крутящий момент можно выразить

$$M_p = ZRN \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad (2)$$

где Z — число роликов;

R — радиус отверстия наружной обоймы в см;

N — нормальное усилие в кг;

α — угол заклинивания.

Максимальное давление, возникающее на середине площадки контакта определится по известной формуле:

$$P_0 = 0,418 \sqrt{\frac{NE_n}{l\rho_n}}, \quad (3)$$

где E_n — удвоенный приведенный модуль упругости материалов поверхностных слоев контактирующих элементов в кг/см²;

l — длина ролика в см;

ρ_n — приведенный радиус кривизны в см.

В месте контакта ролика с внутренней обоймой

$$\frac{1}{\rho_n'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{R} = \frac{R-r}{Rr}, \quad (4)$$

а в месте контакта с плоскостью звездочки получим:

$$\frac{1}{\rho_n''} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{r}. \quad (5)$$

Обозначим E_1 , E_2 и E_p — модули упругости материалов поверхностных слоев наружной обоймы, внутренней обоймы и ролика, тогда на основании формул (2), (3), (4) и (5) максимальное давление P_0' в месте соприкосновения ролика и наружной обоймы и максимальное давление P_0'' на площадке контакта ролика и звездочки найдется:

$$P_0' = 0,59 \sqrt{\frac{M_p E_1 E_p (R-r)}{l Z R^2 r (E_1 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}}. \quad (6)$$

$$P_0'' = 0,59 \sqrt{\frac{M_p E_2 E_p}{l Z R r (E_2 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}}. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) могут быть использованы для проверочных расчетов.

Длину ролика обычно определяют в зависимости от диаметра ролика. Обозначим отношение длины ролика к его диаметру через K_2 , т. е.

$$K_2 = \frac{l}{d}.$$

Для того, чтобы ролики не перекашивались в механизме принимают $K_2 \geq 1$.

В существующих конструкциях роликовых механизмов свободного хода K_2 имеет значения от 1 до 4.

С целью уменьшения радиальных габаритов механизма эту величину следует выбирать по возможности большей.

Для проектировочных расчетов, на основании формулы (7), при условии $E_p = E_2 = E$ определим величину диаметра ролика

$$d = 0,888 \sqrt[3]{\frac{M_p E}{Z K_1 K_2 R_d^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}}, \quad (8)$$

где R_d — допускаемое контактное напряжение сжатия.

$$K_1 = \frac{R}{r}.$$

Для механизмов, основные детали которых выполнены из качественной стали с надлежащей закалкой, можно считать, что $E = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, $R = 20000 \text{ кг/см}^2$. [1]

При проектировании новых механизмов можно рекомендовать $K_1 = 8$, $K_2 = 2$, $\alpha = 7^\circ$, тогда диаметр ролика найдется

$$d = 0,153 \sqrt[3]{\frac{M_p}{Z}}. \quad (9)$$

Необходимо заметить, что целесообразно в качестве роликов применять ролики роликовых подшипников. При этом по расчетной величине диаметра ролика и выбранному значению K_2 следует подобрать ролик из ассортимента выпускаемых нашими подшипниковыми заводами.

По формулам определяем

$$R = K_1 r; \quad b = r [(K_1 - 1) \cos \alpha - 1].$$

Ориентировочные значения K_1 , K_2 и Z можно выбрать по таблице 1, в которой приводятся эти величины для механизмов различного назначения.

Таблица 1

Вид привода или машины	Z	K_1	K_2
Токарные автоматы	3 ÷ 6	7 ÷ 9	1,5 ÷ 3
Импульсный вариатор	5 ÷ 8	5 ÷ 6	2 ÷ 4
Роликовые фрикционные остановки транспортеров и подъемных механизмов	4	8	1,25 ÷ 1,5
Привод нагнетателя авиационного двигателя	8 ÷ 10	7 ÷ 9	1 ÷ 1,3
Трансмиссии автомобилей	8 ÷ 20	9 ÷ 15	1,5 ÷ 1,3
Задняя втулка велосипеда	5	6	2
Автомобильные пусковые устройства	4 ÷ 5	5 ÷ 6	1,25 ÷ 1,5
Самозажимные роликовые патроны	3	6 ÷ 8	1,5

На рис. 3 изображена схема механизма с наружной звездочкой.

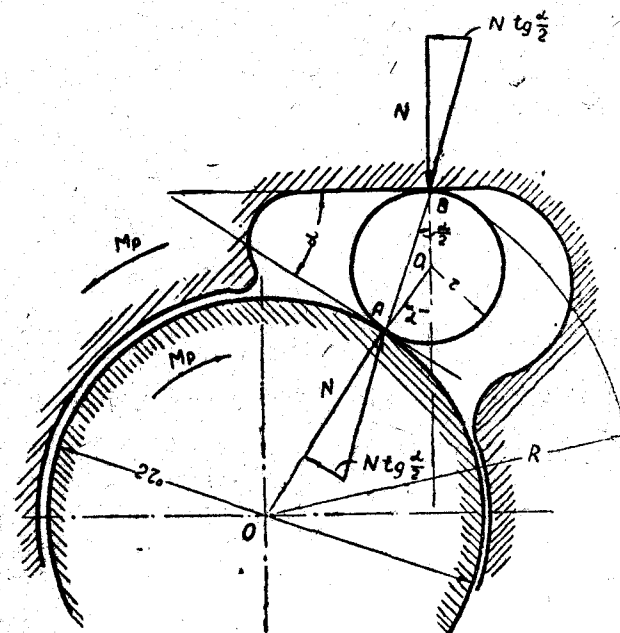


Рис. 3.

Крутящий момент для этого механизма найдется

$$M_p = Z r_0 N \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2},$$

где r_0 — радиус внутренней обоймы.

Максимальное давление в месте соприкосновения ролика и наружной обоймы определится:

$$P_0' = 0,59 \sqrt{\frac{M_p E_1 E_p}{Z r_0^2 l r (E_1 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (10)$$

и соответственно в месте контакта ролика и внутренней обоймы.

$$P_0'' = 0,59 \sqrt{\frac{M_p E_2 E_p (r_0 + r)}{Z r_0^2 l r (E_2 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (11)$$

На основании последней формулы, при $E_p = E_2 = E$ определим диаметр ролика

$$d = 0,888 \sqrt[3]{\frac{M_p E (K_1 - 1)}{Z (K_1 - 2)^2 K_2 R_d^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (12)$$

где

$$K_1 = \frac{r_0 + 2r}{r}.$$

При $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см², $R = 20000$ кг/см², $K_1 = 8$, $K_2 = 2$, $\alpha = 7^\circ$, получим

$$d = 0,177 \sqrt[3]{\frac{M_p}{Z}} \quad (13)$$

Для данного случая

$$r_0 = r (K_1 - 2)$$

$$b = r [(K_1 - 1) \cos \alpha + 1].$$

РАСЧЕТ МЕХАНИЗМОВ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ ЦИКЛОВ ЗАКЛИНИВАНИЯ

Ранее было указано, что при заклинивании ролик закатывается в узкую часть пространства между рабочими поверхностями обойм, а при расклинивании выкатывается в более широкую часть этого пространства. Таким образом, в момент приложения и снятия нагрузки имеет место перекатывание ролика по поверхностям обойм. Все это дает основание считать, что напряженное состояние на поверхностях контакта в роликовом механизме свободного хода в моменты заклинивания и расклинивания механизма в значительной мере схоже с напряженным состоянием на поверхности зубьев зубчатых колес в зоне начальной окружности. Это подтверждается еще и тем, что на рабочей поверхности звездочки образуется характерный осповидный износ.

На основании третьей теории прочности (максимальных касательных напряжений) наиболее напряженная точка в поверхностных слоях соприкасающихся тел находится на некоторой глубине от поверхности контакта, равной 0,786 полуширины полоски контакта. При действии только нормальной нагрузки максимальное касательное напряжение для этой точки равно

$$\tau_{\max} = 0,304 P_0.$$

В период приложения нагрузки и в период заклиненного состояния механизма на поверхностях соприкосновения ролика и обойм, кроме нормальных сил действуют силы трения, которые изменяют напряженное состояние в зоне контакта и увеличивают максимальное контактное напряжение. Если принять (с некоторым запасом) наибольшее значение реализуемого коэффициента трения для заклиненного состояния 0,2, то максимальное контактное касательное напряжение при коэффициенте Пуассона равном 0,3 получит значение

$$\tau_{\max} = 0,34 P_0. \quad [1]$$

Принимая во внимание уравнение (3), определяем величину максимального контактного напряжения сдвига

$$\tau_{\max} = 0,142 \sqrt{\frac{N E_n}{l r_n}} \quad (14)$$

В месте соприкосновения ролика с рабочей поверхностью звездочки (рис. 2):

$$\tau_{\max} = 0,2 \sqrt{\frac{M_p E_2 E_p}{Z l r R (E_2 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (15)$$

При $E_2 = E_p = E$ будем иметь:

$$\tau_{\max} = 0,142 \sqrt{\frac{M_p E}{Z l r R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (16)$$

Решая последнее выражение относительно d , получим

$$d = 0,432 \sqrt[3]{\frac{M_p E}{Z K_1 K_2 R_c^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (17)$$

где R_c — допускаемое контактное напряжение сдвига.

Если обоймы и ролики выполнены с высокой твердостью рабочих поверхностей ($H_{R_c} = 62-65$), то можно принять:

$$R_c = 5000 \text{ кг/см}^2 \quad E = 2 \cdot 10^6.$$

Приняв также значения: $K_1 = 8$, $K_2 = 2$, $\alpha = 7^\circ$, найдем величину диаметра ролика

$$d = 0,188 \sqrt[3]{\frac{M_p}{Z}} \quad (18)$$

Формулы, определяющие максимальное контактное напряжение сдвига и диаметр ролика для механизма с наружной звездочкой (рис. 3), запишутся:

$$\tau_{\max} = 0,2 \sqrt{\frac{M_p E_1 E_p}{Z r_0 l r (E_1 + E_p) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (19)$$

$$d = 0,543 \sqrt[3]{\frac{M_p E_1 E_p}{Z K_2 (K_1 - 2) (E_1 + E_p) R_c^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}} \quad (20)$$

Для частного случая при вышеуказанных значениях E , R , K_1 , K_2 и α получим

$$d = 0,206 \sqrt[3]{\frac{M_p}{Z}} \quad (21)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 2, 1948.
2. Ачеркан Н. С., Расчет и конструирование металлорежущих станков, Машгиз, 1944.
3. Технический отчет НАМИ № 15, 1948.
4. Куликов Н. К., Расчет роликового механизма свободного хода на прочность «Вестник машиностроения» № 2, 1951.
5. Мальцев В. Ф., Импульсивные бесступенчатые передачи, Машгиз, 1951.

Старший преподаватель Д. Л. КОГАН

АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ПРОЕКЦИЯХ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Если нужно изобразить большой объект в крупном масштабе и это изображение должно быть максимально наглядным, то естественнее всего пользоваться перспективой. Однако и перспектива обладает крупными недостатками: периферийные части картины оказываются сильно удаленными от центра проекций, а при приближении к ним изображение становится сильно искаженным. Пользование несколькими центрами проекций дают искажения частей картины при рассматривании их с одной какой-либо точки зрения.

Особенно важны эти соображения, когда изображения относятся не к живописи, а к технике.

Уже в настоящий момент, масштабы строительства и промышленности настолько возрасли по сравнению с недалеким прошлым, что потребность изобразить крупные объекты в виде удобном для технических надобностей, является обычным явлением. При пользовании перспективой в таких случаях дают себя чувствовать упомянутые недостатки этого метода.

Для избежания этих недостатков естественно обратиться к панорамным проекциям. Тут все части картины будут в одинаковых условиях относительно единственной, а не нескольких точек зрения. Панорамные проекции во многих случаях более естественны, особенно, когда наблюдатель находится не в стороне от изображаемого крупного объекта, а окружен им.

Трудности заключаются в практическом осуществлении проектирования на кривую поверхность.

В настоящей статье имеется в виду обойти эти трудности, воспользовавшись аксонометрическим методом проекций.

Не преследуя только академические цели, а имея в виду успешное использование полезной системы изображений на практике, мы не будем рассматривать сейчас общего случая панорамного проектирования, а рассмотрим некоторый специальный случай, в котором построения значительно упрощаются.

Выбором специального случая, как это понятно будет из текста, никак не ограничиваются возможности использования панорамных проекций. Наоборот, такой выбор облегчает и увеличивает эти возможности.

Сущность панорамного проектирования с применением аксонометрического метода заключается в следующем.

Прямоугольную систему координат $O_1X_1Y_1Z_1$ с нанесенными на оси шкалами мы проектируем на цилиндрическую поверхность, ось которой параллельна оси O_1Z_1 и проходит через биссектрису угла $X_1O_1Y_1$, — из центра, находящегося на оси цилиндра. (Рис. 1).

Установим, далее, как проектируются на выбранную поверхность проекций прямые, параллельные осям координат.

Изображение фигуры на цилиндрической поверхности мы получим по координатам точек фигуры, которые мы отнесем к выбранной нами системе координат.

Все построения мы будем делать не на цилиндрической поверхности, а на ее плоской развертке. Изогнув развертку с выполненными на ней построениями, мы получим картину, которая представляет собою проекцию фигуры на цилиндрическую поверхность из выбранного центра проекций.

Пусть радиус цилиндрической поверхности проекций будет равен r , расстояние от начала координат O_1 до оси цилиндрической поверхности равно ρ , аппликата центра проекций S — точки зрения — h .

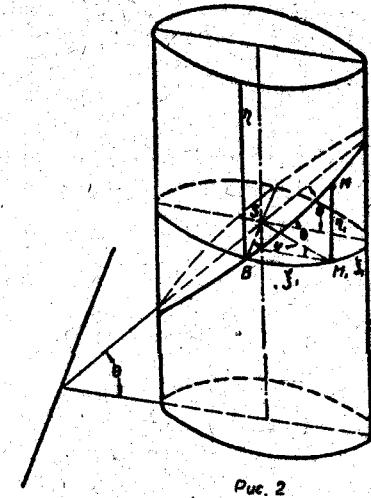
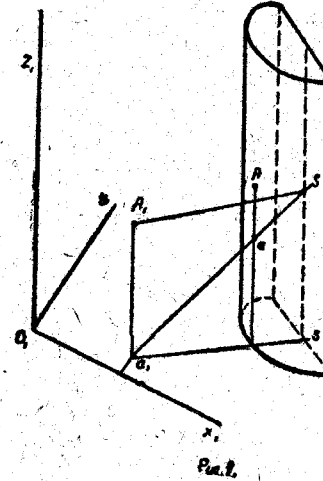
Пересечение оси цилиндра с плоскостью H назовем через s . Координаты этой точки равны —

$$\rho \frac{\sqrt{2}}{2}, \rho \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Расположим развертку цилиндрической поверхности, как это показано на рис. 3, т. е. сторону прямоугольника-развертки, равную $2\pi r$ располагаем так, чтобы она касалась ос-

нования цилиндрической поверхности в точке A пересечения O_1S с основанием цилиндрической поверхности.

Проекция прямой в бесконечности плоскости H будет прямая, параллельная KZ и проходящая от A на расстоянии h . Будем называть ее предельной линией плоскости H , или линией горизонта.



Проекция прямой, перпендикулярной к H , представляет собою прямую — образующую цилиндрической поверхности. Точка O_1 — начало координат — имеет своей проекцией точку O на образующей, проходящей через A на расстоянии от A , равном

$$\frac{h(\rho - r)}{\rho}.$$

Теперь, имея уже проекцию оси O_1Z_1 и начала координат O_1 (ось OZ), переходим к нахождению проекции осей O_1X_1 и O_1Y_1 . Эти проекции будут симметричны относительно оси OZ . Они уже не будут прямыми линиями.

Покажем, что панорамная проекция прямой есть синусоида. Плоскость, проектирующая прямую, проходит через точку S , она пересекает поверхность цилиндра, образуя в сечении эллипс.

Проведем в плоскости сечения через S прямую, параллельную H . Эта прямая пересекает поверхность цилиндра в точ-

ке В, которую мы примем началом координат на поверхности цилиндра. Окружность поперечного сечения, проходящего через S, будет осью ξ_1 , образующая цилиндра, проходящая через точку, которую мы выбрали началом координат, будет осью η_1 . Возьмем на эллипсе, проекции прямой, точку M, пусть ее координаты будут $\xi_1 \eta_1$. Если φ угол между SM_1 и SB (M_1 находится на поперечном сечении на той же образующей, что и M), мы будем иметь:

$$\xi_1 = r\varphi \text{ и } \eta_1 = r \sin \varphi \operatorname{tg} \theta$$

где θ угол наклона плоскости эллипса к Н.

Исключивши φ , мы получим уравнение проекции прямой.

$$\eta_1 = r \operatorname{tg} \theta \sin \frac{\xi_1}{r}.$$

Это есть уравнение синусоиды, амплитуда которой $a = r \operatorname{tg} \theta$. Она зависит от угла θ .

Будем называть проекции линий уже на развертке развернутыми проекциями.

Таким образом развернутые проекции прямых представляют собою синусоиды, которые отличаются друг от друга амплитудами и фазами. Периоды же синусоид у всех одинаковы. Все эти синусоиды имеют одну и ту же ось — предельную линию.

Значит, развернутые проекции координатных осей O_1X_1 и O_1Y_1 будут симметричные синусоиды. Тангенс угла наклона плоскости эллипса — проекции оси O_1X_1 , — к плоскости Н равен

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{h}{\rho \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{h\sqrt{2}}{\rho}.$$

Амплитуда синусоиды равна

$$\frac{rh\sqrt{2}}{\rho}.$$

Синусоида, проекция оси O_1X_1 , пересекает предельную линию вправо от точки О на расстоянии четверти окружности основания цилиндра, а синусоида, проекция оси O_1Y_1 пересекает

предельную линию влево от О тоже на расстоянии четверти окружности.

Строим шкалы на проекциях осей — проекции равномерных шкал на координатных осях.

На оси OZ мы получим шкалу, подобную шкале на оси O_1Z_1 .

Коэффициент подобия равен отношению $\frac{r}{\rho}$.

Проекция шкал осей O_1X_1 и O_1Y_1 будут неравномерные. Однако их построение несложно. Пусть на O_1X_1 имеем точку I_x с координатами $(1, 0, 0)$. Соединяем s с I_x . sI_x пересекает окружность основания цилиндра в точке, через которую проходит образующая цилиндра, на которой находится проекция точки I_x . Эта проекция будет пересечение синусоиды — проекции оси O_1X_1 с этой образующей.

Таким именно образом мы можем построить шкалы для проекцией осей O_1X_1 и O_1Y_1 .

Далее нам потребуется проведение прямых параллельных осям координат. Для этого найдем проекции точек, находящихся на осях в бесконечности. Эти точки мы будем называть предельными точками осей.

Луч, проектирующий точку в бесконечности оси O_1X_1 , параллелен плоскости Н, значит он пересечет поверхность проекций в точке на предельной прямой плоскости Н, на расстоянии восьмой части окружности от О, т. е. в точке, где синусоида — проекция оси O_1X_1 — пересекает эту предельную прямую. Назовем эту точку I_x . Точно также найдем предельную точку оси O_1Y_1 — I_y , которая будет симметрична I_x относительно прямой sO.

Предельная точки оси OZ находится в бесконечности.

Так как проекции прямых представляют собою синусоиды с одинаковыми периодами, то если две синусоиды имеют общую точку на предельной прямой, то на этой прямой будут и другие общие точки синусоид. Значит прямые, параллельные оси O_1X_1 имеют развернутые проекции синусоиды, которые пересекаются в точке I_x , прямые, параллельные оси O_1Y_1 , имеют проекций — синусоиды, проходящие через точку I_y .

Установивши это, можно уже осуществить аксонометрическое проектирование на цилиндрическую поверхность.

Для того, чтобы построить панорамную проекцию точки К с координатами (x_1, y_1, z_1) мы поступаем так. Находим на проекции оси O_1X_1 точку, соответствующую точке с абсциссой x_1 и

на проекции оси O_1Y_1 , точку, соответствующую точке с ординатой y_1 . Проводим через эти точки синусоиды параллельные проекциям осей, т. е. через первую точку проводим синусоиду,

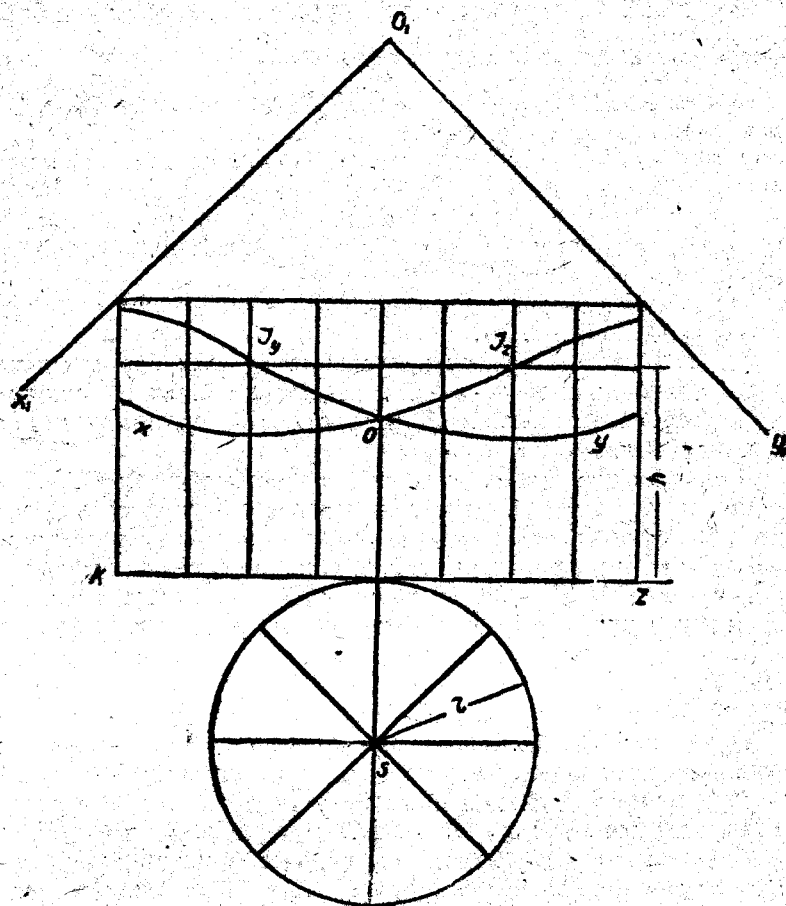


Рис. 3

проходящую через I_1 , а через вторую — проходящую через I_2 . Пересечение этих синусоид дает вторичную проекцию точки K . Первичная или собственно панорамная проекция точки находится на образующей, проходящей через эту точку. Для

того, чтобы ее найти, нужно от вторичной проекции отложить отрезок

$$\sqrt{\left(x_1 - \frac{\rho\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y_1 - \frac{\rho\sqrt{2}}{2}\right)^2} z_1,$$

который можно получить построением.

Само собою разумеется, что система синусоид строится не для нахождения проекций каждой точки. Это работа очень трудоемкая и, конечно, не оправдывает себя. Но если сетка приготовлена заранее, то построения проекций не многим затруднительнее, чем при параллельной аксонометрии, что с лихвой компенсируется качествами, о которых говорилось выше.

Кандидат технических наук Г. И. КОГАН-ВОЛЬМАН,
инженер Л. Г. КОВАЛЕВ.

ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛА СКРУЧИВАНИЯ ГИБКОГО ПРОВОЛОЧНОГО ВАЛА

Исследование работоспособности гибких проволочных валов показало, что одним из важных показателей, определяющих способность гибкого вала передавать определенный крутящий момент длительное время при достаточно высоком кпд, является крутильная жесткость вала.

До последнего времени для определения угла скручивания гибкого вала, характеризующего его крутильную жесткость, применялись исключительно стробоскопические методы. Отличаясь простотой и надежностью эти методы все же обладают одним существенным недостатком: они практически применимы лишь при соосном расположении ведущего и ведомого концов вала, в то время, как особенностью гибких валов является их способность передавать крутящий момент при различных и, притом, постоянно меняющихся формах оси вала и произвольном взаиморасположении его концов.

Таким образом, при использовании стробоскопического метода определения угла скручивания вращающихся гибких валов, методика испытаний не соответствует действительным условиям работы гибких валов.

Поэтому от определения угла скручивания вращающегося гибкого вала этим методом следует отказаться.

Описанный ниже метод позволяет определять угол скручивания вращающегося гибкого вала при различных формах его оси, произвольном взаиморасположении концов и различных скоростях вращения вала.

Принципиально метод базируется на определении угла сдвига импульсов двух электроимпульсных датчиков, установленных на ведущем и ведомом концах вала.

Устройство для определения угла скручивания вращающегося вала было разработано и осуществлено конструктивно применительно к установке для испытания вращающихся гибких валов, построенной на принципе определения механического КПД методом разомкнутого силового потока.

В качестве приводного и тормозного элементов установки

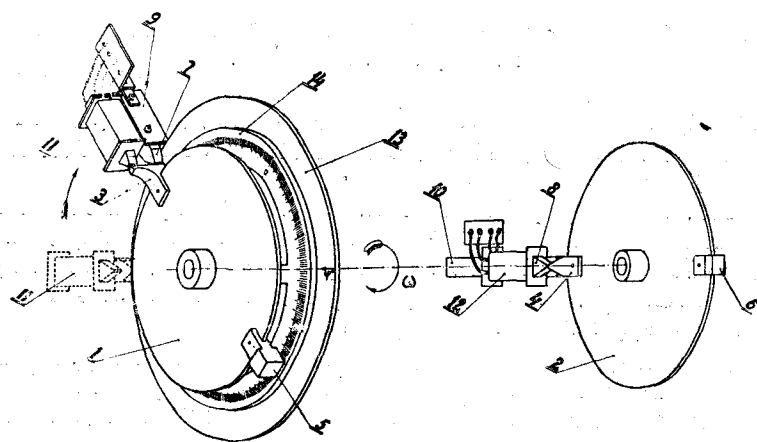


Рис. 1.

были применены электрические машины постоянного тока с качающимися на цапфах станинами (электродвигатель-весы и генератор-весы).

Приводная и тормозная части установки смонтированы на отдельных станинах, что позволяет устанавливать их друг относительно друга в соответствии с эксплуатационными схемами.

Устройство для определения угла скручивания состоит из двух частей, смонтированных на тормозной и приводной частях установки. Конструкция устройства представлена на рис. 1.

Диск 1 с якорем 3 и противовесом 5 устанавливается на свободном конце вала приводного электродвигателя-весов. Точно такой же диск 2 с якорем 4 и противовесом 6 устанавливается на свободном конце вала тормоза (генератора-весов). На станине тормозной части установки, с помощью алюминиевого уголь-

ника 10, закреплен П-образный электромагнит, состоящий из сердечника 8 и двух обмоток, составляющих катушку 12. На кронштейне приводного электродвигателя закреплен неподвижный лимб 14 с делениями (цена деления $0^\circ 30'$) и поворотный диск 13. Диск 13 и лимб 14 соосны с валом электродвигателя. На поворотном диске 13 с помощью алюминиевого угольника 9 закреплен электромагнит, состоящий из сердечника 7 и двух об-

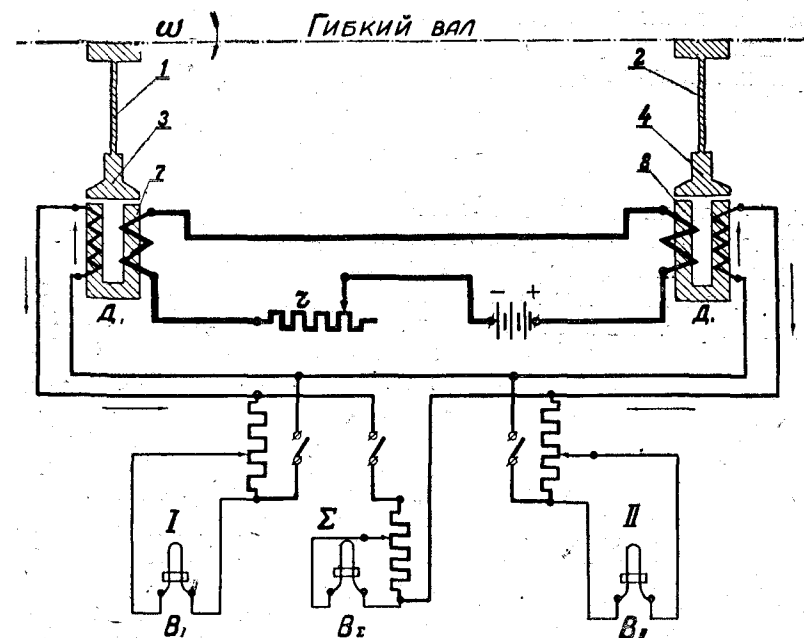


Рис. 2.

моток, составляющих катушку 11. Электрическая схема устройства ясна из рис. 2, на которой обозначения механических частей устройства сохранены те же, что и на рис. 1.

Перед началом испытания гибкого вала, диск 13 поворачивается так, чтобы линия отсчета, нанесенная на нем, совпадала с нулевым делением лимба 14. При этом сердечник занимает относительно оси тормозного генератора точно такое же положение, как и сердечник 8 относительно оси приводного электродвигателя (пунктиром на рис. 1), а якоря 3 и 4 устанавливаются путем поворота диска 1, относительно вала-электродвигате-

ля, точно против сердечников 7 и 8. В таком положении диски стопорятся.

Питание первичных обмоток катушек 11 и 12 производится от аккумуляторной батареи (в наших опытах 6-вольтовой). При вращении гибкого вала якоря 3 и 4 замыкают полюсы соответствующих электромагнитов, вследствие чего во вторичных обмотках возникают импульсы. Если не учитывать трения и вентиляционных потерь тормоза при вращении ненагруженного вала, то эти импульсы должны совпадать по времени.

Если же нагрузить вал крутящим моментом, разница во времени между импульсами составит:

$$t = \frac{60 \cdot \varphi}{n \cdot 360} \text{ сек.},$$

где t — разница во времени замыкания якорями полюсов электромагнитов, n — скорость вращения вала в об/мин, φ — угол скручивания гибкого вала в градусах.

В цепь вторичных обмоток катушек в соответствии со схемой на рис. 2 включались 3 вибратора типа МОВ-2 магнито-электрического осциллографа типа МПО-2. На вибраторы 1 и 2 подавались импульсы напряжений во вторичных обмотках катушек 11 и 12, а на вибратор 3 — разность этих же напряжений.

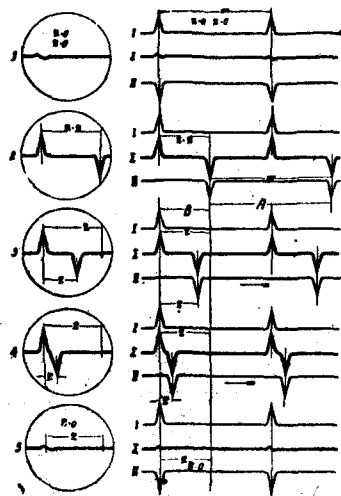


Рис. 3.

При вращении ненагруженного вала на экране осциллографа наблюдались картины, изображенные на рис. 3—1, т. е. совпадающие по времени и величине, но разноименные импульсы, подаваемые на вибратор 3 взаимно уничтожались. Небольшой зигзаг получался из-за невозможности получить полностью идентичные импульсы, в чем не было особой необходимости.

На рис. 3—2 изображены картины, получающиеся при вращении вала нагруженного крутящим моментом. При этом

$$\varphi_m = \varphi_e.$$

где φ_m — механический угол скручивания гибкого вала, φ_e — электрический угол скручивания, наблюдаемый на экране осциллографа и равный:

$$\varphi_e = \frac{B}{A} 360^\circ,$$

где B — расстояние на экране осциллографа между вершинами разноименных импульсов, A — расстояние на экране осциллографа между вершинами одноименных импульсов, соответствующее одному обороту гибкого вала.

Описанный метод был применен вначале для выяснения полной картины явления. Однако по ряду причин, как-то: небольшая величина экрана и недостаточно равномерная работа приводного электродвигателя, вызывавшая неустойчивое визуальное изображение, от такого способа пришлось отказаться, применив нулевой метод, для чего и были установлены поворотный диск 13 и лимб 14.

Путем поворота диска 13 сердечник 7 постепенно переводился в положение (рис. 1), при котором якоря замыкали полюсы электромагнитов снова одновременно, как при вращении ненагруженного вала. При этом электрический угол скручивания становился равным нулю и получались картины, изображенные на рис. 3—5, совершенно идентичные рис. 3—1.

Картины, получающиеся при промежуточных положениях поворотного электромагнита (катушка 11), изображены на рис. 3—3, 3—4.

Механический угол скручивания отсчитывался по лимбу 14 против указательного штриха на поворотном диске 13.

Если угол скручивания гибкого вала значительно превосходил 180° , якоря устанавливались с относительным угловым сдвигом в 180° . В этом случае угол скручивания равнялся 180° плюс угол, отсчитываемый по лимбу 14. Причиной применения такого приема, являлась невозможность поворота диска 13 с катушкой 11 на 360° из-за недостаточной высоты кронштейнов, в которых был установлен статор приводного электродвигателя.

Интервал, в котором отклонения от взаимного поглощения импульсов не поддавались наблюдению, составлял около $1^\circ 30'$.

Если учесть, что для различных диаметров валов (25—6 мм) при оптимальных нагрузках и среднеприменяемых длинах угол скручивания колеблется в пределах 75° — 600° мы убедимся, что относительная погрешность измерения при пользовании указанным осциллографом составит от 2% до 0,25%.

Для наиболее распространенных валов диаметром 12—6 мм относительная погрешность будет всегда меньше 1%.

Такая точность является большей частью вполне приемлимой, если учесть, что угол скручивания подвержен колебаниям, из-за ряда трудно поддающихся учету факторов.

На том же рис. 3 слева даны последовательно изображения, получаемые на экране при пользовании электронным осциллографом 90—5 (правильнее будет назвать его «катодно-лучевой осциллоскоп»). При пользовании катодно-лучевым осциллоском погрешность измерений находилась, с учетом тех же условий, что и вышеприведенные, в пределах от 4% до 0,5%, что также вполне удовлетворительно. Однако шлейфовый осциллограф и катодный осциллоскоп еще не являются повсеместно распространенными приборами. Кроме того, пользование ими в экспериментальных цехах и лабораториях заводов, производящих гибкие валы, представило бы значительные трудности из-за отсутствия обслуживающего персонала соответствующей квалификации. По этой причине была разработана и применена при большей части испытаний гибких валов схема, изображенная на рис. 4. В соответствии с этой схемой в

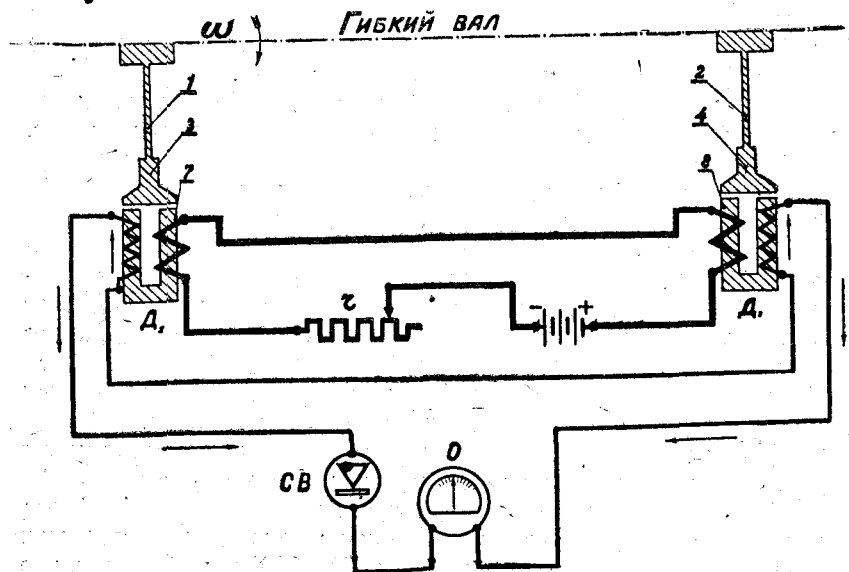


Рис. 4.

цепь вторичных обмоток катушек, был включен селеновый выпрямитель и стрелочный нуль-гальванометр.

Импульсы подавались в цепь с разными знаками. Один из них гасился выпрямителем, а другой вызывал отклонение стрелки нуль-гальванометра. При полном совмещении импульсов путем поворота диска 13 с катушкой эти импульсы взаимно гасили друг друга, вследствие чего стрелка гальванометра занимала нулевое положение.

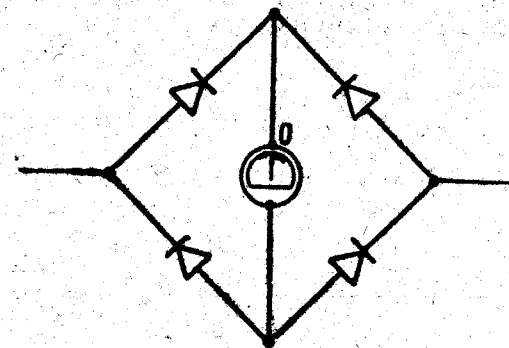


Рис. 5.

Отсчет угла скручивания производился обычным путем по лимбу. Относительная погрешность измерений при пользовании нуль-гальванометром занимала промежуточное положение между величинами погрешностей при пользовании шлейфовым осциллографом и катодно-лучевым осциллоском. Она составляла в среднем 3%—0,35%.

В связи с тем, что при включении выпрямителя по схеме однополупериодного выпрямления стрелка гальванометра вибрировала в пределах целого деления шкалы гальванометра, была применена схема двухполупериодного выпрямления (фиг. 5), после чего точность отсчета увеличилась.

ВЫВОДЫ

1. Предлагаемый метод определения угла скручивания вращающегося гибкого вала свободен от недостатков, присущих стробоскопическому методу и позволяет определять угол скручивания при всевозможных формах оси вала и произвольном взаиморасположении его концов.

2. Метод обладает точностью достаточной для научных исследований и заводских лабораторных испытаний.

3. Простота измерения угла скручивания при работе с нуль-гальванометром позволяет рекомендовать метод в этом виде для испытательных установок заводов-изготовителей гибких валов.

4. Метод может быть использован с успехом и в других случаях, например, при определении равномерности вращения в течение 1 оборота, а также для некоторых исследований, связанных с крутильными колебаниями.

Кандидат технических наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ,
канд. физико-математических наук доцент М. С. СЛУЦКИЙ,
ассистент З. М. БАРЕНБОЙМ

К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ШАРНИРНЫХ ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО ДВУМ ЗАДАННЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ

Для шарнирного четырехзвенного механизма (рис. 1) можно составить* следующие уравнения:

$$\frac{r_4}{r_3} = (1 - i) \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}, \quad (1)$$

$$\frac{r_4}{r_1} = \left(\frac{1}{i} - 1 \right) \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

$$\frac{r_4}{r_1} = \frac{1 - i}{\frac{\sin \psi}{\sin \gamma} - i \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi - \alpha)}}, \quad (3)$$

$$\alpha + \gamma + \psi = \pi, \quad (4)$$

где:

r_4 — длина стойки AD ;

r_3 — длина ведомого звена DC ;

r_2 — длина шатуна BC ;

r_1 — длина ведущего звена (кривошипа) AB ;

i — отношение угловых скоростей ведомого и ведущего звеньев, оно положительно, если оба звена вращаются в одном и том же направлении (рис. 1а), в противном случае — отрицательно (рис. 1б).

* В. Я. Белецкий. Новый метод синтеза шарнирных четырехзвенных механизмов. «Вестник инженеров и техников» №№ 11—12, 1946.

φ — угол поворота ведущего звена, отсчитываемый от стойки в направлении вращения этого звена, если ведущее и ведомое звенья вращаются в одном и том же направлении (рис. 1а), в противном случае угол φ отсчитывается в противоположном направлении (рис. 1б).

α — угол наклона шатуна к стойке;

ψ — угол поворота ведомого звена;

γ — угол между шатуном и ведомым звеном.

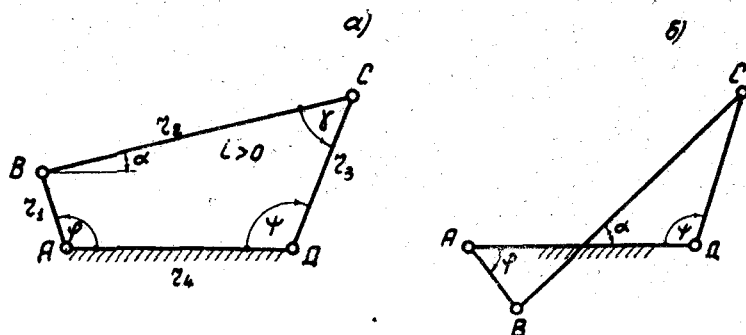


Рис. 1

Для двух положений механизма (номер один и два), на основании вышеприведенных уравнений будем иметь:

$$(-i_1) \frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha_1} = (1 - i_2) \frac{\sin \gamma_2}{\sin \alpha_2}, \quad (5)$$

$$\left(\frac{1}{i_1} - 1 \right) \frac{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1} = \left(\frac{1}{i_2} - 1 \right) \frac{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2}, \quad (6)$$

$$\frac{1 - i_1}{\frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_1} - i_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}} = \frac{1 - i_2}{\frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_2} - i_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}}, \quad (7)$$

$$\alpha_1 + \gamma_1 + \psi_1 = \pi \quad (8)$$

$$\alpha_2 + \gamma_2 + \psi_2 = \pi \quad (9)$$

Следовательно, для определения относительных размеров шарнирного четырехзвенного механизма, нужно решить систему из пяти уравнений (5)–(9). Поскольку общее число образующих эту систему неизвестных равно десяти, то пятью величинами необходимо предварительно задаться.

Итак, при проектировании шарнирного четырехзвенного механизма по двум положениям его звеньев, число задаваемых условий, которым должен удовлетворять механизм, должно быть не более пяти.

Чтобы облегчить решение упомянутой системы уравнений, разработаны две специальные номограммы (№№ 1 и 2), охватывающие наиболее трудоемкие вычислительные операции.

Ниже сообщается решение поставленной задачи для двенадцати случаев комбинации задаваемых пяти величин. При помощи номограммы № 1 можно выполнить 18 вычислений, для каждого из которых следует руководствоваться соответствующим ключом k , причем индекс при k обозначает номер ключа. Ключи прилагаются к статье.

I. Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм по заданным:

двум передаточным отношениям i_1 и i_2 ,

двум положениям ведомого звена ψ_1 и ψ_2 и одному из двух положений шатуна α_1 (или α_2).

Порядок решения системы уравнений (5)–(9) в этом случае таков:

Первое: Из уравнения (8) находим величину

$$\gamma_1 = \pi - (\psi_1 + \alpha_1). \quad (10)$$

Второе: На основании уравнения (5) и (9) составляем следующую систему:

$$\begin{cases} \sin \alpha_2 = \frac{1 - i_2}{1 - i_1} \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \gamma_1} \\ \alpha_2 + \gamma_2 = \pi - \psi_2 \end{cases}$$

Решая систему, получим:

$$\alpha_2 = \arctg \left(\frac{k_{11} - 1}{k_{11} + 1} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\psi_2}{2} \right) + \frac{\pi - \psi_2}{2} \quad \text{для } |k| > 1 \quad (11)$$

или

$$\gamma_2 = \arctg \left(\frac{1 - k_{11}}{1 + k_{11}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\psi_2}{2} \right) + \frac{\pi - \psi_2}{2} \quad \text{для } |k| < 1,$$

где $k_{11} = \frac{1 - i_2}{1 - i_1} \cdot \frac{\sin \alpha_2}{\sin \gamma_1}$; определяется из номограммы № 2, руководствуясь ключом k_{11} ; α_2 для $|k| > 1$ или γ_2 для $|k| < 1$ определяются из номограммы № 1; затем из формулы (9) находится γ_2 или α_2 ;

Третье. Уравнение (7) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{\sin \psi_1}{\sin \gamma_1} - i_1 \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)} = \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \left[\frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_2} - i_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)} \right]. \quad (12)$$

Кроме того,

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)} = \cos \alpha_1 + \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_1 - \alpha_1); \quad (13)$$

и

$$\frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)} = \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2); \quad (14)$$

На основании уравнений (12), (13) и (14) получаем:

$$\operatorname{ctg}(\varphi_1 - \alpha_1) = \frac{1}{i_1 \sin \alpha_1} [A_{17} + k_{16} \operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2)], \quad (15)$$

где

$$k_{16} = \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \cdot i_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (16)$$

определяется из номограммы № 2 и величина A_{17} из формулы:

$$A_{17} = k_{18} - k_{19} - k_{20} + k_{21}. \quad (17)$$

Здесь:

$$k_{18} = \frac{\sin \psi_1}{\sin \gamma_1}; \quad (18)$$

$$k_{19} = i_1 \sin(90^\circ - \alpha_1); \quad (19)$$

$$k_{20} = \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \cdot \frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_2}; \quad (20)$$

$$k_{21} = \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \cdot i_2 \sin(90^\circ - \alpha_2); \quad (21)$$

Четвертое. Из уравнения (6) находим:

$$\sin(\varphi_1 - \alpha_1) = k_{23} \cdot \sin(\varphi_2 - \alpha_2) \quad (22)$$

в силу уравнения (16)

$$k_{23} = \frac{i_1 \sin \alpha_1}{k_{16}}. \quad (23)$$

Величина k_{23} может быть определена по номограмме № 2.

Возведя в квадрат обе части уравнения (22), после преобразований получим:

$$\operatorname{ctg}^2(\varphi_1 - \alpha_1) = \frac{1}{k_{23}^2} - 1 + \frac{1}{k_{23}^2} \operatorname{ctg}^2(\varphi_2 - \alpha_2). \quad (24)$$

Пятое. Решая совместно уравнения (15) и (24) и принимая во внимание (23), находим:

$$A_{17}^2 + 2 A_{17} k_{16} \operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2) = k_{16}^2 - k_{16}^2 k_{23}^2.$$

Отсюда:

$$\operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2) = \frac{k_{16}}{2 A_{17}} - \frac{k_{16} k_{23}^2}{2 A_{17}} - \frac{A_{17}}{k_{16}}. \quad (25)$$

Таким образом определяем значение $\varphi_2 - \alpha_2$, и по ранее найденному значению α_2 определяем значение φ_2 .

Для определения $\varphi_1 - \alpha_1$ воспользуемся уравнением (22) и номограммой № 2, руководствуясь ключом k_{22} .

Шестое. Определим теперь относительные размеры звеньев шарнирного четырехзвенного механизма.

На основании уравнений (1), (2), (3) находим:

$$\frac{r_3}{r_4} = \frac{1 \cdot \sin \alpha_1}{(1 - i_1) \sin \gamma_1}; \quad (26)$$

$$\frac{r_1}{r_4} = \frac{i_1 \sin \alpha_1}{(1 - i_1) \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}; \quad (27)$$

$$\frac{r_2}{r_4} = k_{29} - k_{30}; \quad (28)$$

где:

$$k_{29} = \frac{1 \cdot \sin \psi_1}{(1 - i_1) \sin \gamma_1}; \quad (29)$$

$$k_{30} = \frac{i_1 \cdot \sin \varphi_1}{(1 - i_1) \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (30)$$

Величины $\frac{r_3}{r_4}$; $\frac{r_1}{r_4}$; k_{29} ; k_{30} определяются по номограмме № 2, руководствуясь ключами k_{26} ; k_{27} ; k_{29} ; k_{30} .

Приведем числовой пример.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм по следующим условиям: $i_1 = +0,6$; $i_2 = +0,55$, т. е. в обоих положениях ведущее и ведомое звенья вращаются в одном и том же направлении; $\psi_1 = 30^\circ$; $\psi_2 = 70^\circ$; $\alpha_1 = 12^\circ$.

Согласно уравнению (10):

$$\gamma_1 = \pi - (\psi_1 + \alpha_1) = 180^\circ - (30^\circ + 12^\circ) = 138^\circ.$$

Затем находим:

согласно ключу из номограммы № 1 $k_{11} = 0,34$; из номограммы № 1

$$\gamma_2 = 90^\circ;$$

$$\alpha_2 = \pi - \psi_2 - \gamma_2 = 20^\circ;$$

$$k_{16} = 0,165; k_{18} = 0,75; k_{19} = 0,59; k_{20} = 0,84; k_{21} = 0,46;$$

$$A_{17} = 0,75 - 0,59 - 0,84 + 0,46 = -0,22; k_{23} = 0,69;$$

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2) &= -\frac{0,165}{2 \cdot 0,22} + \frac{0,165 \cdot 0,69^2}{2 \cdot 0,22} + \frac{0,22}{2 \cdot 0,165} = \\ &= -0,38 + 0,18 + 0,67 = 0,47; \end{aligned}$$

$$\varphi_2 - \alpha_2 = 65^\circ; \varphi_2 = 65^\circ + 20^\circ = 85^\circ.$$

Согласно ключу k_{22} находим:

$$\varphi_1 - \alpha_1 = 141^\circ.$$

Следовательно

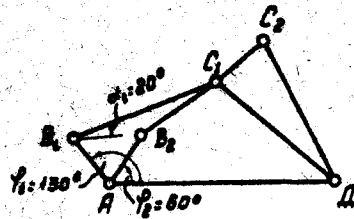


Рис. 2

$$\varphi_1 = 141^\circ + 12^\circ = 153^\circ;$$

$$\frac{r_3}{r_4} = 0,75; \frac{r_1}{r_4} = 0,49;$$

$$k_{29} = 1,86; k_{30} = 1,07;$$

$$\frac{r_2}{r_4} = 1,86 - 1,07 = 0,79.$$

Теперь следует проверить, будет ли в найденном механизме звено длиной r_1 совершать полный оборот.

Из изложенного видно, что r_1 наименьшее звено и r_4 наибольшее, поэтому для выполнения упомянутого требования должно удовлетворяться неравенство:

$$r_4 + r_1 < r_3 + r_2$$

или

$$1 + \frac{r_1}{r_4} < \frac{r_3}{r_4} + \frac{r_2}{r_4}.$$

Легко видеть, что это неравенство удовлетворяется;

$$1 + 0,49 = 1,49 < 0,75 + 0,79 = 1,54.$$

Искомый четырехзвенный шарнирный механизм изображен на рис. 2.

Построив планы скоростей, можно убедиться в том, что в заданных положениях механизма действительно

$$i_1 = 0,6 \text{ и } i_2 = 0,55.$$

Переходим к рассмотрению следующей задачи:

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

одно положение шатуна α_1 ;

одно положение ведомого звена ψ_2 ;

и одно значение угла между шатуном и ведомым звеном γ_1 (или γ_2).

Из уравнения (8) находим величину

$$\psi_1 = \pi - (\alpha_1 + \gamma_2). \quad (31)$$

Далее, расчет производится в порядке, указанном при решении предыдущей задачи.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

два положения ведущего звена φ_1 и φ_2

и одно положение шатуна α_1 (или α_2).

Порядок решения системы уравнений (5) — (9) в данном случае будет следующий.

Первое. Из уравнения (6) следует, что

$$\frac{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2} = A_{21} \frac{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1}, \quad (32)$$

где

$$A_{21} = \frac{i_2}{i_1} \cdot \frac{1 - i_1}{1 - i_2}. \quad (33)$$

На основании уравнения (32) по номограмме № 2, пользуясь ключом k_{32} , находим величину угла α_2 .

Второе. Совместное решение уравнений (7), (8) и (9) дает следующее:

$$\begin{aligned} \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \cos \alpha_2 + \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \operatorname{ctg} \gamma_2 \sin \alpha_2 - \frac{1 - i_1}{1 - i_2} \cdot i_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_1 - \alpha_2)} = \\ = \cos \alpha_1 + \operatorname{ctg} \gamma_1 \cdot \sin \alpha_1 - i_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Обозначим:

$$k_{35} = \frac{(1-i_2) \sin \alpha_1}{(1-i_1) \sin \alpha_2}. \quad (35)$$

Величина k_{35} определяется при помощи номограммы № 2. Тогда,

$$\frac{1-i_1}{1-i_2} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} = \frac{\cos \alpha_2}{k_{35} \sin \alpha_2} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_2}{k_{35}}. \quad (36)$$

На основании уравнений (34), (35) и (36) получаем:

$$\operatorname{ctg} \gamma_1 = \frac{\operatorname{ctg} \gamma_2}{k_{35}} + \frac{(1-i_1) i_2 \sin \varphi_2}{(1-i_2) \sin \alpha_1 \sin(\varphi_2 - \alpha_2)} + \operatorname{ctg} \alpha_1 - \frac{i_1 \sin \varphi_1}{\sin \alpha_1 \sin(\varphi_1 - \alpha_1)} - \frac{\operatorname{ctg} \alpha_2}{k_{35}}. \quad (37)$$

Из уравнения (6) имеем:

$$\frac{1-i_1}{1-i_2} \cdot \frac{i_2}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)} = \frac{i_1 \sin \varphi_2}{\sin \alpha_2 \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (38)$$

Введем следующие обозначения:

$$k_{39} = \frac{i_1 \sin \varphi_2}{\sin \alpha_2 \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}, \quad (39)$$

$$k_{40} = \frac{i_1 \sin \varphi_1}{\sin \alpha_1 \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (40)$$

Величины k_{39} и k_{40} могут быть определены по номограмме № 2

$$A_{41} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_2}{k_{35}}. \quad (41)$$

Тогда уравнение (37) может быть переписано в следующем виде:

$$\operatorname{ctg} \gamma_1 - \frac{\operatorname{ctg} \gamma_2}{k_{35}} + A_{43} = 0, \quad (42)$$

где:

$$A_{43} = K_{39} + \operatorname{ctg} \alpha_1 - K_{40} - A_{41}. \quad (43)$$

Третье: Из уравнений (5) и (35) следует, что

$$\sin \gamma_1 = k_{35} \cdot \sin \gamma_2. \quad (44)$$

Четвертое: Решая совместно уравнения (42) и (44) получаем:

$$\sqrt{1 - k_{35}^2 \sin^2 \gamma_2} - \cos \gamma_2 + k_{35} A_{43} \cdot \sin \gamma_2 = 0. \quad (45)$$

Обозначим

$$\sin \gamma_2 = x \quad (46)$$

Тогда уравнение (45) после соответствующих преобразований будет иметь вид:

$$x^3 \{ [(k_{35}^2 + k_{35}^2 A_{43}^2 - 1)^2 + 4 k_{35}^2 A_{43}^2] x^2 - 4 k_{35}^2 A_{43}^2 \} = 0.$$

Следовательно,

$$x_1 - x_2 = 0,$$

$$x_{3,4} = \pm \frac{2 k_{35} A_{43}}{\sqrt{(k_{35}^2 + k_{35}^2 A_{43}^2 - 1)^2 + 4 k_{35}^2 A_{43}^2}}.$$

Таким образом:

$$\left. \begin{aligned} (\sin \gamma_2)_1 &= (\sin \gamma_2)_2 = 0 \\ (\sin \gamma_2)_3 &= \frac{2 k_{35} A_{43}}{\sqrt{(k_{35}^2 + k_{35}^2 A_{43}^2 - 1)^2 + 4 k_{35}^2 A_{43}^2}} \\ (\sin \gamma_2)_4 &= \frac{2 A_{35} k_{43}}{\sqrt{(k_{35}^2 + k_{35}^2 A_{43}^2 - 1)^2 + 4 k_{35}^2 A_{43}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Значение угла γ_2 определяем по номограмме № 3.

Что касается первых двух значений величины $\sin \gamma_2$, то она может получиться такой только в том случае, если $\gamma_2 + \psi = 180^\circ$ либо, если $\gamma_1 = 0$, т. е. если A_{43} [см. уравнение (42)] стремится к бесконечности.

Наконец, третье и четвертое значение $\sin \gamma_2$ необходимо проверить подстановкой в уравнение (45) (найдя предварительно γ_1).

Пользуясь уравнением (44), найдем значение γ_1 при помощи ключа K_{44} .

Пятое: Из уравнений (8) и (9) находим величины ψ_1 и ψ_2 . Рассмотрим числовой пример.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, по следующим данным:

$$i_1 = +0,45; i_2 = +0,15; \varphi_1 = 130^\circ; \varphi_2 = 60^\circ; \alpha_1 = 20^\circ.$$

Находим:

$$A_{33} = 0,206$$

Согласно ключу κ_{32} : $\varphi_2 - \alpha_2 = 22^\circ$, значит

$$\alpha_2 = 38^\circ; k_{35} = 0,85; k_{39} = 0,665; k_{40} = 1;$$

$$A_{41} = \frac{1,28}{0,85} = 1,506; A_{43} = 0,665 + 2,747 - 1 - 1,506 = 0,906.$$

По монограмме № 2: $\gamma_2 = 78^\circ$. Согласно ключу κ_{44} :

$$\gamma_1 = 122^\circ; \psi_1 = \pi - \alpha_1 - \gamma_1 = 38^\circ;$$

$$\psi_2 = \pi - \alpha_2 - \gamma_2 = 64^\circ$$

$$\frac{r_3}{r_4} = 0,735;$$

$$\frac{r_1}{r_4} = 0,3;$$

$$\frac{r_2}{r_4} = 0,66.$$

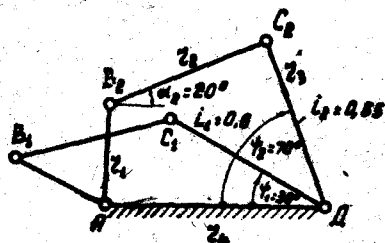


Рис. 3

Найденный механизм изображен на рис. 3.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

два положения шатуна α_1 и α_2

и одно положение ведущего звена φ_1 (или φ_2).

Решение.

Из уравнений (5) и (35) следует, что

$$\sin(\varphi_2 - \alpha_2) = \frac{i_2 \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{k_{25} \cdot i_1}. \quad (48)$$

Согласно ключу κ_{48} находим значение $\varphi_2 - \alpha_2$ и затем, по заданному α_2 находим φ_2 .

Далее, расчет производится в порядке, указанном при решении предыдущей задачи.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

два значения угла между шатуном и ведомым звеном

и γ_1 и γ_2 и одно положение шатуна α_1 (или α_2).

Из уравнения (5) находим величину

$$\sin \alpha_2 = \frac{1 - i_2}{1 - i_1} \cdot \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} \cdot \sin \alpha_1. \quad (49)$$

Значение α_2 находим по монограмме № 2, согласно ключу κ_{49} .

Из уравнений (8) и (9) находим:

$$\psi_1 = \pi - (\alpha_1 + \gamma_1), \quad (50)$$

$$\psi_2 = \pi - (\alpha_2 + \gamma_2). \quad (51)$$

Далее, расчет производится по формулам (12) — (25).

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

два значения угла между шатуном и ведомым звеном

угла передачи γ_1 и γ_2 ,

и одно положение ведомого звена ψ_1 (или ψ_2).

Из уравнения (8) находим:

$$\alpha_1 = \pi - (\gamma_1 + \psi_1) \quad (52)$$

Дальнейшее решение совпадает с решением рассмотренной выше задачи.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

два передаточных отношения i_1 и i_2 ;

два значения угла между шатуном и ведомым звеном (угла передачи) γ_1 и γ_2 ,

и одно значение ведущего звена φ_1 (или φ_2).

Порядок решения следующий:

Первое. строим координатную сетку. На оси абсцисс откладываем значения α_1 , а на оси ординат значения φ_1 ;

Второе. Откладываем на оси ординат заданное значение φ_1 и проводим прямую, параллельную оси абсцисс.

Третье. Задаемся рядом значений α_1 и по формулам (43), (50) и (51) находим α_2 , ψ_1 и ψ_2 .

По формулам (12) — (25) находим φ_1 и строим на координатной сетке кривую $\varphi_1 = f(\alpha_1)$. Точка пересечения кривой $\varphi_1 = f(\alpha_1)$ и прямой φ_1 (по заданному значению) определяет расчетное значение α_2 , по которому далее находят все остальные параметры механизма.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

- два передаточных отношения i_1 и i_2 ;
- два положения ведомого звена φ_1 и φ_2 ,
- и угол поворота ведущего звена $\varphi_{1,2} = \varphi_1 - \varphi_2$.

Порядок решения следующий:

Первое. Строим координатную сетку с осью абсцисс α_1 и осью ординат $\Delta\varphi$;

Второе. Откладываем на оси ординат величину $\Delta\varphi = \varphi_{1,2}$ и проводим прямую, параллельную оси абсцисс.

Третье. Задаемся рядом значений α_1 и по формулам (10) — (25) находим соответствующие значения φ_1 и φ_2 . Определяем значения $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, и строим на координатной сетке кривую $\Delta\varphi = f(\alpha_1)$.

Точка пересечения кривой $\Delta\varphi = f(\alpha_1)$ и прямой $\Delta\varphi = \varphi_{1,2}$ определяет расчетное значение α_1 , по которому далее находят все остальные параметры механизма.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

- два передаточных отношения i_1 и i_2 ;
- два положения ведущего звена φ_1 и φ_2 ,
- и угол поворота ведомого звена $\varphi_{1,2} = \varphi_1 - \varphi_2$;

Порядок решения следующий:

Первое. Строим координатную сетку. На оси абсцисс откладываем значения α_1 , а на оси ординат значения $\Delta\psi$;

Второе. Откладываем на оси ординат $\Delta\psi = \varphi_{1,2}$ и проводим прямую, параллельную оси абсцисс.

Третье. Задаемся рядом значений α_1 и по формулам (32) — (47) находим, соответствующие значения ψ_1 и ψ_2 . Определяем $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2$ и строим на координатной сетке кривую $\Delta\psi = f(\alpha_1)$.

Точка пересечения кривой $\Delta\psi = f(\alpha_1)$ и прямой $\Delta\psi = \varphi_{1,2}$ определяет расчетное значение α_1 , по которому далее находят все остальные параметры механизма.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

- отношение передаточных отношений $\lambda = \frac{i_1}{i_2}$ в двух положениях механизма;
- два положения ведущего звена φ_1 и φ_2 ;
- одно положение шатуна α_1 (или α_2)
- и угол поворота ведомого звена $\psi_{1,2} = \psi_2 - \psi_1$.

Порядок решения следующий:

Первое. Строим координатную сетку. На оси абсцисс откладываем значение i_2 , а на оси ординат значения $\Delta\psi$.

Второе. Откладываем на оси ординат $\Delta\psi = \varphi_{1,2}$ и проводим прямую, параллельную оси абсцисс.

Третье. Задаемся рядом значений i_2 и определяем $i_1 = \lambda i_2$.

Четвертое. Пользуясь формулами (32) — (47), находим соответствующие значения ψ_1 и ψ_2 .

Определяем $\Delta\psi = \psi_1 - \psi_2$ и строим на координатной сетке кривую $\Delta\psi = f(i_2)$.

Точка пересечения кривой $\Delta\psi = f(i_2)$ и прямой $\Delta\psi = \varphi_{1,2}$ определяет расчетное значение i_2 , по которому далее находят все остальные параметры механизма.

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

- отношение передаточных отношений $\lambda = \frac{i_1}{i_2}$;
- два положения ведущего звена φ_1 и φ_2 ,
- и два положения шатуна α_1 и α_2 .

Порядок решения следующий:

Из уравнения (6) получаем:

$$\frac{1 - i_1}{1 - i_2} = \frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \cdot \frac{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)};$$

или

$$\frac{1 - \lambda i_2}{1 - i_2} = k_{54}, \quad (53)$$

где

$$k_{54} = \lambda \frac{\sin \alpha_1 \cdot \sin(\varphi_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2 \cdot \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (54)$$

Откуда после соответствующих преобразований находим:

$$i_2 = \frac{k_{54} - 1}{k_{54} - \lambda}. \quad (55)$$

Из равенства $\lambda = \frac{i_1}{i_2}$ находим $i_1 = \lambda i_2$.

Дальнейший расчет производится по формулам (35) — (47).

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм, если заданы:

- отношение передаточных отношений $\lambda = \frac{i_1}{i_2}$;
- два положения шатуна α_1 и α_2 ;
- угол поворота ведущего звена $\varphi_{1,2} = \varphi_2 - \varphi_1$;
- угол поворота ведомого звена $\psi_{1,2} = \psi_2 - \psi_1$.

Порядок решения следующий:

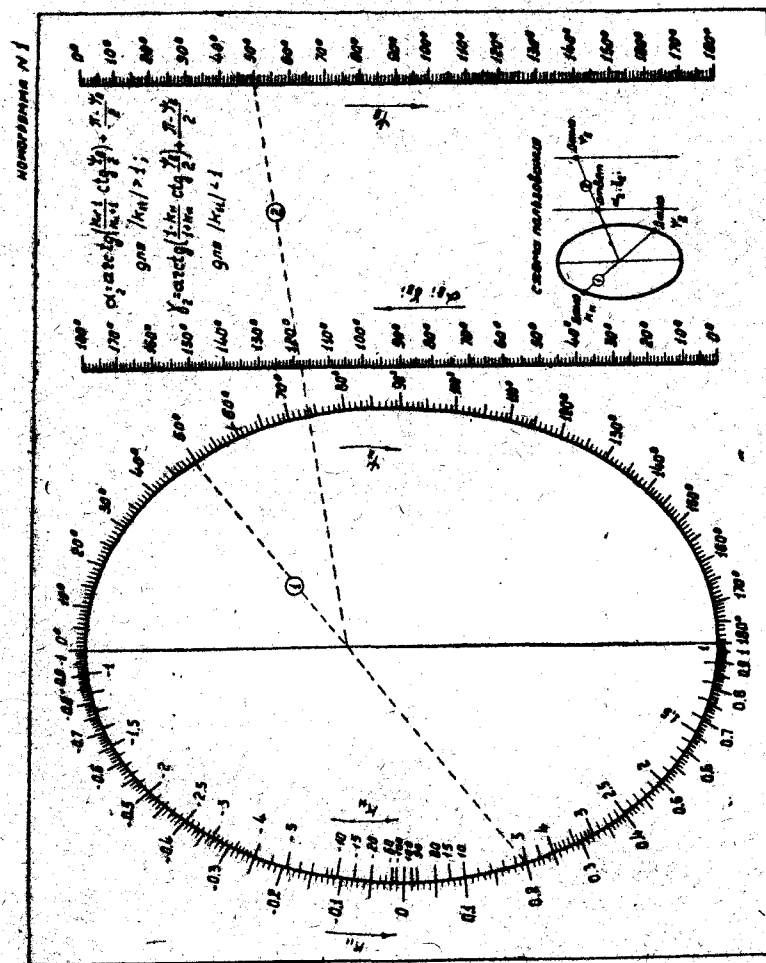
Первое. Строим координатную сетку. На оси абсцисс откладываем значение φ_1 на оси ординат значения $\Delta\psi$.

Второе. На оси ординат откладываем $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ и проводим прямую, параллельную оси абсцисс.

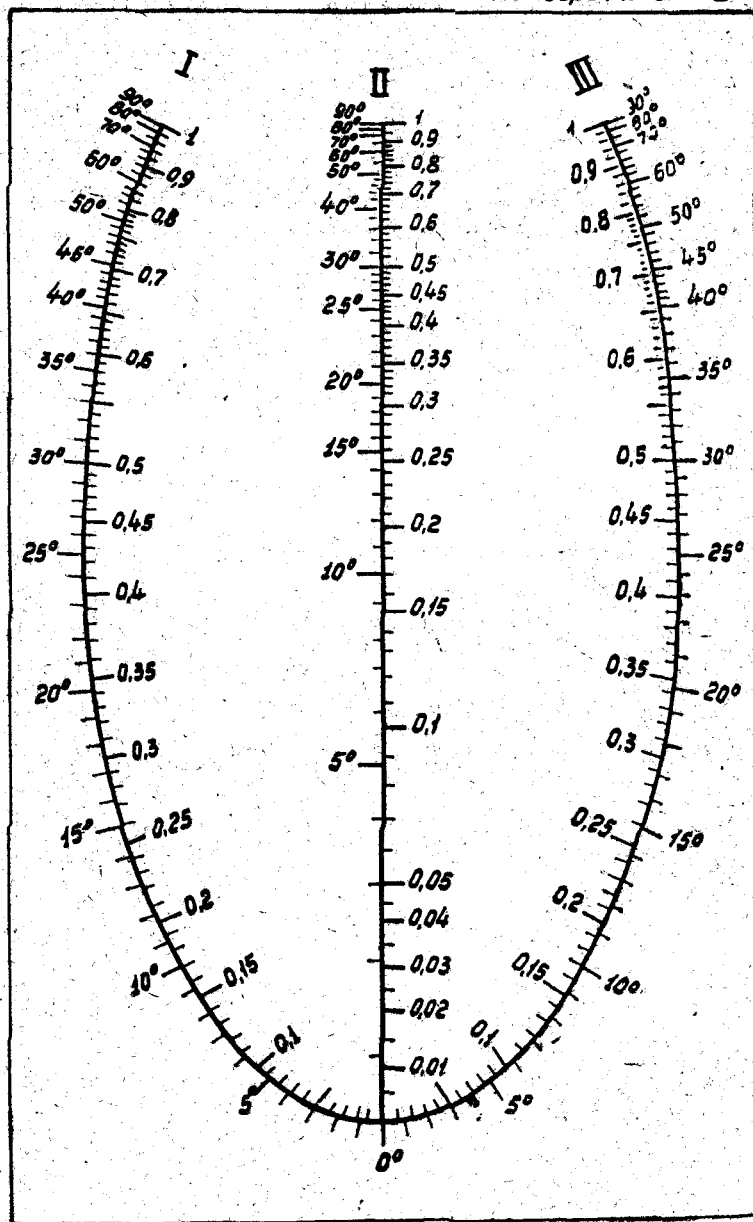
Третье. Задаемся рядом значений φ_2 и находим соответствующие им значения φ_1 из зависимости $\varphi_1, 2 = \varphi_2 - \varphi_1$.

По формулам (53) — (55) находим ν_2 и l_1 . Далее, по формулам (35) — (47) находим остальные параметры. По найденным значениям ψ_1 и ψ_2 определяем $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ и строим на координатной сетке кривую $\Delta\psi = f(\varphi_1)$.

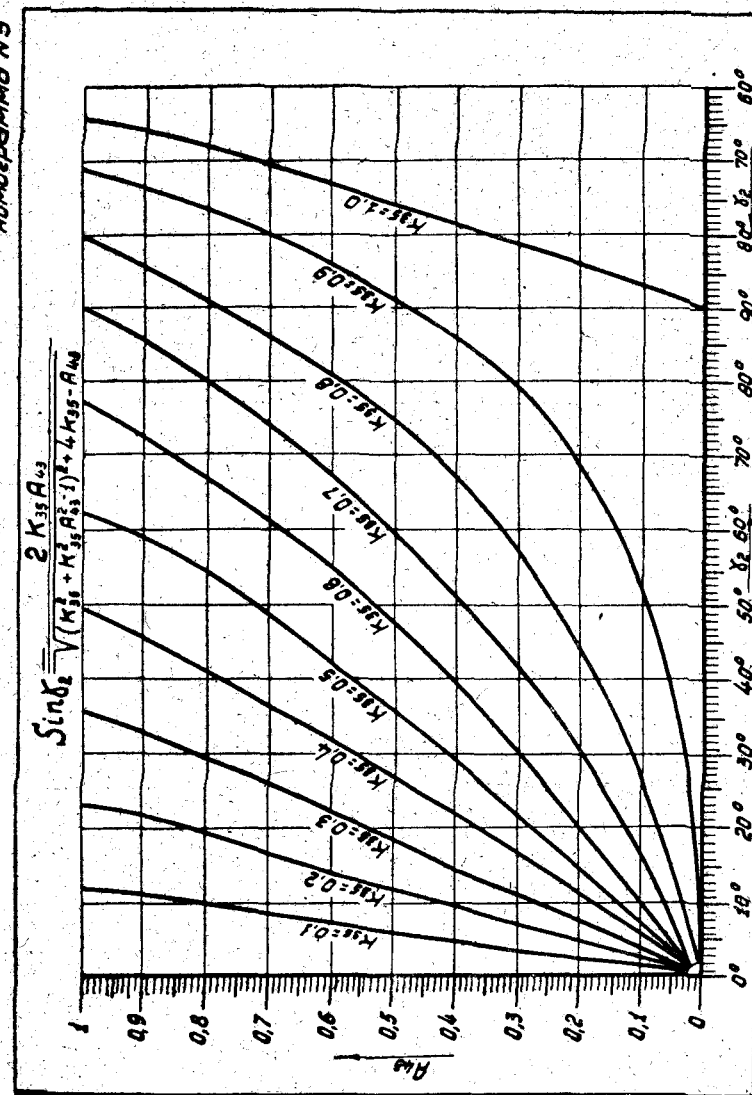
Точка пересечения кривой $\Delta\psi = f(\varphi_1)$ и прямой $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$ определяет расчетное значение φ_1 , по которому далее находят все остальные параметры механизма.



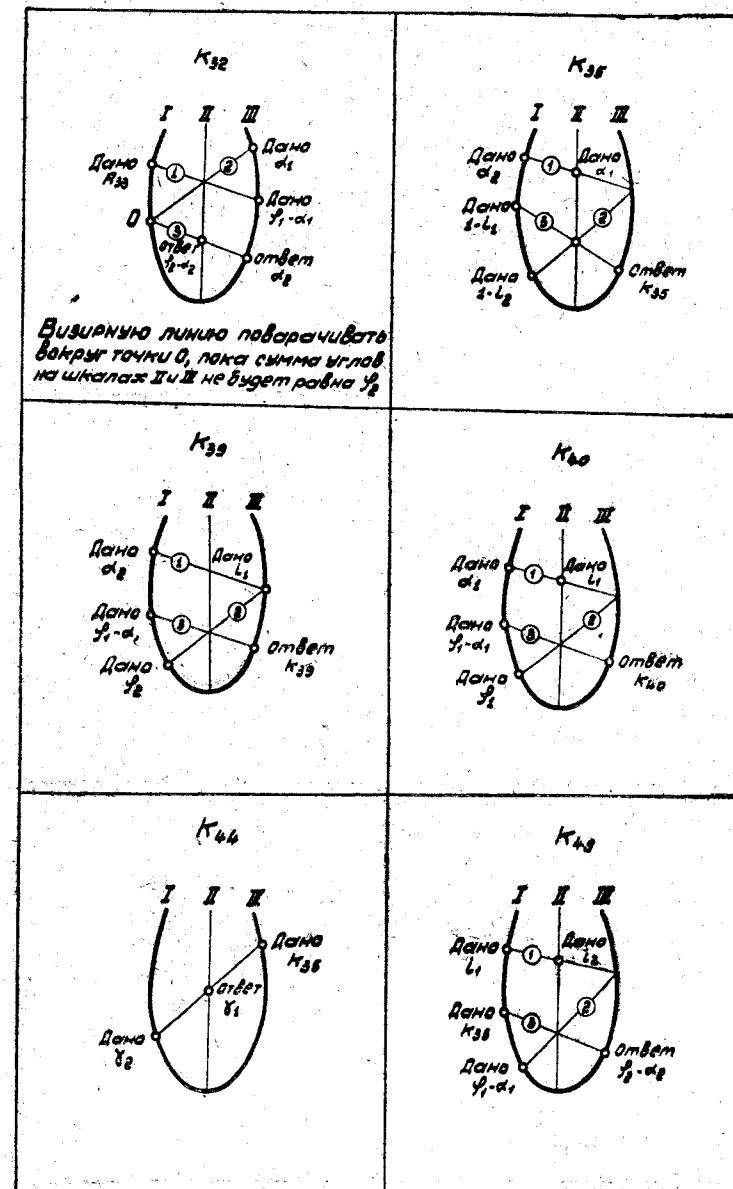
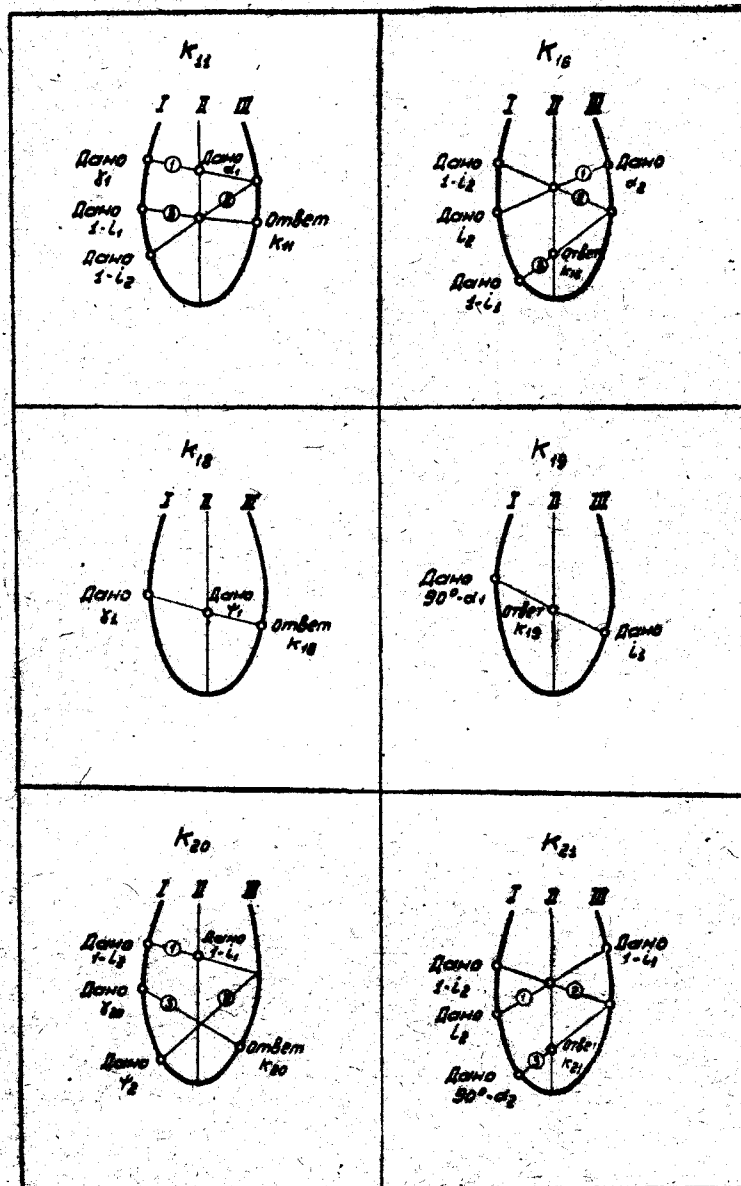
НОМОГРАММА N 2

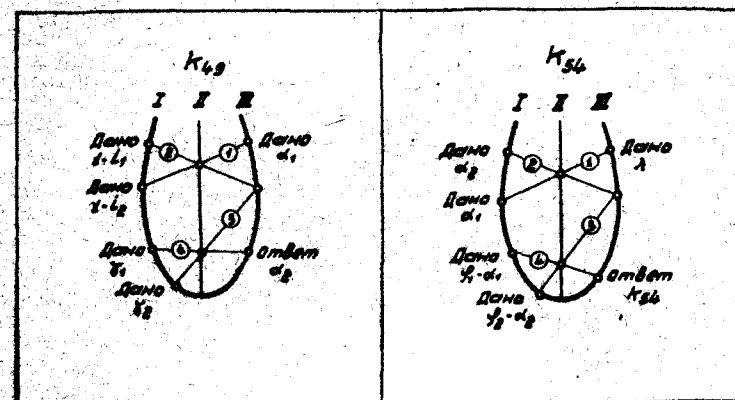
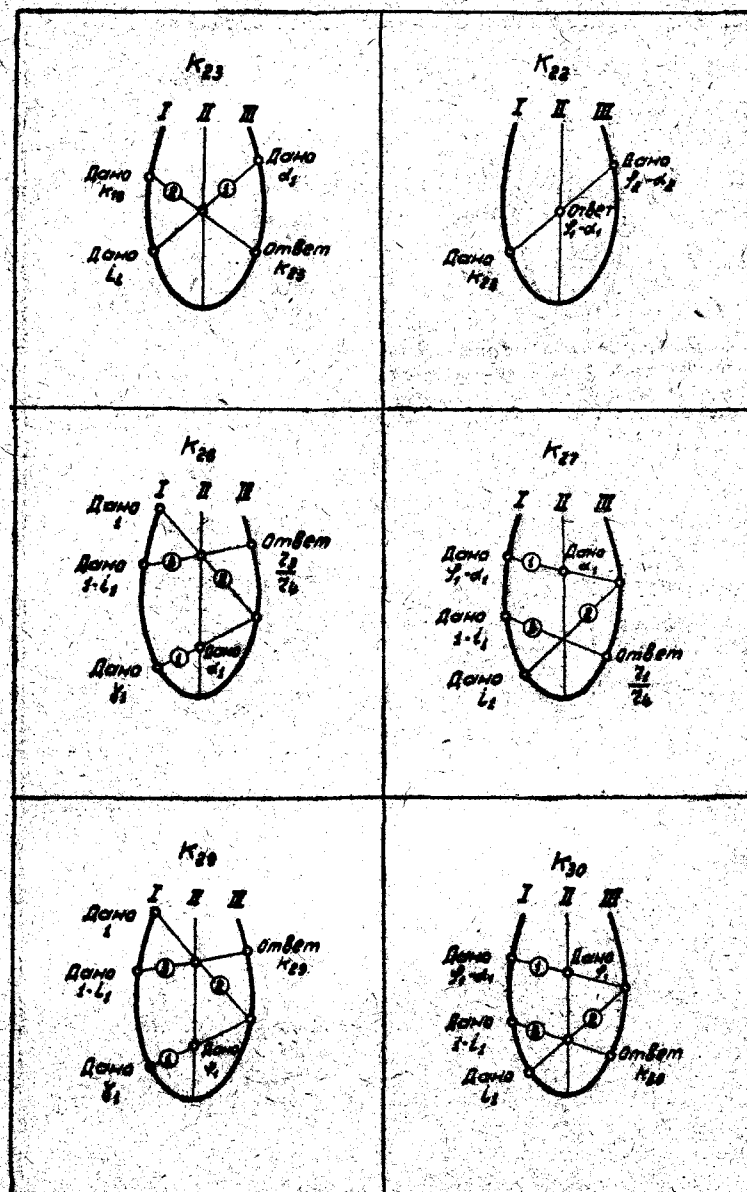


НОМОГРАММА N 3



Ключи к номограммам





Кандидат технических наук доцент А. Д. КОРОБ

К УТОЧНЕННОМУ РАСЧЕТУ ОБОДА И СПИЦ КОЛЕС

Колесо со спицами является распространенной и металлоемкой деталью в машиностроении. Вместе с тем до настоящего времени точные расчеты обода и спиц колес недостаточно разработаны для их практического использования. Поэтому размеры обода и спиц зубчатых колес, шкивов и др. назначаются обычно по эмпирическим зависимостям, что во многих случаях приводит к значительному завышению веса колеса.

Сложность точного расчета обода и спиц колес связана высокой статической неопределимостью колеса как рамной конструкции.

В работах ряда исследователей: А. М. Каца [1], В. С. Готошия [2], Бицено и Граммеля [3], а также в работах автора [4, 5, 6, 7] приводятся методы раскрытия статической неопределимости колес, в которых принимается расчетная схема в виде осей обода и спиц (рис. 1).

В действительности реальная конструкция колеса отличается от расчетной схемы. Ширина спицы H_1 (рис. 2) умень-

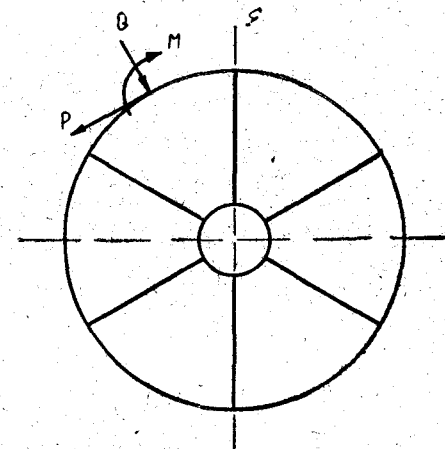


Рис. 1

шает длину дуги сектора обода, испытывающую деформацию изгиба.

Так как ширина спицы в конструкциях колес, чаще всего в зубчатых, бывает значительной по отношению к длине дуги S , то усилия в сечениях обода и спиц могут резко отличаться от значений, полученных по расчетной схеме. Так, например, в большинстве случаев нагружения получается максимальный, изгибающий момент в сечениях обода, расположенных непосредственно

возле оси спицы, в то время как в этом сечении обод жестко соединен со спицей и не имеет перемещений относительно нее.

В настоящей статье опубликованный ранее метод расчета автора [5, 6] развит для общего случая реальной конструкции колеса, в котором учитывается ширина спицы, а также переменность ее сечения.

Рассмотрим сектор колеса (рис. 3), нагруженный внешними силами P , Q и моментом M , приложенными под углом α

сечению, проведенному непосредственно справа от спицы, а также реактивными силами и моментами R_a , R_b , T_a , T_b , M_a и M_b .

Изгибающие моменты в течениях обода, наклоненных под углом θ , в первом участке M_1 при $0 < \theta < \alpha$, во втором участке M_2 при $\alpha > \theta > (\frac{2\pi}{n} - \gamma)$ и в сечениях спицы M_3 выражаются так:

$$M_1 = R_a r \sin \theta - T_a r (1 - \cos \theta) + M_a; \quad (1)$$

$$M_2 = R_a r \sin \theta - T_a r (1 - \cos \theta) + M_a - Pr [1 - \cos(\theta - \alpha)] - Qr \sin(\theta - \alpha) - M; \quad (2)$$

$$M_3 = R_a x \sin\left(\frac{2\pi}{n} - \frac{\gamma}{2}\right) - T_a \left[r - x \cos\left(\frac{2\pi}{n} - \gamma\right) \right] + T_b \left(r - x \cos \frac{\gamma}{2} \right) + R_b x \sin \frac{\gamma}{2} + M_a - M_b - P \left[r - x \cos\left(\frac{2\pi}{n} - \frac{\gamma}{2} - \alpha\right) \right] - Q x \sin\left(\frac{2\pi}{n} - \frac{\gamma}{2} - \alpha\right) - M. \quad (3)$$

Здесь n — число спиц,

γ — центральный угол, стягивающий дугу обода, которая опирается на спицу.

В литых конструкциях колес размеры сечения спицы обычно уменьшаются в направлении от ступицы к ободу. В этих

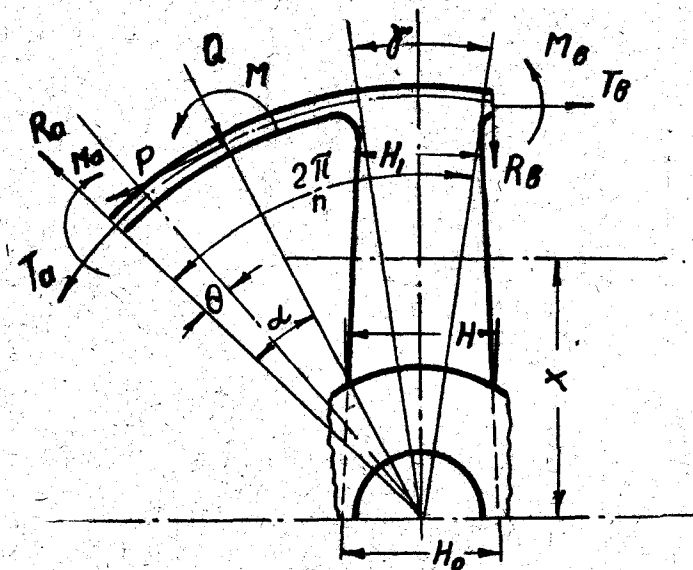


Рис. 3

случаях принимают ширину спицы у обода H_1 (рис. 3) в зависимости от условной ее ширины на оси колеса H_0 .

Из геометрических зависимостей (рис. 4) можно определить ширину спицы на расстоянии x от оси колеса

$$H_x = H \frac{1-x}{1-cr} = H \frac{\left[1 - \frac{x}{r}(1-\xi)\right]}{\left[1 - c(1-\xi)\right]} = H \beta \left[1 - \frac{x}{r}(1-\xi)\right], \quad (4)$$

где:

H — ширина спицы у ступицы;

$c = \frac{D_1}{D}$ — отношение диаметра ступицы к диаметру обода колеса;

$\xi = \frac{H_1}{H_0}$ — отношение ширины спицы у обода к условной ее ширине на оси колеса;

$\beta = \frac{1}{1 - c(1 - \xi)}$ — коэффициент, зависящий от параметров колеса.

Так как толщина расчетного сечения спицы обычно принимается в линейной зависимости от ее ширины, то в соответствии

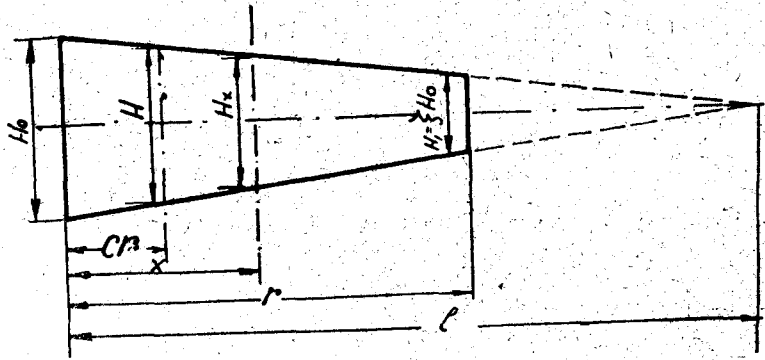


Рис. 4

с формулой (4), момент инерции этого сечения на расстоянии x от оси колеса.

$$I_x = I_{en} \frac{H_x^4}{H^4} = I_{en} \beta^4 \left[1 - \frac{x}{r} (1 - \xi) \right]^4, \quad (5)$$

где I_{en} — момент инерции сечения спицы у ступицы.

Пользуясь интегралом Мора, можно перемещения левого и правого узлов сектора (рис. 3): радиальные u_a, u_b ; тангенциальные v_a, v_b и углы поворота φ_a, φ_b определить по выражению такого вида

$$(u, v \text{ или } \varphi) = \frac{1}{E_1 I_{o\phi}} \left[\int_0^a M_1 M_{01} d\theta + \int_a^{\frac{2\pi}{n} - \gamma} M_2 M_{02} d\theta \right] + \frac{1}{E_2} \int_{cr}^r \frac{M_3 M_{03} dx}{I_x} \quad (6)$$

где M_{01}, M_{02}, M_{03} — изгибающие моменты от соответствующих единичных нагрузок;

E_1, E_2 — модули нормальной упругости материалов обода и спиц;

$I_{o\phi}$ — момент инерции сечения обода;

r — радиус обода.

Обозначив отношение жесткостей обода и спицы через $k = \frac{E_1 I_{o\phi}}{E_2 I_{en}}$ и принимая, что $E_1 = E_2$, на основании формулы (5) можно выражение (6) записать так:

$$(u, v \text{ или } \varphi) = \frac{1}{E_1 I_{o\phi}} \left[\int_0^a M_1 M_{01} d\theta + \int_a^{\frac{2\pi}{n} - \gamma} M_2 M_{02} d\theta + \frac{k}{\beta^4} \int_{cr}^r \frac{M_3 M_{03} dx}{\left[1 - (1 - \xi) \frac{x}{r} \right]^4} \right]. \quad (7)$$

Подставив в выражения (7) M_1, M_2, M_3 из (1, 2, 3) и соответствующие выражения M_{01}, M_{02}, M_{03} после приведения подобных членов, получим:

$$u_a = \frac{r}{EI} (a_{11} R_a + a_{12} R_b + a_{13} T_a + a_{14} T_b + a_{15} M_a + a_{16} M_b + a_{17} P + a_{18} Q + a_{19} M); \quad (8)$$

$$u_b = \frac{r^2}{EI} (a_{21} R_a + a_{22} R_b + a_{23} T_a + a_{24} T_b + a_{25} M_a + a_{26} M_b + a_{27} P + a_{28} Q + a_{29} M); \quad (9)$$

$$v_a = \frac{r^3}{EI} (a_{31} R_a + a_{32} R_b + a_{33} T_a + a_{34} T_b + a_{35} M_a + a_{36} M_b + a_{37} P + a_{38} Q + a_{39} M); \quad (10)$$

$$v_b = \frac{r^2}{EI} (a_{41} R_a + a_{42} R_b + a_{43} T_a + a_{44} T_b + a_{45} M_a + a_{46} M_b + a_{47} P + a_{48} Q + a_{49} M); \quad (11)$$

$$\varphi_a = \frac{r^2}{EI} (a_{51} R_a + a_{52} R_b + a_{53} T_a + a_{54} T_b + a_{55} M_a + a_{56} M_b + a_{57} P + a_{58} Q + a_{59} M); \quad (12)$$

$$\varphi_b = \frac{r^2}{EI} (a_{61} R_a + a_{62} R_b + a_{63} T_a + a_{64} T_b + a_{65} M_a + a_{66} M_b + a_{67} P + a_{68} Q + a_{69} M). \quad (13)$$

Коэффициенты a_{ii} в формулах (8 — 13) могут быть выражены в функции от $n, c, k, \alpha, \gamma, \xi$ и α .

Дальнейший ход расчета по раскрытию статической неопределимости колес со спицами и определению изгибающих моментов в сечениях обода и спиц приведен в работах автора [5, 6].

На рис. 5 показана эпюра изгибающих моментов в сечениях обода и спиц колеса при $n = 4, c = 0,2, k = 0,1, \xi = 1$, полученных из расчета по обычной схеме (рис. 1).

Для колеса с теми же параметрами при $\gamma = 30^\circ$ на рис. 6 дана эпюра изгибающих моментов, которые определены по вышеизложенному уточненному расчету.

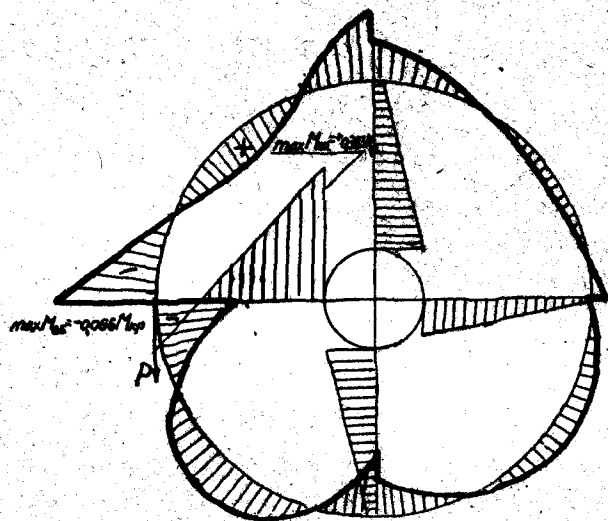


Рис. 5

Сравнивая указанные эпюры изгибающих моментов можно видеть, что максимальный изгибающий момент в наиболее нагруженной спице по уточненному расчету увеличивается на 12,3% по сравнению со значением, полученным из расчета по обычной схеме. В то же время максимальный изгибающий момент обода уменьшается на 23%, причем таковой находится в сечении, в котором при расчете по обычной схеме изгибающий момент близок к нулю.

Из приведенного примера видно, что расчет по изложенному методу дает уточнения расчетных нагрузок обода и спиц

колес при значительной ширине спиц, что часто встречается в зубчатых колесах. Особую важность приобретает учет ширины спицы при расчете обода колес на жесткость, так как по

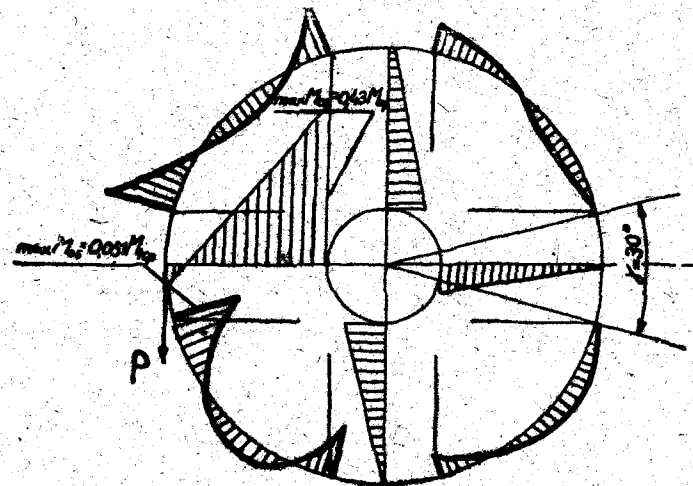


Рис. 6

уточненному расчету изменяются не только абсолютные значения изгибающих моментов, но и их распределение по длине обода.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Кац. О распределении напряжений в спицах и ободе шкивов и зубчатых колес. Труды Ленинградского индустриального института, № 6, 1937.
2. В. С. Гегошия. Распределение нагрузок по спицам зубчатых колес и шкивов. Труды Тбилисского института инженеров железнодорожного транспорта, 1941.
3. К. Б. Биценко и Р. Граммель. Техническая динамика. Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950.
4. А. Д. Короб. Исследование напряжений в ободе и спицах зубчатых колес. Диссертация, Одесса, 1939.
5. А. Д. Короб. Расчет обода и спиц зубчатых колес. Труды Одесского института инженеров мукомольной промышленности и elevatorного хозяйства имени И. В. Сталина, том II, 1948.
6. А. Д. Короб. К вопросу о раскрытии статической неопределимости колес со спицами. Труды Одесского института инженеров мукомольной промышленности и elevatorного хозяйства имени И. В. Сталина, том IV, 1952.
7. А. Д. Короб. Экспериментальная проверка изгибающих моментов в элементах спицевых колес. Труды Одесского технологического института холодильной и пищевой промышленности, т. V, вып. 1, 1952.

Кандидат технических наук З. Р. ГОРБИС

ПРИБЛИЖЕННЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

Движение твердых частиц в газовом потоке имеет место при пневмотранспорте, в пневмосушилках, в теплообменниках типа «газовзвесь» и в ряде других установок. Анализ движения частиц важен как для конструирования, так и для эксплуатации и испытания этих устройств. Так, в теплообменниках, в пневмосушилках время движения частиц соответствует времени теплообмена, экспозиции сушки. Знание относительной скорости частиц при пневмотранспорте позволяет правильно оценить потери давления, оценить участок разгона и т. д. Однако устанавливаемые обычно аналитические зависимости не дают возможности определять время и скорость движения частиц через обычно известные величины: длину установки (путь), скорость воздуха и т. д. [2, 3].

Известный графоаналитический метод П. С. Козьмина для нахождения скорости частиц применен для случая восходящего прямого потока (пневмотранспорт) при начальной скорости частиц равной нулю, [1, 3].

Ниже излагаются приближенные аналитические методы расчета времени и скорости движения твердых частиц в вертикальном воздушном потоке для двух случаев: 1) при постоянной скорости воздуха и 2) при переменной скорости воздуха.

При этом рассматривается восходящий прямой поток и, представляющий большой практический интерес, противоток.

В дальнейшем обозначено: v_{au} — скорость витания, м/сек; v_s — скорость воздуха м/сек; $v_{от}$ — относительная скорость

воздуха (частиц), м/сек; τ — время движения частиц, сек; S — путь частиц, м; v_r — абсолютная скорость частиц, м/сек; C_r — коэффициент лобового сопротивления; g — ускорение силы тяжести, м/сек².

Величины с одним штрихом относятся к участку разгона; величины с индексом n — к началу участка; величины с индексом $от$ — относительные величины.

Преобразованием известных дифференциальных уравнений движения частиц путем введения величины, называемой скоростью витания, соответственно для пневмотранспорта и противотока получим:

$$g \frac{v_{om}^2 - v_{su}^2}{v_{su}^2} = \frac{dv_r}{d\tau} = v_r \frac{dv_r}{dS} \quad (1)$$

$$g \frac{v_{su}^2 - v_{om}^2}{v_{su}^2} = \frac{dv_r}{d\tau} = v_r \frac{dv_r}{dS} \quad (2)$$

Интегрирование дает соответственно при пневмотранспорте и противотоке:

$$v_{om} = v_{su} \frac{e^{2\gamma} + 1}{e^{2\gamma} - 1} = v_{su} \cdot \text{cth } \gamma \quad (3)$$

$$S_{om} = \frac{2v_{su}}{g} \ln(\text{sh } \gamma) + C_1 \quad (4)$$

$$v_{om} = v_{su} \frac{e^{2\beta} - 1}{e^{2\beta} + 1} = v_{su} \text{th } \beta \quad (5)$$

$$S_{om} = \frac{v_{su}}{g} \ln(\text{ch } \beta) + C_2 \quad (6)$$

Здесь:

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau g}{v_{su}} + \ln \frac{v_{om,n} + v_{su}}{v_{om,n} - v_{su}} \right), \quad (7)$$

$$\beta = \frac{g\tau}{v_{su}} + \frac{1}{2} \ln \frac{v_{su} + v_{om,n}}{v_{su} - v_{om,n}}. \quad (8)$$

C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, получаемые из начальных условий.

При интегрировании уравнений (1) и (2) принято: 1) что скорость витания для данных частиц — постоянная величина и 2) что при времени движения частицы равно нулю путь частиц равен нулю, а скорость — начальной скорости частицы.

Первое положение действительно, так как скорость витания при изменении числа Рейнольдса от 200 до 10^5 остается постоянной величиной (для данной частицы). При этом, как показывают литературные данные [3, 4] и наши опыты с кварцевым песком, коэффициент лобового сопротивления частицы не зависит от числа Рейнольдса. По данным Г. Н. Худякова [4] такая закономерность соблюдается и при числах Рейнольдса больших 10. Помимо этого величина скорости витания может зависеть и от условий т. н. «стесненного» движения частиц (наличия соседних частиц, отношения диаметра частиц к диаметру трубы и т. п.), которые обычно безоговорочно не учитываются [1, 2, 3]. Согласно ряда данных (напр. [4]) последнее практически допустимо при весовой концентрации до 1,5–2,5. При большей концентрации и при удельном весе частиц менее $1000 \rightarrow 1500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ полученные формулы требуют соответствующей поправки.

Анализ выражений (3) — (8) показывает: 1) что равномерное движение частиц при прямотоке и противотоке, возможное при равенстве относительной скорости скорости витания частиц, наступает при бесконечно большом времени движения частиц (т. к. $v_{om} = v_{su}$ при $\text{cth } \gamma$ и $\text{th } \beta \rightarrow 1$, т. е. при γ и $\beta \rightarrow \infty$, т. е., согласно (7), (8) при $\tau \rightarrow \infty$); 2) что практически движение частиц может быть принято, (с различной точностью определения) равномерным по истечению конечных отрезков времени (т. к. рассматриваемые гиперболические функции асимптотически приближаются к единице).

Последнее положение позволяет из выражений (7) и (8) при условии постоянства скорости воздуха получить формулы для определения времени и пути «разгона», т. е. времени и пути наступления практически равномерного движения частиц. При восходящем прямотоке и противотоке соответственно получим:

$$\tau' = \frac{v_{su}}{g} \left(2\gamma - \ln \frac{v_{om,n} + v_{su}}{v_{om,n} - v_{su}} \right) \quad (9)$$

$$S' = v_r d\tau = v_s \cdot \tau' - \frac{2v_{su}^2}{g} \ln \frac{\text{sh } \gamma (v_{om,n}^2 - v_{su}^2)}{v_{su}} 0,5 \quad (10)$$

$$\tau' = \frac{v_{su}}{g} \left(\beta - \frac{1}{2} \ln \frac{v_{su} + v_{om,n}}{v_{su} - v_{om,n}} \right) \quad (11)$$

$$S' = v_r d\tau = \frac{v_{su}^2}{2g} \ln \frac{\text{ch } \beta (v_{su}^2 - v_{om,n}^2)^{0,5}}{v_{su}} - v_s \cdot \tau'. \quad (12)$$

Скорость движения частиц на участке «разгона» определяется выражениями (3) и (5).

При этом абсолютная скорость частиц в каком-либо сечении будет при пневмотранспорте равна разнице скорости воздуха и относительной скорости частиц, а при противотоке будет определяться как разность относительной скорости частиц и скорости воздуха в этом же сечении.

Величины β и γ , требуемые для пользования формулами (3) и (5), (9) — (12), необходимо выбирать по рис. 1 и рис. 2 в зависимости от принимаемой допустимой погрешности определения момента наступления равномерного движения частиц. Величина этой погрешности, отложенная на оси абсцисс в %, возникает из-за того, что действительно равномерное

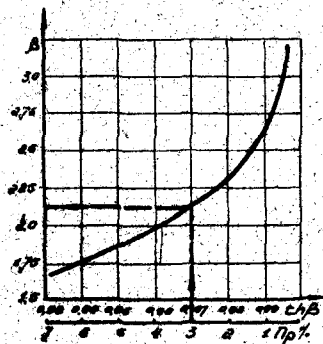


Рис. 1

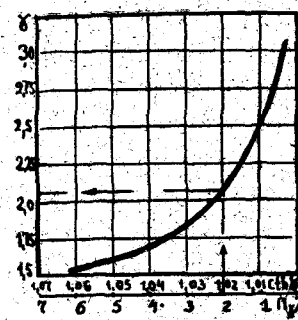


Рис. 2

движение частиц наступает при равенстве гиперболического тангенса (противоток) и котангенса (пневмотранспорт) единице.

После участка «разгона» параметры движения частиц практически находятся в условиях равномерного движения. При этом скорость частиц становится постоянной и определяется равенством относительной скорости и скорости витания частиц.

Таким образом, при неизменной скорости воздуха:

1. Данный приближенный метод, использующий ассимптотичность некоторых гиперболических функций, позволяет с наперед заданной точностью анализировать прямоточное (восходящее) и противоточное движение частиц, разделяя его на два характерных участка — неравномерного и практически равномерного движения.

2. Метод позволяет находить время и скорость движения частиц через обычно известные величины [формулы (3), (5), (9) и (11)], устанавливать место наступления практически равномерного их движения [формулы (10), (12)] и оценивать общий характер движения частиц путем сравнения длительности разгона с длительностью установившегося движения частиц.

При переменном сечении трубопроводов или при изменяющейся плотности воздуха (теплообмен) скорость воздуха переменна. В подобных случаях предлагается последовательно рассчитывать установку по участкам, в которых скорость воздуха может быть принята постоянной. При такой разбивке установки на участки вышерассмотренный метод не пригоден.

Имея в виду определение времени движения частиц в участках, где скорость воздуха принята неизменной, преобразуем соответственно формулы (4) и (6) следующим образом:

$$\operatorname{sh} \gamma = e^z \quad \text{и} \quad \operatorname{ch} \beta = e \quad (13)$$

$$e^\gamma = e^z (1 + \sqrt{1 + e^{-2z}}) \quad (14)$$

$$e^\beta = e^z (1 + \sqrt{1 - e^{-2z}}) \quad (15)$$

где:

$$z = g \frac{v_s \cdot \tau - S + C_1}{2v_{su}^2}; \quad x = g \frac{v_s \tau + S - C_2}{v_{su}^2} \quad (16)$$

Тогда при пневмотранспорте:

$$\tau \approx \frac{\frac{2v_{su}}{g} \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{V_{su}}{V_{от.н.} - V_{su}} \right) + \frac{S}{v_{su}}}{\frac{v_s}{v_{su}} - 1} \quad (17)$$

или

$$\tau \approx \frac{2gS + v_{su}^2}{(2v_s - v_{su})g} \quad (18)$$

При противотоке:

$$\tau \approx \frac{\frac{v_{su}}{g} \ln \frac{2v_{su}}{v_{su} + v_{от.н.}} + \frac{S}{v_{su}}}{1 - \frac{v_s}{v_{su}}} \quad (19)$$

Или:

$$\tau \approx \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gs}}{g} \quad (20)$$

$$\tau^2 + \left(\frac{v_{0u}}{g} \ln \frac{v_{0u} + v_{0m.н.}}{v_{0u} - v_{0m.н.}} - \frac{2v_0}{g} \right) \tau + 2 \left(\frac{v_0^2}{g^2} \ln \frac{v_{0u} + v_{0m.н.}}{v_{0u}} - \frac{S}{g} \right) = 0. \quad (21)$$

Решение уравнений (14) и (15) относительно времени движения частиц возможно путем их упрощения. Рассмотрение рисунков 3 и 4 показывает, что при величинах x и z меньших

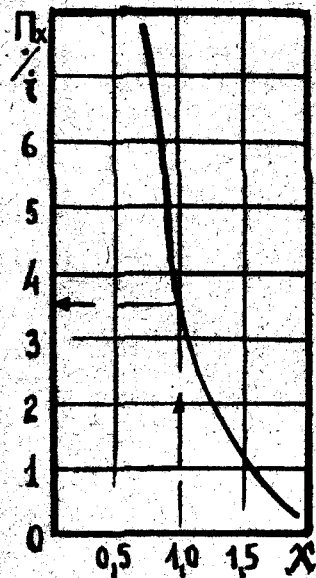


Рис. 3

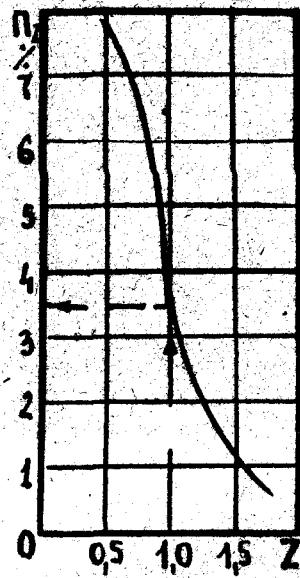


Рис. 4

либо равных единице максимальная ошибка, возникающая из-за пренебрежения в уравнениях (14) и (15) величинами e^{-x} и e^{-z} , не превышает 3,5%. Подобным образом преобразованные уравнения (14) и (15) были развернуты и решены относительно времени движения частиц путем соответствующей подстановки в них формул (7), (8) и (16). Сопоставление полученных при этом зависимостей (17) и (19) показывает, что

при противотоке путем возможно более близкого приближения скорости воздуха к скорости витания можно значительно увеличить время пребывания частиц в установке (время теплообмена, экспозицию сушки и т. п.), без изменения ее длины. При пневмотранспорте пределы изменения скорости несущего воздуха ограничены условиями беззавальной работы. Поэтому здесь время движения частиц возможно увеличить лишь, в основном, удлинением установки.

В тех случаях, когда погрешность приведенного упрощения уравнений (14) и (15) превышает 3,5% (рис. 3 и рис. 4), величины, возведенные в отрицательную степень, не отбрасываются, а раскладываются в ряд. После дальнейших преобразований, при допущении, что частицы вводятся в установку с нулевой скоростью, получены приближенные зависимости (18) и (20). Это допущение приемлемо, так как величины x и z дают ошибку более 3,5% (рис. 3, рис. 4) при значениях меньших единицы. Последнее характерно для начального участка установок, где начальная скорость частиц близка к нулю. Без этого допущения получается более точное равенство (21) для определения времени движения частиц в начальных участках известными методами решения квадратных уравнений. Следует так же отметить, что при составлении исходных дифференциальных уравнений и при получении ряда зависимостей не учтено явление первоначального «удара», испытываемое частицей в момент ввода в установку. Это явление, впервые, по видимому, экспериментально установленное к. т. н. Г. Р. Костюком, приводит к некоторому увеличению времени пребывания частиц в начальном участке и требует дальнейшего изучения.

Вышеприведенные формулы позволяют производить последовательный расчет движения частиц (необходимый при переменной скорости воздуха) в следующем порядке.

Вначале определяется время движения частиц в первом (начальном) участке, где постоянна скорость воздуха. Затем, определив по (7), (8) γ и β находят относительную конечную скорость в этом участке по (3), (5). Эта конечная скорость частиц в первом участке является начальной скоростью для последующего участка установки, где возможно принять иную постоянную (среднюю) скорость воздуха. Далее по формулам (17), (19) определяется время, а по формулам (3), (5) — конечная скорость частиц. Последняя является начальной скоростью для следующего участка и т. д. В такой последовательности может быть рассчитана вся установка до конца.

При этом необходимо: 1) знать длину участков, установки и скорости воздуха в них; 2) проверять после нахождения величины x или z , чтобы подтвердить правильность выбора формул (17) + (19), (x и $z \geq 1$) или формул (18, 20, 21), (x и $z < 1$).

Таким образом, данный приближенный метод позволяет рассчитывать восходящее прямоточное и противоточное движение частиц при различной скорости воздуха:

1. рассматривая последовательно элементы установки, где скорость воздуха может быть принята постоянной,

2. определяя время и скорость частиц в этих участках, через известные, как правило, величины.

ЛИТЕРАТУРА:

1. П. С. Козьмин. Портовые и судовые конвейеры. Речиздат, 1940.
2. К. И. Страхович. Основы теории и расчета пневматических транспортных установок. ОНТИ, 1934.
3. С. А. Каганович. Уравнения движения частиц в разгонном аппарате пневмомельницы. «Известия ВТИ», № 11, 1951.
4. Г. Н. Худяков и чл. корр. АН СССР З. Ф. Чуханов. К вопросу о движении твердых частиц в газовом потоке. ДАН СССР, т. 78, № 4, 1951.

Кандидат физико-математических наук доцент Д. С. ДАШНИЦ.

О ПОЛНОТЕ СИСТЕМЫ КОНЕЧНОМЕРНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ ПАРЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

К рассматриваемому ниже вопросу приводят краевые задачи вида

$$\begin{aligned} l(f) &= \lambda m(f) \\ u_p(f) &= 0 \quad (p = 1, 2, \dots, \nu) \end{aligned}$$

где $l(f)$ и $m(f)$ два самосопряженных дифференциальных выражения порядков 2ν и 2μ ($\nu > \mu$) соответственно, а u_p — граничные функционалы.

Не предполагая дефинитности формы $(l(f), f)$ при данных граничных условиях, мы устанавливаем существование счетной системы конечномерных подпространств Π пространства $L_2(a, b)$ [(a, b) — конечный интервал] таких, что

$$\begin{aligned} l(\Pi) &= m(\Pi) \\ u_p(\Pi) &= 0 \quad (p = 1, \dots, \nu) \end{aligned}$$

(т. е. функции, принадлежащие Π , удовлетворяют заданным граничным условиям и многообразия $l(\Pi)$ и $m(\Pi)$ совпадают) и доказываем полноту системы таких подпространств.

* * *

Обозначим через $D(L)$ многообразие функций $f(x)$ которые абсолютно непрерывны вместе со своими производными до $(2\nu - 1)$ порядка, удовлетворяют граничным условиям, причем $l(f) \in L_2(a, b)$.

Введем в рассмотрение операторы L и M , положив

$$\left. \begin{aligned} Lf &= l(f) \\ Mf &= m(f) \end{aligned} \right\} \{f \in D(L)\}.$$

Всюду в дальнейшем предполагается, что оператор L самосопряженный $L^* = L$, $\lambda = 0$ не является собственным значением оператора L и что оператор M — эрмитов, т. е.

$$(Mf, g) = (f, Mg) \quad (f, g \in D(L))$$

Кроме того, будем предполагать, что оператор L полуограничен снизу и $\lim_{f \in D(L)} \frac{(Lf, f)}{(f, f)} < 0$.

В этом случае отрицательный спектр оператора L состоит из конечного числа собственных значений. Пусть $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots$ полная ортонормированная система собственных функций оператора L , а

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_k < 0 < \lambda_{k+1} < \dots$$

отвечающие им собственные значения.

Пусть $D[L]$ замыкание по Фридрихсу [3] области определения $D(L)$ оператора L .

Определим на $D[L]$ скалярное произведение, положив

$$(f, g)_1 = \sum_{k=1}^{\infty} |\lambda_k| (f, \varphi_k) \overline{(g, \varphi_k)} \quad (f, g \in D[L])$$

$D[L]$ есть полное гильбертово пространство по отношению к скалярному произведению $(f, g)_1$ а $D(L)$ его плотное подмножество.

Наряду с метрикой $^*(f, g)_1$ определим на $D[L]$ J -метрику, положив

$$[f, g] = (Jf, g)_1, \quad (f, g \in D[L]),$$

где J — оператор, определенный равенствами

$$Jf = \begin{cases} -f & f \in P \\ f & f \in Q \end{cases}$$

$$J(f+g) = Jf + Jg \quad (f \in P, g \in Q)$$

При этом P — подпространство, натянутое на функции $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k$, а Q его ортогональное дополнение в $D[L]$ смысле метрики $(f, g)_1$.

Очевидно, что

$$[f, g] = (Lf, g) \quad (f, g \in D(L))$$

Обозначим через D_1 многообразие функций $f(x)$, которые абсолютно непрерывны вместе со своими производными до $2\nu - 1$ порядка, удовлетворяют условиям

$$f^{(k)}(a) = f^{(k)}(b) = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, 2\nu - 1)$$

причем $U(f) \in L_2(a, b)$.

Введем в рассмотрение билинейный функционал, положив

$$\Phi(f, g) = (Mf, g), \quad (f, g \in D(L))$$

Опираясь на разложения, полученные М. Г. Крейн-ом [1] для функций $f(x) \in D[L]$ и их производных по собственным функциям $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ и их производным, а также на разложения функции Грина $G(x, s)$ краевой задачи $Lf = h$, нетрудно показать, что билинейный функционал $\Phi(f, g)$ ограничен на функциях $f(x) \in D(L)$ и $g \in D_1$, т. е.

$$|\Phi(f, g)| \leq k \|f\|_1 \|g\|_1$$

$$(f \in D(L), g \in D_1, \|f\|_1 = \sqrt{(f, f)_1}).$$

Билинейный функционал $\Phi(f, g)$ допускает непрерывное расширение $\Phi_1(f, g)$ на все пространство $D[L]$, следовательно, существует ограниченный оператор T , действующий на пространстве $D[L]$, такой что $\Phi(f, g) = (Tf, g)$. Оператор T вполне непрерывен. Это следует из того, что для любого $\varepsilon > 0$ существует номер N такой, что для функций f и g из $D[L]$ ортогональных к $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$

$$\Phi_1(f, g) \leq \varepsilon \|f\|_1 \|g\|_1.$$

Так как для любых f и g из $D[L]$

$$(Mf, g) = [Tf, g] = (Tf, Lg),$$

то, полагая $Lg = h$, получим

$$(L^{-1}Mf, h) = (Tf, h).$$

Откуда $Tf = L^{-1}Mf$ ($f \in D(L)$). Таким образом, справедливо утверждение:

1. Паре операторов (L, M) отвечает вполне непрерывный в смысле нормы $\|f\|_1$ оператор T , действующий в пространстве $D[L]$ и такой, что на элементах $f \in D(L)$

$$Tf = L^{-1}Mf. \quad (1)$$

Число π называется собственным значением пары (L, M) , если существует неравная тождественно нулю функция $f(x)$ ($f \in D(L)$), такая, что $Lf = \pi Mf$. При этом $f(x)$ называется собственной функцией пары (L, M) отвечающей π .

Подпространство Π пространства $L_2(a, b)$, принадлежащее $D(L)$, называется инвариантным подпространством пары операторов (L, M) , если $M\Pi \subset L\Pi$. Последнее означает, что для любой функции $f(x) \in \Pi$ существует функция $g(x) \in \Pi$ такая, что $Mf = Lg$.

Будем говорить, что подпространство Π есть инвариантное подпространство пары (L, M) , отвечающее собственному значению π , если Π конечномерно и не содержит собственных функций пары (L, M) , отвечающих собственным значениям отличным от π . Если кроме того не существует инвариантного подпространства Π_1 пары (L, M) , отвечающего собственному значению π и такого, что $\Pi_1 \supset \Pi$, то подпространство Π будем называть максимальным инвариантным подпространством пары операторов (L, M) , отвечающим собственному значению π .

Имеет место следующее утверждение.

2. Максимальное инвариантное подпространство Π пары (L, M) , отвечающее любому собственному значению π является максимальным инвариантным подпространством оператора T , отвечающим собственному значению $\tau = \frac{1}{\pi}$. Обратно, максимальное инвариантное подпространство оператора T , отвечающее любому собственному значению $\tau \neq 0$, является максимальным инвариантным подпространством пары (L, M) , отвечающим собственному значению $\pi = \frac{1}{\tau}$.

Доказательство. Очевидно, что всякое инвариантное подпространство пары (L, M) , является инвариантным подпространством оператора T . Отсюда следует, что всякому собственному значению π пары (L, M) , отвечает максимальное инвариантное подпространство Π пары (L, M) .

Если $\tau \neq 0$ есть собственное значение оператора T кратности k , то $\pi = \frac{1}{\tau}$ есть собственное значение пары (L, M) и притом той же самой кратности.

Действительно, допустим, что $\pi = \frac{1}{\tau}$ не есть собственное значение пары (T, M) , тогда уравнение

$$Lf - \pi Mf = h \quad (4)$$

имеет решение $f \in D(L)$, каково бы ни было $h \in L_2(a, b)$. Пусть $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k$ — линейно независимые решения уравнения

$$T^* \psi = \tau \psi,$$

где T^* — оператор, сопряженный с T в смысле метрики $(f, g)_1$. Так как $D(L)$ плотно в $D[L]$ в смысле этой же метрики, то существует элемент $g \in D(L)$, который не является ортогональным к векторам $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k$

$$(g, \psi_j)_1 \neq 0. \quad (j = 1, 2, \dots, k).$$

Полагая в (4) $h = -\frac{1}{\tau} Lg$, получим, что решение f_0 этого уравнения будет также решением уравнения

$$Tf - \tau f = g.$$

Последнее, однако, в силу выбора g , невозможно.

Таким образом $\pi = \frac{1}{\tau}$ есть собственное значение пары (L, M) . Обозначим его кратность через l . Очевидно, что $k \geq l$.

Пусть $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k$ — линейно независимые решения уравнения

$$T^{[*]} \chi = \tau \chi,$$

где $T^{[*]}$ — оператор, сопряженный с T в смысле J метрики.

Так как

$$[(T - \tau I)f, \chi_j] = 0 \quad (f \in D(L); j = 1, 2, \dots, k),$$

то

$$[(L - \pi M)f, \chi_j] = 0 \quad (f \in D(L); j = 1, 2, \dots, k)$$

и следовательно $\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k$ — являются решениями уравнения

$$(L - \pi M)^* \chi = 0.$$

Так как последнее уравнение имеет l линейно независимых решений, то $l \geq k$. Таким образом $k = l$.

Докажем теперь совпадение максимальных инвариантных подпространств оператора T и пары $(L; M)$. Пусть Π — максимальное инвариантное подпространство оператора T , отвечающее собственному значению $\tau \neq 0$, Π_0 — максимальное инвариантное подпространство пары $(L; M)$, отвечающее собственному значению $\pi = \frac{1}{\tau}$. Очевидно, что $\Pi_0 \subset \Pi$.

Допустим, что Π_0 не совпадает с Π . Введем в рассмотрение фактор — пространство $D[L]/\Pi_0$. Последнее есть полное гильбертово пространство по отношению к скалярному произведению

$$(F, G) = (f_0, g)_1, \quad (F, G \in D[L]/\Pi_0),$$

где f и g соответственно представители классов F и G ортогональные в смысле метрики $(\cdot)_1$ к подпространству Π_0 . В силу допущения относительно Π_0 , τ есть собственное значение оператора T_0 , порожденного в фактор-пространстве $D[L]/\Pi_0$ оператором T . Так как $D(L)/\Pi_0$ плотно в $D[L]/\Pi_0$, то в $D(L)/\Pi_0$ существует элемент G , который не является ортогональным к нулям оператора $T^*_0 - \tau I$. Пусть $g \in G$.

Положим $h = -\pi Lg + \sum_{j=1}^q c_j L\psi_j$, где $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_q$ — базис Π_0 .

Выберем постоянные c_j ($j = 1, 2, \dots, q$) так, чтобы

$$(h_1, \chi_j) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, k),$$

где $\{\chi_j\}_1^k$ — линейно независимые решения уравнения

$$(L - \pi M)^* \chi = 0.$$

Пусть $f_0 \in D(L)$ — решение уравнения

$$Lf - \pi Mf = -\pi Lg + \sum_{j=1}^q c_j L\psi_j,$$

тогда

$$Tf_0 - \tau f_0 \equiv g \pmod{\Pi_0}.$$

Следовательно, класс элементов F_0 , сравнимых с f_0 по модулю Π_0 , есть решение уравнения

$$T_0 F - \tau F = G.$$

Последнее, однако, в силу выбора G , невозможно.

Таким образом, допущение, сделанное относительно Π_0 , неверно. Подпространство Π_0 совпадает с Π . Утверждение 2° доказано.

В силу допущения, сделанного относительно оператора M , оператор T , действующий в пространстве $D[L]$ является J — самосопряженным.

Нетрудно видеть, что многообразие собственных векторов оператора T , отвечающих собственному значению $\tau = 0$, состоит из тех и только тех элементов пересечения $D[L]$ и $D(M^*)$, которые аннулируются оператором M^* .

Известно [2], что собственные значения J — самосопряженного оператора, действующего в пространстве Понтрягина $H_{\mathcal{K}}$ вещественны за исключением самое большее $\mathcal{K}$ пар комплексно-сопряженных собственных значений. Если $\lambda = 0$ не является собственным значением такого оператора, то линейная замкнутая оболочка его конечномерных инвариантных подпространств совпадает со всем пространством $H_{\mathcal{K}}$.

Из утверждений 1°, 2° и сформулированных выше положений вытекает следующее утверждение:

3°. При сделанных относительно оператора L и M допущениях, собственные значения пары $(L; M)$ — вещественны за исключением самое большее $\mathcal{K}$ пар комплексно-сопряженных собственных значений.

Если кроме того из условий

$$g \in D[L] \cap D(M^*), \quad Mg = 0$$

следует, что $g = 0$, то линейная замкнутая в смысле нормы $\|\cdot\|_1$ оболочка конечномерных инвариантных подпространств пары $(L; M)$ совпадает со всем пространством $D[L]$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Крейн М. Г. Теория самосопряженных расширений полуограниченных эрмитовых операторов и ее приложения. Матем. сб. 21 (63), 1947.
- [2] Иохвидов И. С. Унитарные и самосопряженные операторы в пространстве с индефинитной метрикой. Диссертация, 1950.
- [3] Friedrichs K. Spektraltheorie halbbeschränkter Operatoren und Anwendung auf die Spektralzerlegung von Differentialoperatoren. Math. Ann. 109, 1934.

Кандидат физико-математических наук Г. В. КОСТАНДИ.

НЕОБХОДИМО ДАТЬ РАДИКАЛУ ЕДИНОЕ СТАНДАРТНОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Что такое $\sqrt{4}$?

На этот вопрос мы можем получить несколько различных ответов:

1. Это — просто два (число без знака).
2. Это — или плюс два или минус два.
3. Это — и плюс два и минус два.

И вот с таким символом, который неизвестно что обозначает, манипулируют математики, инженеры и просто школьники, получают различные формулы, которые, вследствие разнообразия трактовки этого символа, приводят часто к неясностям или даже к ошибкам.

Так, в любом учебнике, в любой методике вы найдете записи:

«радикал, т. е. корень»

и

$$\sqrt{4} = \pm 2$$

Причем эти записи, обыкновенно, сопровождаются более или менее многословными пояснениями, почему радикал надлежит трактовать как многозначный символ.

Но достаточно вам перелистать несколько страниц и в том же учебнике, в той же методике вы неизбежно находите запись корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

в таком виде:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Вы видите, что авторы этих учебников радикально забыли о так тщательно оговоренной ими же многозначности радикала. Действительно, если бы радикал $\sqrt{b^2 - 4ac}$ был двузначным символом, то постановка перед ним знаков $\pm$ была бы по меньшей мере излишнею.

Когда ученик, решая уравнение

$$x^2 = 4$$

пишет

$$x = \sqrt{4},$$

ему всегда говорят: «Нет, голубчик, это неправильно, следует писать $x = \pm \sqrt{4}$ ».

Педагог, заметивший эту нелогичность учебника, поставлен перед довольно неприятной дилеммой: либо скрыть это от учеников, считая их недостаточно развитыми, чтобы заметить это противоречие, и, рискуя быть уличенным в нелогичности, или сообщить об этом ученикам, предупреждая, что не всегда можно доверять учебнику, а это вряд ли полезно на такой ранней ступени обучения.

Большинство парадоксов, связанных с неправильным употреблением квадратного радикала, вытекает из общераспространенного равенства

$$\sqrt{a^2} = a. \quad (1)$$

Это последнее равенство несправедливо, когда a не есть положительное вещественное число. В случае вещественного a , т. е. в случае, когда

$$a^2 > 0$$

следует писать

$$\sqrt{a^2} = |a|.$$

Однако было бы ошибочно думать, что можно избежать противоречий, считая символ $\sqrt{\quad}$ вообще и $\sqrt{\quad}$, в частности, обозначением арифметического корня, т. е. положительного корня из положительного числа.

Ведь в элементарной алгебре нам приходится рассматривать и $\sqrt[3]{-27}$ и $\sqrt{-4}$; мы не можем ограничиваться арифметическим корнем.

Вот почему в поднимаемом здесь вопросе не могут принести пользу различные попытки дать специальное обозначение для арифметического корня.

Так, например, Оскар Больца в своих лекциях по вариационному исчислению ввел для арифметического корня из положительного числа знак $\sqrt{a}^+$, оставив за знаком $\sqrt{a}$ значение алгебраического корня.

Многие педагоги (и я в том числе) увлеклись хвостиком у радикала. Однако, вполне очевидно, что хвостик не помогает в нашем вопросе.

Действительно, что мы должны писать, решая в общем виде квадратное уравнение:

$$\sqrt{b^2 - 4ac}^+ \text{ или } \sqrt{b^2 - 4ac}^-?$$

Знак числа $b^2 - 4ac$ нам неизвестен, а потому мы не можем писать $\sqrt{b^2 - 4ac}^+$; если же мы напомним $\sqrt{b^2 - 4ac}$, то, оставляя неопределенным рассматриваемое значение радикала, приходим к тем неприятностям, о которых говорилось выше.

Однако, не сохраняя за символом $\sqrt{\quad}$ значения арифметического корня, удобно пользоваться радикалом с хвостиком, так как это дает возможность четко замыкать то выражение, которое стоит под радикалом.

Итак, впредь мы будем символы $\sqrt{\quad}^+$ и $\sqrt{\quad}^-$ считать совершенно равнозначными и писать тот или другой безразлично.

Наша задача состоит в том, чтобы дать радикалу такое единое определенное значение, которое, по возможности, соответствовало бы практике употребления этого символа.

Остановимся предварительно на нескольких примерах из практики вузовского преподавания математики, где видно отражение неправильной трактовки радикала, где видна необходимость внесения большей ясности в этот вопрос.

Есть в высокой степени интересное место в курсе дифференциального исчисления Лузина (1949 г.).

В главе XIV § 136 (стр. 307 и 308) мы находим формулы для кривизны:

$$k = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (1^*)$$

и

$$k = \frac{y'' x' - y' x''}{(x'^2 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (5)$$

Получив формулу (5), Лузин пишет:

«Эта формула удобна, но лучше сначала вычислить $\frac{dy}{dx}$..., потом вычислить $\frac{d^2y}{dx^2}$..., и, наконец, подставить найденное в формулу кривизны (1)».

Если формулой (5) не следует пользоваться, то для чего же она выводится? В чем же состоит удобство этой формулы, если ею нельзя пользоваться?

На эти вопросы Лузин ответа не дает.

Рассмотрим кривизну эллипса:

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$

Если мы рассматриваем случай, когда

$$0 < t < \pi,$$

то по формуле (1) получим отрицательное значение для кривизны k , а по формуле (5) кривизна k окажется положительной.

В этом случае кривизна, очевидно, отрицательна, т. е. формула (5) привела нас к неправильному результату.

В чем же тут дело?

Дело в том, что выводя формулу (5), Лузин положил:

$$\sqrt{x'^2} = x',$$

т. е. воспользовался формулой

$$\sqrt{a^2} = a, \quad (1)$$

а эта формула, как мы уже видели выше, неверна.

Аналогичную неверную формулу мы находим также в курсе интегрального исчисления Пюссе и Привалова (1939 г.) гл. II, § 3, стр. 42, а именно:

$$\int \frac{dx}{(x-a)^n \sqrt{Ax^2 + 2Bx + C}} = - \int \frac{z^{n-1} dz}{\sqrt{A_1 z^2 + 2B_1 z + C_1}},$$

где

$$x - a = \frac{1}{z}, \text{ т. е. } x = \frac{az + 1}{z}.$$

Воспользуемся этой формулой для вычисления интеграла

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{1}{2}}^{-1} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - x}} &= - \int_{-\frac{1}{2}}^{-1} \frac{du}{\sqrt{1-u}} = 2 \left[\sqrt{1-u} \right]_{-\frac{1}{2}}^{-1} = 2 \left\{ \sqrt{2} - \sqrt{\frac{3}{2}} \right\} = \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} (2 - \sqrt{3}), \end{aligned}$$

т. е.

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{-1} \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - x}} = \sqrt{2} (2 - \sqrt{3}) > 0.$$

Мы пришли к неверному заключению.

Определенный интеграл имеет положительное значение, в то время, как все значения подинтегральных элементов отрицательны. Причина та же. Формула (2) неверна, и источник ошибки тот же; при ее выводе автор воспользовался формулой (1), но в этом случае читатель не предупреждается о грозящей ему опасности. Формула (2) выдается за вполне доброкачественную, так как, повидимому, сами авторы не замечают ее ошибочности.

Эту ошибку мы находим во всех учебниках, рассматривающих интегралы такого типа:

Э. Гурса. Курс математического анализа, 1933 г. Том 1, часть 1-я, стр. 224.

В. И. Смирнов. Курс высшей математики, 1948 г. Том 1, стр. 464.

То же мы находим и в других учебниках.

Приведенные примеры в достаточной степени подчеркивают недопустимость современного состояния вопроса о радикале. Этот вопрос вполне разрешим и должен быть разрешен в кратчайшее время. Радикал слишком распространенный символ, чтобы можно было терпеть далее современную неотчетливость его смысла.

Один из возможных вариантов решения этого вопроса таков:

Рассмотрим все корни n -ой степени из комплексного числа $a + bi$, где a и b — вещественные числа и $i = \sqrt{-1}$.

Мы знаем, что таких корней n , и если

$$\begin{aligned} a + bi &= \rho (\cos \varphi + i \sin \varphi), \\ \text{то } \sqrt[n]{a + bi} &= \sqrt[n]{\rho} \left(\cos \frac{2k\pi + \varphi}{n} + i \sin \frac{2k\pi + \varphi}{n} \right), \end{aligned}$$

* Это обозначение заимствовано мною у Krager A., Lehrbuch der Thetafunktionen, Lpg. 1903.

где $\sqrt[n]{\rho}$ — арифметический корень, $k=0, 1, 2, \dots, n-1$,
 φ — наименьшее не отрицательное значение аргумента.
 Пример:

$$\sqrt[k]{-27} = \sqrt[k]{27(\cos \pi + i \sin \pi)} = \sqrt[k]{27} \left(\cos \frac{2k\pi + \pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi + \pi}{3} \right),$$

$$\sqrt[3]{-27} = 3 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3}{2} + i \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt[3]{-27} = 3(\cos \pi + i \sin \pi) = -3$$

$$\sqrt[3]{-27} = 3 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) = \frac{3}{2} - i \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Является большой соблазн положить

$$\sqrt[n]{a+bi} = \sqrt[n]{a+bi},$$

т. е.

$$\sqrt[n]{a+bi} = \sqrt[n]{\rho} \left(\cos \frac{\varphi}{n} + i \sin \frac{\varphi}{n} \right).$$

Однако такое решение вопроса оказывается не совсем удачным, так как при таком условии пришлось бы считать, как это видно из вышеизложенного, что

$$\sqrt[3]{-27} = \frac{3}{2} + i \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

а нам хотелось бы, чтобы было

$$\sqrt[3]{-27} = -3.$$

Мы предлагаем немного иное решение вопроса, а именно:

I. Если $a \geq 0$, то

$$\sqrt[n]{a+bi} = \sqrt[n]{a+bi}.$$

II. Если $a < 0$, то

$$\sqrt[n]{a+bi} = \sqrt[n]{a+bi}.$$

и

$$\sqrt[n]{a+bi} = -\sqrt[n]{-a-bi}.$$

При таком решении вопроса окажется:

$$\sqrt{4} = 2; \sqrt[3]{-27} = -3; \sqrt{-4} = 2i;$$

$$\sqrt[6]{64} = 2; \sqrt{-1+i\sqrt{3}} = \sqrt[4]{2}(\sqrt{3}+i) \text{ и т. п.}$$

Выше сказано: «Мы предлагаем немного иное решение вопроса».

Это не совсем верно. Не мы предлагаем, а таково фактическое положение дела, в практических приложениях в большинстве случаев таким и считается радикал, он почти всегда однозначен и почти всегда имеет указанное выше значение. Необходимо только, чтобы какой-либо авторитетный орган закрепил за радикалом это значение, чтобы это или аналогичное значение было официально присвоено радикалу в качестве его стандартного значения.

Имея во всех случаях одно, вполне определенное значение радикала, мы освобождаемся от всех тех неясностей и противоречий, которые существуют в настоящее время в этом вопросе.

Так, например, рассматривая уравнения

$$x+1=\sqrt{x} \quad (\alpha)$$

$$x+1=-\sqrt{x} \quad (\beta)$$

$$x^2+x+1=0 \quad (\gamma)$$

находим для уравнения (γ)

$$x_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } x_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Решением уравнения (α) служит x_1 , и x_2 есть решение уравнения (β) .

Если бы мы не установили, какой квадратный корень из x обозначается символом $\sqrt{x}$ то конечно, ничего не могли бы сказать о решении уравнений (α) и (β) .

При современном состоянии вопроса о радикале уравнения (α) и (β) неразрешимы.

И таких неразрешимых в настоящее время уравнений можно, не задумываясь долго, написать неограниченное множество.

Если бы мы считали, как это делается обыкновенно, что $\sqrt{x}$ есть любой квадратный корень из x , то оказалось бы, что и x_1 и x_2 являются решениями всех трех уравнений, — и (α) и (β) , и (γ) .

Последнее утверждение, конечно, является неправильным.

Как же излагать этот вопрос в школе?

Неужели говорить о любом корне n -ой степени из комплексного числа $a + bi$?

Конечно, не с этого нужно начинать.

Сначала, по обыкновению, определяем корень n -ой степени из a , как число, n -ая степень которого равна a .

Не предпреляя вопроса о числе таких корней, находим, что при четном n и положительном a существуют, между прочим, два таких числа с одинаковыми абсолютными величинами и разными знаками.

Например:

$$(+2)^2 = 4 \text{ и } (-2)^2 = 4.$$

Затем указываем, что один из таких корней обозначается символом $\sqrt[n]{a}$ (радикалом); в частности:

$$\sqrt{4} = 2,$$

но ни в коем случае не $\sqrt{4} = \pm 2$; это неверно.

Со всею решительностью подчеркиваем, что радикал есть однозначный символ, что радикал обозначает не любой из корней, а только один вполне определенный корень.

Вводим:

$$\sqrt[n]{|a|}, \quad \sqrt[2n+1]{-|a|} = -\sqrt[2n+1]{|a|}.$$

и наконец

$$\sqrt{-1|a|} = i\sqrt{|a|}.$$

Окончательное решение этот вопрос получит только при подробном рассмотрении комплексного числа; до того же времени нам придется отказаться от таких уравнений, как:

$$x + 1 = \sqrt{x}.$$

Я хочу еще раз подчеркнуть мою мысль.

Практика установила более или менее определенный смысл радикала, и этот смысл в большинстве случаев таков, о каком говорится выше. Нужно, чтобы учебники математики не извращали этой — данной жизнью — трактовки радикала.

В этот вопрос должна быть, наконец, внесена ясность.

Радикал очень распространенный символ, и нельзя терпеть дальше той путаницы, которая с ним связана.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Н. Я. Кестельман, А. М. Руссо. Исследование качества металла дробильно-размалывающих катков вальцовых станков мукомольных мельниц	3
А. В. Панченко, Г. Д. Гальперин. О циркуляции и распределении мощности в звеньях механизма с параллельными передачами	15
Н. Ф. Угодик, Г. С. Бавли. Вопросы планирования и учета валовой и товарной продукции на мукомольных предприятиях	27
Ф. И. Тришин. Химический дробный микро- и полумикроанализ	33
Г. А. Водатурский, В. К. Бейдин. К вопросу о новом способе открытия кадмия в присутствии меди	41
М. С. Дудкин. Взаимодействие малеиновой кислоты и ее солей с формальдегидом	45
Д. П. Гохштейн. Об использовании производственной охлаждающей воды при помощи тепловых насосов	53
И. Л. Ройх. Применение математической статистики к митогенетическим исследованиям	61
А. Д. Короб. Вопросы экономики при проектировании зубчатых цепных передач	87
В. Ф. Мальцев. Расчет основных элементов роликовых механизмов свободного хода	97
Д. Л. Коган. Аксонометрические методы в проекциях на цилиндрическую поверхность	109
Г. И. Коган-Вольман, Л. Г. Ковалев. Электроимпульсный метод определения угла скручивания гибкого проволочного вала	117
В. Я. Белецкий, М. К. Слуцкий, З. М. Баренбойм. К проектированию шарнирных четырехзвенных механизмов по двум заданным положениям	125
А. Д. Короб. К уточненному расчету обода и спиц колес	147
З. Р. Горбис. Приближенные аналитические методы расчета движения твердых частиц в газовом потоке	155
Д. С. Дашниц. О полноте системы конечномерных инвариантных подпространств пары дифференциальных операторов	163
Г. В. Костанди. Необходимо дать радикалу единое стандартное значение	171

Технический редактор Б. Могилецкий
Корректор Н. Глоба

БР 20102. Подписано к печати 4/VI-55 г.
Ф. б. 60×92/16=5,5 бум. л.=11¼ п. л. Уч.-изд. л. 8,69: Тираж 500 экз.
Цена 6 р. 10 к. Заказ № 6463.

г. Одесса, Пушкинская, 32, Облтипография.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
16	подписуочная	междукатковая	межкатковая
18	6-я снизу	НМИ	НМП
22	2-я снизу	охлава	обхлава
28	3-я сверху	недоброкачественного	недоработанного
28	25-я сверху	остатков	отходов
30	25-я сверху	26328000: 16 = 164550 руб.	2632800: 160 = 164550.
35	10-я сверху	20Н'(H')	20Н'
99	формула (1)	$M_p = \frac{MK}{K}$	$M_p = \frac{MK}{K_r}$
102	6-я строка сверху	$K_2 \approx 1$	$K_2 > 1$
102	формула (9)	$d = 0,153 \sqrt[3]{\frac{M_p}{Z}}$	$d = 0,153 \sqrt[3]{\frac{M_0}{Z}}$
104	5-я снизу	$= 7^\circ,$	$\alpha = 7^\circ$
106	8-я сверху	R	R ₀
110	6-я снизу	пересечение	пересечение
112	10-я снизу	проекции	проекции
113	14-я снизу	точки	точка
125	формула (1)	$\frac{r^4}{r^3}$	$\frac{r_4}{r_3}$

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
125	формула (2)	$\frac{I_4}{I_1}$	$\frac{I_4}{I_1}$
125	формула (3)	$\frac{I_4}{I_1}$	$\frac{I_4}{I_2}$
126	формула (5)	$(-I_1)$	$(1 - I_1)$
128	формула (16)	$\frac{1 - I_1}{1 - I_1}$	$\frac{1 - I_1}{1 - I_2}$
129	формула (25)	$(\varphi_2 - \alpha)$	$(\varphi_2 - \alpha_2)$
129	формула (26)	$1 \cdot \sin \alpha_1$	$\sin \alpha_1$
129	формула (29)	$1 \cdot \sin \psi_1$	$\sin \psi_1$
130	подпись под рисунком	Рис. 2	Рис. 3 (Рисунок должен быть помещен на стр. 134).
131	формула (31)	I_2	I_1
132	формула (40)	$\frac{I_1 \cdot \sin \varphi_1}{\sin \alpha_1 \cdot \sin (\varphi_1 - \alpha_1)}$	$\frac{I_2 \sin \varphi_2}{\sin \alpha_1 \cdot \sin (\varphi_2 - \alpha_2)}$
134	4-я сверху	номограмме	номограмме
134	подпись под рисунком	Рис. 3	Рис. 2 (Рисунок должен быть помещен на стр. 130)
148	8-я сверху	максимальный, изгибающий	максимальный изгибающий

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
148	5-я снизу	$\alpha > \theta > \left(\frac{2\pi}{n} - \gamma \right)$	$\alpha < \theta < \left(\frac{2\pi}{n} - \gamma \right)$
153	17-я снизу	Гетония	Готония
156	13-я сверху	противотока	противотоке
157	22-я сверху	(8) (при $\tau \neq \infty$)	(8), при $\tau \neq \infty$
157	формула (10)		$S_1 = \int V_r dt = V_s \cdot t^1 - \frac{2V_{bu}^2}{g} \ln \frac{Sh \gamma (V_{отн.}^2 - V_{bu}^2)^{0.5}}{V_{bu}}$
159	формула (12)		$S_1 = \int V_r dt = \frac{V_{bu}^2}{2g} \ln \frac{Gh \gamma (V_{bu}^2 - V_{отн.}^2)^{0.5}}{V_{bu}} - V_s \cdot t^1;$
160	формула (17)	вместо „V“	везде, должно быть „V“
162	3-я сверху	X и Z меньших	X и Z больших
163	1-я сверху	длинну участков, установки	длинну участков установки
161	1-я сверху	д. С. Дашниц	Л. С. Дашниц
164	9-я сверху	$\ln i \frac{(L_1 t)}{(t f)} < 0$	$0 > \ln i \frac{(L_f t)}{(t f)} > m$
165	12-я сверху	ортанормированная	ортонормированная
165	3-я сверху	смысле метрики	в смысле метрики
165	10-я снизу	на пространстве	в пространстве
180	20-я снизу	Аксометрические	Аксометрические