International scientific conference

«Algebraic and geometric methods of analysis»

Book of abstracts

May 31 - June 5, 2017
Odessa
Ukraine

http://imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

Organizers

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Fomenko A.
(*Moscow, Russia*)
Fomenko V.
(*Taganrog, Russia*)
Glushkov A.
(*Odesa, Ukraine*)
Haddad M.
(*Wadi al-Nasara, Syria*)
Herega A.
(*Odesa, Ukraine*)
Khruslov E.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Kirichenko V.
(*Moscow, Russia*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mashkov O.
(*Kyiv, Ukraine*)
Mykytyuk I.
(*Lviv, Ukraine*)
Milka A.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Mikesh J.
(*Olomouc, Czech Republic*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Moskaliuk S.
(*Wien, Austri*)
Panzhenskiy V.
(*Penza, Russia*)
Pastur L.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Rahula M.
(*Tartu, Estonia*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Strikha M.
(*Kyiv, Ukraine*)
Shvets V.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Shurygin V.
(*Kazan, Russia*)
Vlasenko I.
(*Kyiv, Ukraine*)
Zadorozhnyj V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)
Zelinskiy Y.
(*Kyiv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

Organizing commitee

Kirillov V.	Hladysh B.	Maksymenko S.
Konovenko N.	Nuzhnaya N.	Khudenko N.
Fedchenko Yu.	Osadchuk E.	Cherevko E.

О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга

Нарманов Абдигаппар Якубович
(Национальный университет Узбекистана,Ташкент,Узбекистан)
E-mail: narmanov@yandex.ru

Турсунов Байрамали Акбарович
(Каршинский государственный университет,Карши,Узбекистан)
E-mail: t.bayramali@yandex.com

В этой работе мы изучим геометрию некоторых субмерсий, которые возникают при исследовании геометрии орбит векторных полей Киллинга. Геометрия орбит векторных полей является объектом многочисленных исследований в связи ее важностью в геометрии и других областях математики [2].

Изучению геометрии субмерсий посвящены многочисленные исследования ([1]-[5]), в частности в работе [3] получены фундаментальные уравнения субмерсии.

Пусть $M-$гладкое риманово многообразие размерности n с римановой метрикой g, $\nabla-$ связность Леви-Чивита, $< \cdot, \cdot > -$ скалярное произведение, определенное римановой метрикой g.

Напомним, что векторное поле X на M называется векторным полем Киллинга, если однопараметрическая группа локальных преобразований $x \to X^t(x)$, порожденная полем X, состоит из изометрий [2]. Множество всех векторных полей Киллинга на многообразии M, обозначаемое $K(M)$, образует алгебру Ли над полем действительных чисел. Известно, что алгебра Ли $K(M)$ является конечномерной.

Гладкость в данной работе означает гладкость класса C^∞.

Определение 1. Дифференцируемое отображение $\pi : M \to B$ максимального ранга, где B-гладкое многообразие размерности m, называется субмерсией при $n > m$.

По теореме о ранге дифференцируемой функции для каждой точки $p \in B$ полный прообраз $\pi^{-1}(p)$ является подмногообразием размерности $k = n - m$. Таким образом субмерсия $\pi : M \to B$ порождает слоение F размерности $k = n - m$ на многообразии M, слоями которого являются подмногообразия $L_p = \pi^{-1}(p), p \in B$.

Пусть F-слоение размерности k, где $0 < k < n$. Обозначим через T_qF-касательное пространство слоя L_p в точке $q \in L_p$, через H_qF-ортогональное дополнение подпространства T_qF. В результате возникают подрасслоения $TF = \{T_qF\}$, $HF = \{H_qF\}$ касательного расслоения TM и имеем ортогональное разложение $TM = TF \oplus HF$. Таким образом каждое векторное поле X разложимо в виде: $X = X^v + X^h$, где $X^v \in TF$, $X^h \in HF$. Если $X^h = 0$ (соответственно $X^v = 0$), то поле X называется вертикальным (соответственно горизонтальным) векторным полем.

Напомним, что если дифференциал субмерсии $\pi : M \to B$ сохраняет длину горизонтальных векторов,то она называется римановой. Известно,что риманова субмерсия порождает риманово слоение. Слоение F называется римановым, если каждая геодезическая, ортогональная в некоторой точке к слоению, остается ортогональной к слоению во всех своих точках.

Кривая называется горизонтальной, если ее касательный вектор является горизонтальным.

Пусть $\gamma : [a, b] \to B-$ гладкая кривая в B, и $\gamma(a) = p$. Горизонтальная кривая $\widetilde{\gamma} : [a, b] \to M$, $\widetilde{\gamma}(a) \in \pi^{-1}(p)$ называется горизонтальным поднятием кривой $\gamma[a, b] \to B$, если $\pi(\widetilde{\gamma}(t)) = \gamma(t)$ для всех $t \in [a, b]$.

Отображения $S : V(F) \times HF \to V(F)$, заданное формулой $S(X, U) = \nabla^v_X U$ называется втором основным тензором, где $V(F), HF$-множество всех вертикальных и горизонтальных векторных полей соответственно.

При фиксированным поле нормалей $X \in HF$ отображение $S(U, X)$ обращается в тензорное поле S_X типа (1,1):

$$S(U, X) = S_X U = \nabla^v_U X,$$

где $\nabla^v_U X$-вертикальная компонента векторного поля $\nabla_U X$.

Тензорное поле S_X является линейным отображением и поэтому задается матрицей $S(U,X) = AU$.

Горизонтально векторное поле X называется слоеным, если для каждого поля $V \in V(F)$, поле $[V,X]$ также является вертикальным. В случае, когда поле X является слоеным, собственные значения матрицы A называется главными кривизнами слоения F. Если главные кривизны локально постоянны вдоль слоев, то слоение F называется изопараметрическим.

Рассмотрим следующие n векторные поля Киллинга в R^n, из которых k вращений, $n-k$ параллельных переносов, где $n = 2k + l$.

Пусть

$$Y_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \text{ если } i \text{ нечетно и } 1 \leq i \leq 2k,$$

$$Y_i = -x_i \frac{\partial}{\partial x_{i-1}} + x_{i-1} \frac{\partial}{\partial x_i}, \text{ если } i \text{ четно и } 1 \leq i \leq 2k,$$

$$Y_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \text{ если } 2k+1 \leq i \leq n.$$

Результаты работы [2] показывают,что орбита этих векторных полей для каждой точки совпадает со всем пространством R^n. Поэтому мы можем определить следующую субмерсию $\pi : R^{n+k} \to R^n$ формулой:

$$\pi(t_1, t_2, ..., t_{n+k}) = X_{n+k}^{t_{n+k}}(...(X_2^{t_2}(X_1^{t_1}(O)...)),$$

где $O-$начало координат в R^n.

Теорема 2. *Существует такая риманова метрика $\widetilde{g}$ на R^n, что*

1) *Отображение $\pi : R^{n+k} \to R^n$ является римановой субмерсией и порождает риманово слоение;*

2) *Субмерсия $\pi : R^{n+k} \to R^n$ порождает на R^{n+k} изопараметрическое слоение;*

3) *$(R^n, \widetilde{g})$ является многообразием неотрицательной кривизны;*

Если $k \geq 2$, то

4) *Субмерсия $\pi : R^{n+k} \to R^n$ порождает на R^{n+k} слоение нулевой кривизны.*

Литература

[1] Hermann R. A sufficient condition that a mapping of Riemannian manifolds to be a fiber bundle. Proc. Amer. Math. Soc.11 (1960), 236-242.

[2] Нарманов А.Я., Саитова С. О геометрии орбит векторных полей Киллинга. Дифференциальные уравнения. 2014,том 50, №12,с.1582-1589.

[3] O'Neil B. The Fundamental equations of a submersions. Michigan Mathematical Journal, v.13, 1966, p. 459-469

[4] Reinhart B. L. Foliated manifolds with bundle-like metrics. Annals of Mathematics, Second Series, Vol. 69, No. 1,1959, pp. 119-132

[5] Zoyidov A.N., Tursunov B.A. Geometry of submersions on manifolds of nonnegative curvature. Uzbek mathematical journal. 2015 №2, pp. 27-34.