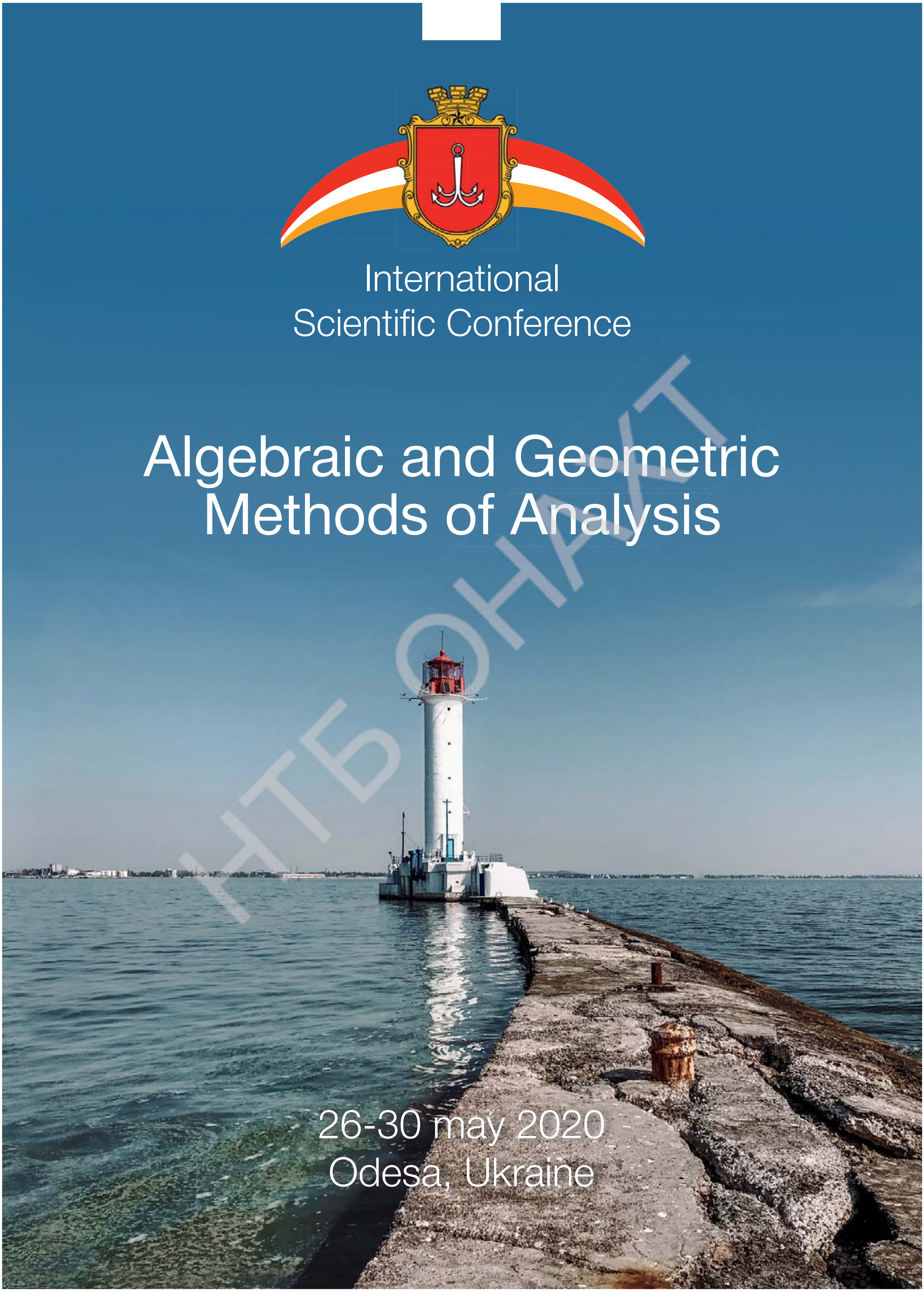
International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis



26-30 may 2020
Odesa, Ukraine

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Odessa I. I. Mechnikov National University
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- International Geometry Center
- Kyiv Mathematical Society

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Bolotov D.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Borysenko O.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Cherevko Ye.
(*Odesa, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Karlova O.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Kiosak V.
(*Odessa, Ukraine*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Lyubashenko V.
(*Kyiv, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Mykhailyuik V.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Volkov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Kotlik S., Director of the P.M. Platonov Educational-scientific institute of computer systems and technologies "Industry 4.0";
- Svytyy I., Dean of the Faculty of Computer Systems and Automation.

Organizing commitee

Kirillov V.
Konovenko N.
Fedchenko Yu.
Maksymenko S.
Cherevko Ye.
Osadchuk E.
Prus A.

Группы Ли инфинитезимальных конформных преобразований второй степени в симметрическом римановом пространстве первого класса

И. И. Белокобыльский
(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, Одесса, Украина)
E-mail: indalamar4200@gmail.com

С. М. Покась
(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, Одесса, Украина)
E-mail: pokas@onu.edu.ua

П. А. Широковым в [1] были найдены все неприводимые симметрические римановы пространства $V_n(x; g(x))$ первого класса. Метрический тензор $g_{ij}(x)$ таких пространств в римановой системе координат с началом в точке $M_0(x^h = 0)$ имеет следующий вид:

$$g_{ij}(x) = \underset{o}{g_{ij}} + \frac{1}{3}(\underset{o}{h_{i\alpha}}\underset{o}{h_{j\beta}} - \underset{o}{h_{ij}}\underset{o}{h_{\alpha\beta}})x^\alpha x^\beta, \tag{1}$$

$$(\underset{o}{g_{ij}}) = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \mathrm{E} \\ \hline \mathrm{E} & 0 \end{array}\right), (\underset{o}{h_{ij}}) = \left(\begin{array}{cc|c} e_1 & & 0 \\ & e_n & \\ \hline & & \\ 0 & & 0 \end{array}\right),$$

где E – единичная матрица а, $e_i = \pm 1, i = 1, ..., n$

Для произвольного риманова пространства $V_n(x; g(x))$ С. М. Покась [2] ввел понятие пространства второго приближения $\tilde{V}_n^2(y; \tilde{g}(y))$:

$$\tilde{g}_{ij}(y) = \underset{o}{g_{ij}} + \frac{1}{3}\underset{o}{R_{i\alpha\beta j}}y^\alpha y^\beta, \tag{2}$$

$$\underset{o}{g_{ij}} = g_{ij}(M_0), \underset{o}{R_{i\alpha\beta j}} = R_{i\alpha\beta j}(M_0), M_0 \in V_n.$$

Сравнение (1) и (2) показывает, что риманово пространство второго приближения $\tilde{V}_n^2$ для симметрического риманова пространства первого класса изометрично исходному пространству V_n. Поэтому группа Ли инфинитезимальных преобразований $\tilde{G}_r$ пространства $\tilde{V}_n^2$ изоморфна группе Ли инфинитезимальных преобразований G_r симметрического риманова пространства первого класса V_n.

Изучение инфинитезимальных конформных преобразований в пространстве $\tilde{V}_n^2$ сводится к исследованию обобщенных уравнений Киллинга [4]

$$\tilde{\xi}_{(i,j)} = \psi(y)\tilde{g}_{ij}$$

Здесь был получени следующий результат [3].

Теорема 1. *В пространстве второго приближения $\tilde{V}_n^2$ для риманова пространства V_n ненулевой скалярной кривизны в точке M_0 существуют инфинитезимальные конформные преобразования с вектором смещения вида*

$$\tilde{\xi}^h = a^h + a^h_{.l}y^l + a^h_{.l_1l_2}y^{l_1}y^{l_2}, \tag{3}$$

$$(a^h, a^h_{.l}, a^h_{.l_1l_2} - const)$$

отличные от движений, тогда и только тогда, когда константы $a^h_{.}$ и $a^h_{.l}$ удовлетворяют алгебраическим уравнениям

$$a^{\alpha}_{.i}\underset{o}{g}_{j}\alpha = 0 \tag{4}$$

$$a^{\alpha}_{.(i}\underset{o}{R}_{j)(l_1 l_2)\alpha} + a^{\alpha}_{.(l_1}\underset{o}{R}_{l_2)(ij)\alpha} = 0 \tag{5}$$

$$\underset{l_1 l_2 l_3}{C}\left[a^{\alpha}_{.}\underset{o}{R}_{\alpha(l_1 l_2)\beta}\underset{o}{R}_{.(ij)l_3} - \frac{3}{2}\left(b_\alpha \underset{o}{R}^{\alpha}_{.(ij)l_1}\underset{o}{g}_{l_2 l_3} - b_{l_1}\underset{o}{R}_{i(l_2 l_3)j}\right)\right] = 0 \tag{6}$$

где $\underset{l_1 l_2 l_3}{C}$ *- означает циклирование по индексам $l_1 l_2 l_3$,*

$$a^{h}_{l_1 l_2} y^{l}_{1} y^{l}_{2} = a^{\alpha}_{.}\frac{1}{3}\underset{o}{R}^{h}{}_{.l_1 l_2 \alpha} y^{l_1} y^{l_2} + \frac{1}{2}\left(\underset{1}{b}y^{h} - \frac{1}{2}b^{h}\underset{o}{g}_{l_1 l_2} y^{l_1} y^{l_2}\right) \tag{7}$$

$$\psi(y) = b_l y^l \tag{8}$$

Так как скалярная кривизна симметрического риманова пространства равна нулю, то аналогично Теореме 1 доказано утверждение.

Теорема 2. *В симметрическом римановом пространстве первого класса V_n существуют инфинитезимальные конформные преобразования с вектором смещения вида (3) тогда и только тогда, когда константы $a^h_{.}$ и $a^h_{.l}$ удовлетворяют алгебраическим уравнениям*

$$a^{\alpha}_{.i}\underset{o}{g}_{j}\alpha = b\underset{o}{g}_{ij} \tag{9}$$

$$a_{\alpha\beta}\underset{o}{R}^{\alpha}{}_{.(ij).}{}^{\beta} = 0 \tag{10}$$

$$a^{\alpha}_{.(i}\underset{o}{R}_{j)(l_1 l_2)\alpha} + a^{\alpha}_{.(l_1}\underset{o}{R}_{l_2)(ij)\alpha} = 0 \tag{11}$$

$$\psi(y) = b + b_l y^l \tag{12}$$

Исследуя уравнения (9)-(11) при условии (1) приходим к такой теореме:

Теорема 3. *Инфинитезимальные конформные преобразования с вектором смещения вида (3) в симметрическом римановом пространстве первого класса по необходимости являются инфинитезимальными гомотетическими преобразованиями.*

Для $n = 4$ доказана

Теорема 4. *Симметрическое риманово пространство V_4 1-го класса допускает группу Ли гомотетических инфинитезимальных преобразований G_{12}.*

Найден базис этой группы и её структура.

Литература

[1] П. А. Широков. Избранные работы по геометрии. Казань, 1966.

[2] С. М. Покась. Группы Ли движений в римановом пространстве второго приближения, Известия Пензенского государственного педагогического университета им. Белинского №26, 2011, 173-183 с 1978.

[3] С. М. Покась. Бесконечно малые конформные преобразования в римановом пространстве второго приближения, Vol. 7 of Proc. of the Intern. Geom. Center, №2, 2014, 36-50 p.

[4] Л. П. Эйзенхарт. Непрерывные группы преобразований. М, ИЛ, 1947.