Геометрия в Астрахани 2009

ББК 22.15(0)я43
УДК 514(477)(100)(063)
Г27

Рекомендовано к печати редакционно-издательским советом
Международного геометрического центра $d\omega$

ГЕОМЕТРИЯ В АСТРАХАНИ — 2009: тезисы докладов (Астрахань, 10 сентября — 16 сентября 2009) / под ред. В. Гольдберга, В. Кузаконя, А. Куппера, В. Лычагина. — Астрахань: Астраханская цифровая типография, 2009. — 46 с.

Сборник содержит результаты исследований участников Международной конференции "Геометрия в Астрахани — 2009", проходившей в Астрахани с 10 по 16 сентября 2009 г. в рамках III Международного симпозиума "Симметрии: теоретический и методический аспекты". Эта конференция является частью серии конференций, организуемых Международным геометрическим центром $d\omega$ (`www.d-omega.org`).

Представленные работы охватывают широкий круг проблем современной геометрии. Адресуется научным работникам, преподавателям ВУЗов, школ, аспирантам и студентам, интересующимся геометрией.

Федеральное агентство по образованию
Министерство образования и науки Астраханской области
Астраханский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Universitetet i Tromso (Norway)
Одеська національна академия харчових технологій
Академия Натальи Нестеровой
Институт проблем управления Российской Академии Наук
Інститут математики НАН України
Астраханский институт повышения квалификации и переподготовки
International Geometry Center $d\omega$
Фонд "Наука"

III Международный симпозиум

СИММЕТРИИ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ И МЕТОДИЧЕСКИЙ АСПЕКТЫ

Тезисы докладов Международной конференции
ГЕОМЕТРИЯ В АСТРАХАНИ — 2009
Астрахань, 10.09 — 16.09 2009 г.

Тези доповідей Міжнародної конференції
ГЕОМЕТРІЯ В АСТРАХАНІ — 2009
Астрахань, 10.09 — 16.09 2009 р.

Abstracts of the International Conference
GEOMETRY IN ASTRAKHAN — 2009
Astrakhan, 10.09 — 16.09 2009

Editors:
V. Goldberg, A. Kushner, V. Kuzakon, and V. Lychagin

Астрахань—2009

ИЗОМЕТРИЧЕСКАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ФУНКЦИЙ НА ПЛОСКОСТЯХ ЛОБАЧЕВСКОГО

Н. Г. Коновенко

(Одесская Национальная Академия Пищевых Технологий, Одесса, Украина)

E-mail address: konovenko@ukr.net

Рассматривается эквивалентность функций на плоскости Лобачевского $\mathbb{R}^2$ с метрикой $g = \frac{dx^2+dy^2}{y^2}$ относительно группы изометрий. Алгебра Ли изометрий плоскости Лобачевского изоморфна алгебре Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$ и порождена векторными полями

$$A = \partial_x, \quad B = (x^2 - y^2)\partial_x + 2xy\partial_y, \quad H = 2x\partial_x + 2y\partial_y,$$

Функция $f \in C^\infty(J^k\pi)$, заданная в пространстве k-джетов сечений тривиального расслоения $\pi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, является дифференциальным инвариантом изметрий, если $X^{(k)}(f) = 0$, для всех инфинитизимальных изометрий $X \in \mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$.

Каждый дифференциальный инвариант f порождает два $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$-инвариантных дифференцирования

$$\nabla_f = y^2\left(\frac{df}{dx}\frac{d}{dx} \pm \frac{df}{dy}\frac{d}{dy}\right), \quad \gamma_f = y^2\left(\frac{df}{dy}\frac{d}{dx} - \frac{df}{dx}\frac{d}{dy}\right)$$

и две $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$-инвариантные скобки $(f, g) = \nabla_f(g), \quad [f, g] = \gamma_f(g)$.

Теорема 1. *1. Алгебра дифференциальных инвариантов изометрий для геометрии Лобачевского является пуассоновой алгеброй относительно скобки $[\ \ ]$.*

2. В окрестности регулярной орбиты эта алгебра порождена дифференциальным инвариантом нулевого порядка $J_0 = u$ и дифференциальным инвариантом второго порядка $J_2 = y^2(u_{11} + u_{22})$, а также их всевозможными скобками;

Для произвольной функции s мы скажем, что s *регулярна*, если значения дифференциальных инвариантов $J_0 = u, \quad J_1 = y^2(u_1^2 + u_2^2)$ вычисленных на s функционально независимы.

Если функция s сингулярна в некоторой области, то она является решением дифференциального уравнения вида

$$F(y^2(s_x^2 + s_y^2), s) = 0$$

для некоторой функции F.

Для регулярной функции s значения инварнтов второго порядка

$$J_{21} = 2y^4(2u_1u_2u_{12} + u_1^2u_{11} + u_2^2u_{22}) + 2y^3(u_2u_1^2 + u_2^3),$$

$$J_{22} = 2y^4(u_1u_2u_{11} + u_2^2u_{12} + u_1^2u_{12} - u_1u_2u_{22}) - 2y^3u_1(u_1^2 + u_2^2),$$

$$J_{23} = -y^2(u_{11} + u_{22}).$$

являются функциями инвариантов J_0 и J_1, то есть

$$J_{21} = A(J_0, J_1), \quad J_{22} = B(J_0, J_1), \quad J_{23} = C(J_0, J_1).$$

Теорема 2. *Функции A, B, C однозначно определяют класс изометрической эквивалентности регулярной функции. Эти функции не произвольны, а удовлетворяют двум дифференциальным уравнениям первого порядка.*