International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis

Devoted to 160 anniversary of
Dvytro Grave
(25.08.1863 - 19.12.1939)
Academician of the Ukrainian Academy of Sciences, the first director of the Institute of Mathematics of NAS of Ukraine

May 29 – June 1, 2023
Odesa, Ukraine

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric and topological methods in natural sciences
- Geometric problems in mathematical analysis

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National University of Technology
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- Kyiv Mathematical Society

Scientific Committee

- **Bolotov D.** (*Kharkiv, Ukraine*)
- **Bondarenko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Boychuk O.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Boyko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Cherevko Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Dorogovtsev A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Drozd Yu.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Gerasymenko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Fedchenko Yu.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Kiosak V.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Kochubei A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Konovenko N.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Maksymenko S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Mikhailets V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Ostrovskyi V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Petravchuk A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Plaksa S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Portenko M.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Pratsiovytyi M.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Savchenko O.** (*Kherson, Ukraine*)
- **Romanyuk A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Timokha O.** (*Kyiv, Ukraine*)

Organizing commitee

- **Maksymenko S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Konovenko N.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Fedchenko Yu.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Cherevko Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Osadchuk Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Sergeeva O.** (*Odesa, Ukraine*)

Теореми 2 та 3 допомагають для будь-якого рекурентно-параболічного простору

$$(V_n, g_{ij}, F_i^h)$$

або знайти всі псевдоріманові простори, на які V_n допускає КГВ, або довести, що їх немає. Теореми 2 і 3 називають фундаментальними теоремами теорії КГВ рекурентно-параболічних просторів.

Література

[1] І.М. Курбатова, М.І. Піструіл. Квазі-геодезичні відображення спеціальних псевдоріманових просторів. *Proc.Intern.Geom.Center*, 13(3) : 18-32, 2020.

[2] А.З. Петров. Моделирование физических полей. *Гравитация и теория относительности*, (4-5): 7-21, 1968.

[3] М.І. Піструіл, І.М. Курбатова. On quasi-geodesic mappings of special pseudo-Riemannian spaces. *Proc.Intern.Geom.Center*, 15(2), 121-139, 2022.

[4] М.І. Піструіл, І.М. Курбатова. Canonical quasi-geodesic mappings of special pseudo-Riemannian spaces. *Proc.Intern.Geom.Center*, 15(3-4), 163-176, 2022.

Геометрія чисел у задачах конструктивної теорії локально складних функцій

Микола Працьовитий
(УДУ імені Михайла Драгоманова, ІМ НАН України)
E-mail: prats4444@gmail.com

Ольга Бондаренко
(УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: omar2011@meta.ua

Яніна Гончаренко
(УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: goncharenko.ya.v@gmail.com

Софія Ратушняк
(ІМ НАН України, УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: ratush404@gmail.com

Неперервні функції з локально складною структурою тополого-метричного, інтегрально та диференціального, варіаційного та фрактального змісту не можуть бути аналітично заданими виразами зі скінченною кількістю бінарних операцій. Існують різні підходи до їх визначення, зокрема, метод ітераційних функцій, задання функції системою функціональних рівнянь, з використанням різних систем зображення чисел, з застосуванням перетворювачів цифр, проектування одного зображення в інше тощо.

Доповідь присвячена локально складним функціям, визначеним нескінченними системами функціональних рівнянь, залежним від нескінченної кількості дійсних параметрів. В класі розглядуваних функцій ніде не монотонні та ніде не диференційовні функції, функції канторівського типу, функції розподілу випадкових величин, абсолютно неперервні функції та сингулярні функції.

Розглядається чотири послідовності дійсних чисел: (Θ_n), (b_n), (p_n), (σ_n), які визначають нескінченну систему функціональних рівнянь

$$f(b_n + \Theta_n x) = \sigma_n + p_n f(x), n \in Z. \tag{1}$$

Остання система є основним об'єктом дослідження, результатам якого присвячена дана доповідь.

Теорема 1. *Якщо виконуються такі умови:*

1) $\Theta_{-n} = \Theta_n > 0$ *і* $\sum\limits_{n \in Z} \Theta_i = 1$;
2) $b_n = b_{n-1} + \Theta_{n-1} = \sum\limits_{i=-\infty}^{n-1} \Theta_i$;
3) $|p_i| < 1$, $\sum\limits_{i=\in Z} p_i = 1$;
4) $\sigma_n = \sigma_{n-1} + p_{n-1} = \sum\limits_{i=-\infty}^{n-1} p_i > 0$,

то система (1) *має у класі неперервних функцій, визначених на відрізку* $[0;1]$, *єдиний розв'язок.*

Зауваження 2. Далі вважається, що умови 1) — 4) для функції f, що задовольняє систему (1), виконуються. Якщо $p_i = \Theta_i$ для будь-якого $i \in Z$, то $f(x) = x$.

Теорема 3. *Якщо серед членів послідовності* (p_n) *немає від'ємних елементів, то* f *— функція розподілу на відрізку* $[0;1]$.

Теорема 4. *Якщо існує* $p_i = 0$, *то міра Лебега множини несталості (тобто доповнення до об'єднання інтервалів сталості) рівна нулю, а отже,* f *є функцією канторівського типу.*

Теорема 5. *Якщо* $f(x)$ *— функція канторівського типу, а* X *— випадкова величина, рівномірно розподілена на* $[0;1]$, *то випадкова величина* $Y = f(X)$ *має чисто дискретний розподіл.*

Теорема 6. *Якщо серед членів послідовності* (p_n) *існують від'ємні числа, то* f *є функцією необмеженої варіації.*

Теорема 7. *Якщо серед членів послідовності* (p_n) *немає нулів, але є від'ємні числа, то функція* f *є ніде не монотонною.*

Теорема 8. *Якщо серед членів послідовності* (p_n) *існують від'ємні числа і нулі, то* f *є функцією необмеженої варіації, яка не має проміжків монотонності за виключенням проміжків сталості.*

Лема 9. *Графік* Γ_f *функції* f *є структурно фрактальною множиною, а саме* N*-самоафінною множиною з наступною структурою самоафінності:*

$$\Gamma_f = \bigcup_{i=-\infty}^{+\infty} \Gamma_i, \quad \Gamma_i = f_i(\Gamma_f), \quad f_i = \begin{cases} x' = \Theta_i x + b_i, \\ y' = p_i y + \sigma_i. \end{cases}$$

Теорема 10. *Має місце рівність*

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{\sum\limits_{i\in Z}\sigma_i\Theta_i}{1-\sum\limits_{i\in Z}\Theta_i p_i}.$$

Література

[1] М. В. Працьовитий. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування. — Київ: *Наукова думка*, 2022, 316 с.

[2] М. В. Працьовитий. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. Київ: *НПУ імені М.П.Драгоманова.* 1998, 296 с.

Розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для інтерполяційних поліномів Лагранжа на класах узагальнених інтегралів Пуассона

Анатолій Сердюк
(Інститут математики НАН України)
E-mail: sanatolii@ukr.net

Тетяна Степанюк
(Інститут математики НАН України)
E-mail: stepaniuk.tet@gmail.com

Через $C^{\alpha,r}_{\beta,p}$, $\alpha>0$, $r>0$, $\beta\in\mathbb{R}$, $1\le p\le\infty$, позначимо множину 2π–періодичних функцій $f(x)$, які при всіх $x\in\mathbb{R}$ можна представити у вигляді згортки

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}P_{\alpha,r,\beta}(x-t)\varphi(t)dt,\ a_0\in\mathbb{R},\quad \varphi\perp 1,\quad \varphi\in L_p,\quad ||\varphi||_p\le 1, \tag{1}$$

з ядрами вигляду

$$P_{\alpha,r,\beta}(t)=\sum_{k=1}^{\infty}e^{-\alpha k^r}\cos\big(kt-\frac{\beta\pi}{2}\big),\quad \alpha,r>0,\quad \beta\in\mathbb{R}.$$

Функцію f у рівності (1) називають узагальненим інтегралом Пуассона функції φ і позначають через $\mathcal{J}^{\alpha,r}_{\beta}\varphi$, з іншого боку функцію φ у рівності (1) називають узагальненою похідною функції f і позначають через $f^{\alpha,r}_{\beta}$ (тобто, $\varphi(\cdot)=f^{\alpha,r}_{\beta}(\cdot)$) [1].

Для будь–якої функції $f(x)$ із простору неперрвних 2π–періодичних функцій C через $\widetilde{S}_{n-1}(f;x)$ будемо позначати тригонометричний поліном порядку $n-1$, що інтерполює $f(x)$ у вузлах $x_k^{(n-1)}=\frac{2k\pi}{2n-1}$, $k\in\mathbb{Z}$, тобто такий, що

$$\tilde{S}_{n-1}(f;x_k^{(n-1)})=f(x_k^{(n-1)}),\ k=0,1,...,2n-2. \tag{2}$$

Поліноми $\widetilde{S}_{n-1}(f;\cdot)$ однозначно задаються інтерполяційними умовами (2) і називаються інтерполяційними поліномами Лагранжа.

Позначимо через $\tilde{\rho}_n(f;\cdot)$ відхилення від функції $f\in C$ її інтерполяційного полінома Лагранжа $\tilde{S}_{n-1}(f;\cdot)$

$$\tilde{\rho}_n(f;x)=f(x)-\tilde{S}_{n-1}(f;x).$$