

International scientific conference
**«Algebraic and geometric
methods of analysis»**

Book of abstracts



May 30 - June 4, 2018,
Odesa,
Ukraine

<https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2018>

Двоточкова нелокальна задача для систем рівнянь із частинними похідними над полем p -адичних чисел

Антон Кузь

(Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підтригача НАН України)

E-mail: kuz.anton87@gmail.com

Одним із важливих напрямків сучасної теорії крайових задач для рівнянь із частинними похідними, який активно розвивається упродовж останніх десятиліть, є вивчення властивостей розв'язків таких задач із p -адичними змінними. Мотивацією до розв'язування крайових (в тому числі нелокальних) задач для рівнянь та систем рівнянь із частинними похідними над неархімедовим полем p -адичних чисел, що є поповненням поля раціональних чисел за p -адичною нормою, є стрімких розвиток p -адичної математичної фізики, зокрема дослідження p -адичних моделей квантової механіки, теорії гравітації тощо [1, 2, 4]. Основою цього альтернативного розділу математичної фізики слугує ідея В.С.Владімірова та І.В.Воловіча [1], що на планківських відстанях структура простору-часу повинна описуватися неархімедовим полем p -адичних чисел.

Нехай p – просте число, $\mathbb{Q}_p$ – поповнення [3] поля раціональних чисел за p -адичною нормою $|\cdot|_p$; $\mathbb{Z}_p = \{x \in \mathbb{Q}_p : |x|_p \leq 1\}$, $H_k(x) = (-1)^k e^{x^2} (d/dx)^k e^{-x^2}$, $k \in \mathbb{Z}_+$, – поліноми Ерміта; $L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$, $w(x) = e^{-x^2}$, – простір усіх рядів $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k H_k(x)$, для яких $\lim_{k \rightarrow \infty} |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p} = 0$; $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ – простір усіх рядів $u(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} u_k(t) H_k(x)$, де $u_k(t)$, $k \geq 0$, – аналітичні функції на $\mathbb{Z}_p$, для яких $\lim_{k \rightarrow \infty} \max_{t \in \mathbb{Z}_p} |u_k(t)|_p \sqrt{|k!2^k|_p} = 0$; норми в просторах $L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$ та $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ визначаються рівностями [4]

$$\|f; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)\| = \max_k |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p},$$

$$\|u; \mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))\| = \max_k \max_{t \in \mathbb{Z}_p} |u_k(t)|_p \sqrt{|k!2^k|_p}.$$

$\bar{L}_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$ – простір вектор-функції $\vec{v} = \text{col}(v^1, v^2)$ таких, що $v^j \in L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$, для кожного $j = 1, 2$, із нормою $\|\vec{v}; \bar{L}_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)\| = \max_j \|v^j; L_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)\|$. Простір $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; \bar{L}_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$ означаємо аналогічним чином.

У даній роботі розглядаємо таку двоточкову нелокальну задачу

$$\frac{\partial^2 \vec{u}(t, x)}{\partial t^2} + \mathbf{B}_1 A(\partial/\partial x) \frac{\partial \vec{u}(t, x)}{\partial t} + \mathbf{B}_2 A^2(\partial/\partial x) \vec{u}(t, x) = 0, \quad t \in \mathbb{Z}_p, \quad x \in \mathbb{Q}_p, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial^{j-1} \vec{u}(t, x)}{\partial t^{j-1}} \right|_{t=0} - \mu \left. \frac{\partial^{j-1} \vec{u}(t, x)}{\partial t^{j-1}} \right|_{t=T} = \vec{\varphi}_j(x), \quad j = 1, 2, \quad (2)$$

де $\vec{u}(t, x) = \text{col}(u^1(t, x), u^2(t, x))$, $a_1, \dots, a_n, \mu \in \mathbb{Q}_p$, $A(\partial/\partial x) = -\partial^2/(\partial x^2) + 2x\partial/\partial x$, $T \in \mathbb{Z}_p$, $T \neq 0$, $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ – квадратні матриці з p -адичними елементами.

Встановлено умови існування єдиного розв'язку задачі (1), (2) в просторі $\mathcal{A}(\mathbb{Z}_p; \bar{L}_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx))$, який неперервно залежить від функцій $\vec{\varphi}_1, \vec{\varphi}_2 \in \bar{L}_2(\mathbb{Q}_p, w(x)dx)$.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И. *p-адический анализ и математическая физика*. Москва: Физматлит, 1994.
- [2] Горбачук М.Л., Горбачук В.И. О задаче Коши для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве над полем p -адических чисел. *Тр. МИАН*, 245: 99–106, 2004.
- [3] Коблиц Н. *p-адические числа, p-адический анализ и дзета-функции*. Москва: Мир, 1982.
- [4] Хренников А. Ю. Математические методы неархимедовой физики. *УМН*, 45(4): 79–110, 1990.

Damian Wiśniewski <i>The behaviour of weak solutions of boundary value problems for linear elliptic second order equations in unbounded cone - like domains</i>	66
Iakovlieva O. N., Lipska Zh. M. <i>History of formation of the decimal number concept</i>	68
Yildiz S. <i>Some new applications on absolute matrix summability</i>	70
Yildiz S. <i>An Extension on localization property of Fourier series</i>	72
Безкоровайна Л. <i>Про A-деформацію поверхні, обмежену умовою стаціонарності сітки асимптотичних ліній</i>	73
Гречнёва М. О., Стеганцева П. Г. <i>Відновлення поверхні з краєм простору Мінковського за її грассмановим образом</i>	74
Кузь А. М. <i>Двоточкова нелокальна задача для систем рівнянь із частинними похідними над полем p-адичних чисел</i>	76
Маркітан В., Працьовитий М. <i>Геометрія числових рядів і розподіли їх випадкових неповних сум</i>	77
Подоусова Т. Ю. <i>Про стаціонарність довжин LGT-ліній при деформаціях поверхонь</i>	80
Подоусова Т. Ю., Вашпанова Н. В. <i>Про деякі нескінченно малі деформації мінімальних поверхонь</i>	81
Працьовитий М. В., Лисенко І. М. <i>Геометрія одного двосимвольного кодування дійсних чисел</i>	83
Пришляк О. О., Прус А. А. <i>Інваріант Пейкото для хордових діаграм на поверхні з межею</i>	86
Сердюк А. С., Соколенко І. В. <i>Наближення інтерполяційними тригонометричними поліномами в метриках просторів L_p на класах періодичних цілих функцій</i>	87
Синюкова О. М. <i>Деякі аспекти теорії проєктивних перетворень просторів дотичних розшарувань зі спеціальною метрикою</i>	89
Скуратовський Р. В. <i>Двопараметричні особливості одногілкових алгебраїчних кривих</i>	90
Черевко Є. В., Чепурна О. Є. <i>Псевдо-вайсманові многовиди та їх приклади</i>	91
Федченко Ю. С. <i>Про P-деформації поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини</i>	93
Хомич Ю., Піструїл М. <i>Поверхня Гауді та деформація з заданою варіацією елемента площі</i>	94
Арсеньєва О. Е., Кириченко В. Ф., Рустанов А. Р. <i>Постоянство типа обобщенных многообразий Кенмоцу</i>	96
Болотова Т. Н., Макаров В. И. <i>Геометрическая интерпретация законов физиологического развития растений</i>	97