

**International scientific conference**  
**«Algebraic and geometric methods**  
**of analysis»**

**Book of abstracts**



**May 31 - June 5, 2017**  
**Odessa**  
**Ukraine**

## LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

## ORGANIZERS

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

## PROGRAM COMMITTEE

<b>Chairman: Prishlyak A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Maksymenko S.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Rahula M.</b> ( <i>Tartu, Estonia</i> )
<b>Balan V.</b> ( <i>Bucharest, Romania</i> )	<b>Matsumoto K.</b> ( <i>Yamagata, Japan</i> )	<b>Sabitov I.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )
<b>Banakh T.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )	<b>Mashkov O.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Savchenko A.</b> ( <i>Kherson, Ukraine</i> )
<b>Fedchenko Yu.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Mykytyuk I.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )	<b>Sergeeva A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Fomenko A.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )	<b>Milka A.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Strikha M.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Fomenko V.</b> ( <i>Taganrog, Russia</i> )	<b>Mikesh J.</b> ( <i>Olomouc, Czech Republic</i> )	<b>Shvets V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Glushkov A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Mormul P.</b> ( <i>Warsaw, Poland</i> )	<b>Shelekhov A.</b> ( <i>Tver, Russia</i> )
<b>Haddad M.</b> ( <i>Wadi al-Nasara, Syria</i> )	<b>Moskaliuk S.</b> ( <i>Wien, Austria</i> )	<b>Shurygin V.</b> ( <i>Kazan, Russia</i> )
<b>Herega A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Panzhenskiy V.</b> ( <i>Penza, Russia</i> )	<b>Vlasenko I.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Khruslov E.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Pastur L.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Zadorozhnyj V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Kirichenko V.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )	<b>Plachta L.</b> ( <i>Krakov, Poland</i> )	<b>Zarichnyi M.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )
<b>Kirillov V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Pokas S.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Zelinskiy Y.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Konovenko N.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Polulyakh E.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	

## ADMINISTRATIVE COMMITTEE

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

## ORGANIZING COMMITTEE

Kirillov V.  
Konovenko N.  
Fedchenko Yu.

Hladysh B.  
Nuzhnaya N.  
Osadchuk E.

Maksymenko S.  
Khudenko N.  
Cherevko E.

НТБ ОНАФТ

## Властивості спряжених функцій у гіперкомплексному просторі

Марія Стефанчук

(Інститут математики НАН України, м. Київ)

*E-mail:* stefanmv43@gmail.com

Будемо розглядати  $n$ -вимірний гіперкомплексний простір  $\mathbb{H}^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , що є прямим добутком  $n$  копій тіла кватерніонів  $\mathbb{H}$  ( $\mathbb{H}^1 := \mathbb{H}$ ).

**Означення 1.** Функція  $f: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$  називається *багатозначною*, якщо образом точки  $x \in \mathbb{H}^n$  є множина  $f(x) \in \mathbb{H}$ .

Область визначення такої функції будемо позначати через

$$E_f := \{x \in \mathbb{H}^n : \text{існує } y \in \mathbb{H}, y = f(x)\}.$$

**Означення 2.** Багатозначна функція  $f: E_f \rightarrow \mathbb{H}$  називається *лінійно опуклою*, якщо для довільної пари точок  $(x_0, y_0) \in \mathbb{H}^{n+1} \setminus \Gamma(f)$  існує афінна функція  $l$ , така, що  $y_0 = l(x_0)$  і  $l(x) \cap f(x) = \emptyset$  для всіх  $x \in \mathbb{H}^n$ , де через  $\Gamma(f)$  позначено графік функції  $f$ .

**Означення 3.** *Лінійно угнутою* функцією називається така багатозначна функція  $f$ , для якої функція  $\varphi = \mathbb{H} \setminus f$  — лінійно опукла.

**Означення 4.** *Багатозначною афінною функцією* називається функція, лінійно опукла і лінійно угнута одночасно, для якої знайдеться принаймні одна точка  $x \in \mathbb{H}^n$ , в якій кожна з множин  $f(x) \cap \mathbb{H}$ ,  $(f(x) \setminus \mathbb{H})$  є непорожньою.

**Означення 5.** Функцією, *спряженою* з  $f$ , називається функція, що задається рівністю

$$f^*(y) = \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_x (\langle x, y \rangle - f(x)). \quad (1)$$

Знайдемо функцію, спряжену до функції  $f^*(x)$ .

$$f^{**}(x) = (f^*)^*(x) = \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_y (\langle x, y \rangle - f^*(y)).$$

**Приклад 6.** Спряженою з багатозначною афінною функцією  $f(x) = \langle x, y_0 \rangle + f(\Theta)$ , де  $f(\Theta)$  — множина, є функція

$$\begin{aligned} f^*(y) &= \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_x (\langle x, y \rangle - \langle x, y_0 \rangle - f(\Theta)) = \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_x (\langle x, y - y_0 \rangle - f(\Theta)) = \\ &= \begin{cases} \mathbb{H}^o \setminus (-f(\Theta)), & \text{якщо } y = y_0, \\ \infty, & \text{якщо } y \neq y_0. \end{cases} \end{aligned}$$

**Теорема 7.** Для кожної функції  $f: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$  справедливе включення  $f \subset f^{**}$ .

**Означення 8.** Багатозначна функція  $f: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$  називається *відкритою* (відповідно, *замкненою* чи *компактною*), коли її графік є відкритою (відповідно, замкненою чи компактною) множиною в  $\mathbb{H}^{n+1}$ .

**Теорема 9.** Функція, спряжена до відкритої функції, буде замкненою та лінійно опуклою.

**Означення 10.** Лінійно опукла функція називається *власною*, якщо хоча б для одного  $x$  виконуються співвідношення:  $f(x) \cap \mathbb{H} \neq \emptyset$  і для всіх  $x$  має місце нерівність:  $\mathbb{H} \setminus f(x) \neq \emptyset$ .

**Теорема 11.** Нехай  $f$  — власна лінійно опукла функція. Тоді  $f^*$  — власна функція.

Наступна теорема є гіперкомплексним аналогом теореми Фенхеля-Моро.

**Теорема 12.** Нехай багатозначна функція  $f: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$  така, що  $\mathbb{H} \setminus f(x) \neq \emptyset$  для всіх  $x \in \mathbb{H}^n$ . Тоді  $f^{**} = f$  тоді і тільки тоді, коли  $f$  є лінійно опуклою.

**Означення 13.** Функція  $f$  називається *однорідною*, якщо  $f(\lambda x) = \lambda f(x)$  для всіх скалярів  $\lambda \in \mathbb{H} \setminus 0$ .

**Означення 14.** Функція

$$W_E(y) = \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_{x \in E} \langle x, y \rangle$$

називається *опорною функцією* множини  $E \subset \mathbb{H}^n$ .

**Теорема 15.** Нехай  $f: \mathbb{H}^n \setminus \Theta \rightarrow \mathbb{H}$  є власною лінійною опуклою однорідною функцією і  $f(\Theta) = \mathbb{H}^o \setminus 0$ . Тоді  $f$  є опорною функцією деякої множини.

**Наслідок 16.** Якщо однорідна лінійно опукла функція  $f: \mathbb{H}^n \setminus \Theta \rightarrow \mathbb{H}$  є відмінною від афінної, то

$$f^*(y) = \delta(y|E_{f^*}).$$

**Теорема 17.** Якщо  $f: \mathbb{H}^n \setminus \Theta \rightarrow \mathbb{H}$  — однорідна лінійно опукла функція, відмінна від афінної, то

$$f(x) = \mathbb{H}^o \setminus \bigcup_{y \in E_{f^*}} \langle x, y \rangle.$$

**Означення 18.** Нехай  $f_\alpha: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$ ,  $\alpha \in A$ , є багатозначними функціями. Функцію

$$\left( \bigcup_{\alpha} f_{\alpha} \right) (x) := \bigcup_{\alpha} f_{\alpha} (x)$$

назвемо *об'єднанням функцій*  $f_\alpha$ , а

$$\left( \bigcap_{\alpha} f_{\alpha} \right) (x) := \bigcap_{\alpha} f_{\alpha} (x)$$

— їх *перетином*.

Для спряжених функцій має місце теорема двоїстості.

**Теорема 19.** Нехай  $f_\alpha: \mathbb{H}^n \rightarrow \mathbb{H}$ ,  $\alpha \in A$ , є багатозначними функціями. Тоді виконується рівність

$$\left( \bigcup_{\alpha} f_{\alpha} \right)^* = \bigcap_{\alpha} f_{\alpha}^*.$$

ЛІТЕРАТУРА

- [1] М. В. Стефанчук, М. В. Ткачук. Лінійно опуклі та спряжені функції в гіперкомплексному просторі. *Зб. праць Ін-ту математики НАН України*, 12(3) : 225–235, 2015.

## Зміст

Безкоровайна Л. Л. <i>Про біортогональні сітки ліній пари поверхонь</i>	3
Бондар О. П. <i>Про ізотопність функцій лемі Морса</i>	4
Вашпанова Н. В., Потапенко І. В. <i>Інфінітезимальні деформації кругового циліндра зі стаціонарною рімановою зв'язністю</i>	5
Дільний В. М., Гук Х. О. <i>Критерій розщеплення у просторі Пелі-Вінера</i>	6
Зелінський Ю. Б. <i>Геометричні властивості узагальнено опуклих множин</i>	8
Каминіна О. В., Пузирьов В. Є. <i>Використання демпфера пасивного типу для стабілізація малих коливань маятника змінної довжини</i>	9
Кузьмич В. І. <i>Кутова характеристика у метричному просторі</i>	11
Нужна Н. В. <i>Використання методу проєктів в дистанційному навчанні на заняттях з вищої математики</i>	13
Подоусова Т. Ю., Вашпанова Н. В. <i>A-деформації та середній геодезичний скрут мінімальних поверхонь</i>	14
Пришляк О. О., Царук С. Л. <i>Полярні потоки Морса-Смейла на неорієнтованих поверхнях малого роду</i>	15
Савченко О. <i>Дерева і розмиті метричні простори</i>	16
Синюкова О. М. <i>Про спеціальну геометрію дотичного розшарування ріманова простору</i>	17
Скураговський Р. В. <i>Структура і мінімальні системи твірних силовських 2-підгруп знаковмінної групи і їх властивості</i>	18
Стефанчук М. В. <i>Властивості спряжених функцій у гіперкомплексному просторі</i>	20
Струтинський М. М. <i>Про симетричні *-поліноми на просторі <math>C^n</math></i>	22
Федченко Ю. <i>Про нескінченно малу конформну деформацію мінімальних поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини</i>	23
Хомич Ю. <i>Поверхня обертання та її квазіреальна деформація з обмеженням</i>	24
Чепурна О. Є., Кулешова Є. <i>Інфінітезимальні конгармонічні перетворення ріманових просторів ненульової скалярної кривини</i>	26
Черевко Є. В., Березовский В. Є. <i>Конформно-голоморфно-проєктивні перетворення локально конформно-келерових многовидів</i>	27
Asik Ö. <i>Field equations from geometric Killing spinors</i>	29
Afanas'eva E. <i>Boundary behavior of ring <math>Q</math>-homeomorphisms on Finsler manifolds</i>	30
Airey B., Mance B. <i>Normal numbers with respect to the Cantor series expansions and possible applications in algebraic geometry</i>	32
Annaev N. <i>Killing vector fields and geometry of submersions</i>	33