International scientific conference

«Algebraic and geometric methods of analysis»

Book of abstracts

May 31 - June 5, 2017
Odessa
Ukraine

http://imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

Organizers

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Fomenko A.
(*Moscow, Russia*)
Fomenko V.
(*Taganrog, Russia*)
Glushkov A.
(*Odesa, Ukraine*)
Haddad M.
(*Wadi al-Nasara, Syria*)
Herega A.
(*Odesa, Ukraine*)
Khruslov E.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Kirichenko V.
(*Moscow, Russia*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mashkov O.
(*Kyiv, Ukraine*)
Mykytyuk I.
(*Lviv, Ukraine*)
Milka A.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Mikesh J.
(*Olomouc, Czech Republic*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Moskaliuk S.
(*Wien, Austri*)
Panzhenskiy V.
(*Penza, Russia*)
Pastur L.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Rahula M.
(*Tartu, Estonia*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Strikha M.
(*Kyiv, Ukraine*)
Shvets V.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Shurygin V.
(*Kazan, Russia*)
Vlasenko I.
(*Kyiv, Ukraine*)
Zadorozhnyj V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)
Zelinskiy Y.
(*Kyiv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

Organizing commitee

Kirillov V.	Hladysh B.	Maksymenko S.
Konovenko N.	Nuzhnaya N.	Khudenko N.
Fedchenko Yu.	Osadchuk E.	Cherevko E.

Элементы объема в гиперболическом пространстве положительной кривизны

Л. Н. Ромакина
(Россия, Саратов, Астраханская, 83)
E-mail: `romakinaln@mail.ru`

Гиперболическое пространство $\widehat{H}^3$ положительной кривизны может быть реализовано на гиперсфере вещественного радиуса с отождествленными диаметрально противоположными точками в псевдоевклидовом пространстве $\mathbb{R}^4_1$. Но больший интерес, на наш взгляд, представляет интерпретация пространства $\widehat{H}^3$ в проективной схеме Кэли-Клейна, поскольку она может быть использована для описания взаимодействия атомных частиц [1]. В проективной модели пространство $\widehat{H}^3$ реализовано на идеальной области пространства Лобачевского Λ^3. Пространства $\widehat{H}^3$ и Λ^3 являются связными компонентами расширенного гиперболического пространства $\mathbb{H}^3$, понимаемого как проективное пространство $\mathbb{P}^3$ с бесконечно удаленной овальной поверхностью, называемой *абсолютом* пространств $\widehat{H}^3$, Λ^3 и $\mathbb{H}^3$ [2]. Напомним, что *овальной поверхностью* проективного пространства $\mathbb{P}^3$ называют невырожденную поверхность второго порядка сигнатуры 2, [3]. Пространство Лобачевского реализуется на внутренней, а пространство $\widehat{H}^3$ — на внешней области пространства $\mathbb{P}^3$ относительно абсолюта.

Все прямые пространства $\widehat{H}^3$ в зависимости от количества и природы общих с абсолютом точек образуют три типа [4]. *Эллиптические* (*гиперболические*) прямые пересекают абсолют в двух мнимо сопряженных (вещественных) точках. *Параболические* прямые касаются абсолюта и являются изотропными в пространстве $\widehat{H}^3$. Все плоскости пространства $\widehat{H}^3$ в зависимости от типа линии пересечения с абсолютом образуют также три типа [4]. *Эллиптические* плоскости пересекают абсолютную поверхность по нулевой линии [3]. *Гиперболические плоскости положительной кривизны* (см., например, [5], [6]) имеют с абсолютом общую овальную линию и представляют собой внешние относительно абсолюта компоненты расширенных гиперболических плоскостей. *Коевклидовы* плоскости (см., например, [7], [8]) пересекают абсолют по вырожденной линии второго порядка — паре мнимо сопряженных прямых.

Применяя схему работы [9], определяем в пространстве $\widehat{H}^3$ понятие объема фигуры через проективные инварианты фундаментальной группы преобразований, общей для пространств $\widehat{H}^3$, Λ^3 и $\mathbb{H}^3$. Рассматривая в пространстве $\widehat{H}^3$ различные ортогональные криволинейные системы координат, получаем элементы объема и формулы для вычисления объемов тетраэдров, грани которых не лежат в коевклидовых плоскостях, и фигур, ограниченных координатными поверхностями. Приведем основные формулы для трех из исследованных координатных систем.

Система координат C_1 первого типа определена полным флагом пространства $\widehat{H}^3$ с эллиптической осью и эллиптической базовой плоскостью. Параметризация в системе C_1 задана формулами

$$\bar{x}_1 = \rho\cos u\cos v\cosh w,\ \bar{x}_2 = \rho\sin u\cos v\cosh w,\ \bar{x}_3 = \rho\sin v\cosh w,\ \bar{x}_4 = \rho\sinh w,$$

$$\text{где}\quad |u| \in [0,\pi),\quad |v| \in [0,\pi),\quad |w| \in \mathbb{R}_+,$$

устанавливающими зависимость собственных проективных координат $(\bar{x}_1 : \bar{x}_2 : \bar{x}_3)$ точек пространства $\widehat{H}^3$ в присоединенном каноническом репере R^* первого типа от криволинейных координат (u,v,w) точек в системе C_1. Элемент объема в системе C_1 задан формулой

$$dV = \rho^3\cos v\cosh^2 w\,du\,dv\,dw.$$

Системы ортогональных криволинейных координат $C_{2,E}$ и $C_{2,H}$ второго типа в пространстве $\widehat{H}^3$ определены полными флагами с эллиптической осью и гиперболической базовой плоскостью. Система $C_{2,E}$ задает параметризацию внутри, а система $C_{2,H}$ — вне светового конуса с вершиной в полюсе базовой плоскости относительно абсолюта. Формулы параметризации и элементы объема в системах $C_{2,E}$ и $C_{2,H}$ имеют соответственно вид:

$$C_{2,E}:\quad \bar{x}_1 = \rho\cos u\cosh v\cos w,\ \bar{x}_2 = \rho\sin u\cosh v\cos w,\ \bar{x}_3 = \rho\sin w,\ \bar{x}_4 = \rho\sinh v\cos w,$$

$$\text{где}\quad |u| \in [0,\pi), \quad |v| \in \mathbb{R}_+, \quad |w| \in [0,\pi);$$

$$C_{2,H}: \quad \bar{x}_1 = \rho \cos u \sinh v \sinh w,\ \bar{x}_2 = \rho \sin u \sinh v \sinh w,\ \bar{x}_3 = \rho \cosh w,\ \bar{x}_4 = \rho \cosh v \sinh w,$$

$$\text{где}\quad |u| \in [0,\pi), \quad |v| \in \mathbb{R}_+, \quad |w| \in \mathbb{R}_+;$$

$$C_{2,E}: \quad dV = \rho^3 \cosh v \cos^2 w\, du\, dv\, dw; \quad C_{2,H}: \quad dV = \rho^3 \sinh v \sinh^2 w\, du\, dv\, dw.$$

Координатные поверхности в системах C_1, $C_{2,E}$ и $C_{2,H}$ следующие: при фиксированном значении координаты u — гиперболические плоскости, содержащие прямую, полярную к базовой оси системы отностельно абсолюта; при фиксированном значении координаты v — круговые конусы с вершиной в абсолютном полюсе базовой плоскости; при фиксированном значении координаты w — сферы пространства $\widehat{H}^3$ с центром в абсолютном полюсе базовой плоскости системы, причем в системе C_1 такие координатные поверхности — гиперсферы (их центры лежат в пространстве Лобачевского), в системах $C_{2,E}$, $C_{2,H}$ — соответственно эллиптические и гиперболические сферы.

В отличие от пространства Лобачевского, пространство $\widehat{H}^3$ содержит конечные биортогональные тетраэдры (ортосхемы), содержащие два ребра на взаимно полярных относительно абсолюта прямых. Такие тетраэдры мы называем *монополярными*. Формула объема для монополярного тетраэдра принимает наиболее простой вид и аналогична известной формуле эллиптической геометрии:

$$V = \frac{1}{2}\rho ab,$$

где ρ — радиус кривизны пространства $\widehat{H}^3$; a, b — длины базисных ребер, однозначно определяющих монополярный тетраэдр.

Литература

[1] Л. Н. Ромакина. Развитие представлений о геометрии окружающего пространства. *Евразийское научное объединение*, 1:10(10) : 18–21, 2015.

[2] Б. А. Розенфельд. *Неевклидовы пространства.* Наука : М., 1969.

[3] Н. В. Ефимов. *Высшая геометрия.* Наука : М., 1971.

[4] Л. Н. Ромакина. Классификация тетраэдров с негиперболическими гранями в гиперболическом пространстве положительной кривизны. *Чебышевский сб.*, 16(2) : 208–221, 2015.

[5] Л. Н. Ромакина. *Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны : в 4 частях. Ч. 1: Тригонометрия.* Изд-во Сарат. ун-та : Саратов, 2013.

[6] Л. Н. Ромакина. *Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны : в 4 частях. Ч. 2: Преобразования и простые разбиения.* Изд-во Сарат. ун-та : Саратов, 2013.

[7] Б. А. Розенфельд, М. П. Замаховский. *Геометрия групп Ли. Симметрические, параболические и периодические пространства.* МЦНМО : М., 2003.

[8] Л. Н. Ромакина. *Геометрии коевклидовой и копсевдоевклидовой плоскостей.* Научная книга : Саратов, 2008.

[9] Л. Н. Ромакина. К теории площадей гиперболической плоскости положительной кривизны. *Publications de L'Institut Mathematique. Nouvelle serie*, 99(113) : 139–154, 2016.

Байтураев А. М. *Структура множества субмерсий, для которых все поверхности уровня являются линейно связными* **107**

Березовский В. Е., Микеш Й., Гинтерлейтнер И. *К вопросу о конформных отображениях римановых пространств на Риччи симметрические римановы пространства* **108**

Березовский В. Е., Микеш Й., Черевко Е. В. *К вопросу о канонических почти геодезических отображениях первого типа* **110**

Герега А. Н., Крывченко Ю. В., Швец Н. В. *О мультимасштабных элементах перколяционного кластера* **112**

Дышлис А. А., Покась С. М., Прохода А. С. *Хирургия орбифолдов и её применение в кристаллографии* **113**

Жураев Д. А. *Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области* **114**

Кирилов В. Х., Худенко Н. П., Витюк А. В. *Факторный анализ динамики процесса выживания микромицетов в фруктово-ягодных сиропах* **116**

Кириченко В. Ф., Суровцева Е. В. *Риманова геометрия фундаментального распределения* **118**

Лозиенко Д. В., Курбатова И. Н. *Канонические квази-геодезические отображения рекуррентно-параболических пространств* **120**

Маматов М. Алимов Х. *О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка* **122**

Маматов М., Эсонов Э. *Способы создания проблемных ситуаций в процессе развитие творческого мышления студентов* **123**

Маматов М. Собиров Х. *О задаче преследования по позиции в дифференциальных играх* **124**

Мозель В. А. *Движения в геометрии Лобачевского и алгебры операторов Бергмана со сдвигами* **125**

Нарманов О. А. *Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения теплопроводности* **127**

Нарманов А. Я., Турсунов Б. А. *О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга* **129**

Нежуренко А. С., Курбатова И. Н. *F-планарные отображения многообразий с аффинорной структурой специального типа* **131**

Покась С. М., Крутоголова А. В. *Инфинитезимальные проективные преобразования 2-ой степени в римановом пространстве второго приближения* **132**

Починка О. В. *О существовании энергетической функции у динамических систем* **133**

Ромакина Л. Н. *Элементы объема в гиперболическом пространстве положительной кривизны* **135**

Романов А. Н. *Расстояния внутри цилиндров, конечные и бесконечные* **137**