МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ОДЕССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

А. С. БОМКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СУШКИ ЗЕРНА В ПОТОКЕ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

(05.375. Хранение зерна (элеваторно-
складское хозяйство)

Автореферат
диссертации на соискание ученой
степени кандидата технических наук

Одесса, 1971

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ОДЕССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ им. М. В. ЛОМОНОСОВА

А. С. БОМКО

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СУШКИ ЗЕРНА В ПОТОКЕ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

(05.375. Хранение зерна (элеваторно-складское хозяйство)

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Одесса, 1971

Работа выполнена на кафедре элеваторов и подъемно-транспортных машин Одесского технологического института пищевой промышленности им. М.В. Ломоносова.

Научный руководитель - кандидат технических наук, доцент

В.И. Жидко

Научный консультант - доктор физико-математических наук

профессор *Т. Л. Перельман*

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор *Б. И. Леончик*

Кандидат технических наук, доцент *Н. В. Остапчук*

Ведущая организация - Институт тепло- и массообмена АН БССР.

Автореферат разослан "20" апреля 1971 г.

Защита диссертации состоится 21 мая 1971 г. на заседании Совета Одесского технологического института пищевой промышленности им. М.В. Ломоносова.

Просим Вас принять участие в заседании Совета, посвященном защите диссертации или выслать отзыв в двух экземплярах, заверенный печатью учреждения, по адресу: г. Одесса, ГСП-510, ул. Свердлова, 112, Технологический институт пищевой промышленности им. М.В. Ломоносова.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь Совета *(Л. А. Запорожец)*

Решения XXIУ съезда КПСС направлены на значительное увеличение продуктов земледелия. Ключевой проблемой партия считает рост производства зерна, среднегодовой сбор которого в предстоящем пятилетии должен составить 195 млн.тонн, а твердый план государственных закупок 60 млн.тонн в год. Осуществление решений съезда потребует строительства новых и реконструкции старых элеваторов, оснащение их новейшим оборудованием. В целях сохранения огромной массы ценной продукции потребуется также увеличение мощности зерносушильных агрегатов. Одним из методов увеличения производительности зерносушилок при заданном уровне энергетических затрат на сушку зерна является выбор соответствующих режимов сушки и реконструкция сушилок. Возникает потребность в интенсификации поисковых работ по выбору рациональных способов сушки зернового потока, а также необходимость перехода от исследования отдельных сушилок к исследованию целого класса объектов, объединяемых общностью производственной реализации.

Поиск рациональных способов сушки идет двумя путями: экспериментальным и теоретическим. Экспериментальные методы поиска (планируемый эксперимент) привязаны обычно к отдельным объектам и потому теряют свои преимущества перед методом математического моделирования, позволяющим описывать и исследовать целую группу однотипных процессов и объектов. Одним из главных достоинств метода моделирования является также значительное сокращение сроков исследования.

Проблеме выбора математических моделей процесса сушки зерна в плотном и кипящем потоках, реализации моделей на ЦВМ, их использования в целях поиска рациональных режимов сушки посвящена настоящая работа. Принятый нами подход основан на существующей в настоящее время теории, благодаря которой в процессе моделирования удается избавиться от громоздких эмпирических формул и получить физически обоснованную модель с достоверной экстраполяцией.

I. АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЬНЫХ ПОДХОДОВ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТЕПЛО - И МАССОПЕРЕНОСА В ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЕ

Впервые задача математического моделирования закономерностей тепло - и массообмена в дисперсных средах при фазовых превращениях сформулирована А.В. Лыковым в 1958г. Дисперсная среда представляет весьма сложный объект для математического описания, и на первом этапе рассматривается внутренний перенос в отдельных частицах при различного рода фазовых превращениях. Несколько позже система уравнений связанного переноса обобщается на тот случай, когда тепло - и массообмен происходит в слое, причем это обобщение идет в направлении установления взаимодействия тела (единичной частицы дисперсного материала) с внешней средой (учитывается температура внешней среды, скорость движения ее относительно материала и другие факторы). С помощью операционного исчисления Ю.А. Михайловым были получены общие решения системы уравнений тепло - и массопереноса в слое и дан анализ процесса.

Другой способ моделирования тепло - и массообмена в слое связан с рассмотрением дисперсной среды как непрерывной массы, причем внутренний перенос, а также связанные с ним эффекты игнорируются. В условиях мягких режимов обработки материала такой подход вполне обоснован. Математические исследования нестационарного теплообмена в слое, выполненные А.Анцелиусом в 1926 году, были продолжены Г.Д.Рабиновичем в 1953 году и развиты применительно к процессу конвективной сушки введением дополнительных эмпирических членов, описывающих внутренние источники тепла. В настоящей работе нами ставится задача синтеза указанных двух подходов в единой модели производственного объекта полуэмпирического плана.

Наряду с феноменологическим описанием следует отметить развиваемый О.М. Тодесом, В.М. Элиашбергом, И.А. Буровым, Г.И.Светозаровой, В.И. Мукосеем, Л.И. Хейфецем, Р.В. Джагацпаняном и другими авторами статистический метод моделирования процессов, протекающих в дисперсном материале. Такое описание не конкурирует с "чистым" феноменологическим подходом, ибо целью последнего является более детальное и глубокое изучение взаимосвязанного переноса, определение основных факторов, приводящих к его интенсификации. Путь, который выбран статистической школой, прокладывается, в основном, в область теории управления процессом и приводит в конечном счете к более точному измерению регулируемых параметров.

Существенным тормозом к использованию моделей связанного переноса в практике описания сушильных установок является недостаточная надежность методов определения параметров модели. Возникает задача отыскания коэффициентов уравнений по экспериментальной информации с использованием математического аппарата и соответствующей аналоговой или цифровой вычислительной техники. Оставляя в стороне вопрос о способе реализации поставленной задачи, рассмотрим некоторые принципиально интересные приемы.

К числу первых следует отнести работы, в которых так или иначе используется аналитический метод, не утративший своего значения особенно в том случае, когда необходимо определить отдельные коэффициенты, не связанные со структурой аппарата. Знание этих коэффициентов значительно облегчает дальнейший численный поиск параметров модели, существенно зависящих от характера протекания процесса в аппаратах. Один из приемов определения теплофизических характеристик материала по экспериментальной информации предложен А.В. Лыковым и основан на аналитических решениях задач тепло - и массопереноса в системе тел, одно из которых является эталонным. Граничные условия при этом соответствуют идеальному контакту (условия IУ рода). Метод позволяет рассчитать коэффициенты переноса по готовым формулам, содержащим эмпирические функции.

В несколько ином плане подходит к решению задачи Ф.Е.Фрайман. Используя аналитическое решение уравнения теплопроводности для неограниченного полого цилиндра, внутренняя поверхность которого нагревается постоянным во времени тепловым потоком (граничное условие II рода), а на внешней задается граничное условие Ш рода, Ф.Е. Фрайман посредством исключения из расчетов коэффициента теплообмена на поверхности тела строит метод, открывающий пути реализации широкотемпературных исследований.

Особо следует отметить методику определения коэффициентов переноса влаги на основе кинетики сушки, предложенную Н.В.Селезневым. Процедура осреднения дифференциального уравнения совместно с параболической аппроксимацией предполагаемых решений приводит, по существу, к дифференциально-разностному соотношению метода прямых:

$$\frac{d\bar{u}_3}{d\tau} = a_m \frac{\bar{u}_1 - 2\bar{u}_2 + \bar{u}_3}{b^2} + a_m \delta \frac{t_1 - 2t_2 + t_3}{b^2} .$$

В более сложных уравнениях, относящихся к производственным условиям, найти коэффициенты с помощью перечисленных методов не удается. В настоящей работе мы ставим перед собой задачу отыскания принципиально нового приема, позволяющего восстановить коэффициенты уравнений по экспериментальной информации.

П. ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛО - И МАССОПЕРЕНОСА В СПЛОШНОМ ДИСПЕРСНОМ ПОТОКЕ

На основе метода источников выводятся уравнения баланса энергии в непрерывной дисперсной системе в процессе сушки, а также записываются соответствующие уравнения массопереноса. Полученные уравнения объединяются в единую связанную систему переноса, которая может служить формой для последующих приложений к реальным процессам. Модель закономерности связанного переноса в подвижном слое дисперсного материала имеет вид:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial t}{\partial \tau} + \vec{w}(\tau)\nabla t + \frac{\alpha S}{c'\gamma(1-\Pi)}(t-t_c) - \frac{\rho}{c'}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \vec{w}(\tau)\nabla \bar{u}\right) = 0,\\
&\frac{\partial t_c}{\partial \tau} + \vec{w}_c(\tau)\nabla t_c + \frac{\alpha S}{c_c'\gamma_c\Pi}(t_c - t) = 0,\\
&\frac{\partial u}{\partial \tau} + \vec{w}(\tau)\nabla u - \nabla(a_m \nabla u) = 0,\\
&\frac{\partial \gamma_1}{\partial \tau} + \vec{w}_c(\tau)\nabla \gamma_1 - \frac{q^{(m)} S}{\Pi} = 0.
\end{aligned}
\right\} \quad (2.\mathrm{I})
$$

Уравнение конвективной диффузии, входящее в данную систему, аналогичное уравнению Фурье-Кирхгофа, использовалось при изучении тепло - и массопереноса в бинарной парогазовой смеси, а также конвективной диффузии в жидкостях. При движении капиллярно-пористых частиц конвективный перенос влаги обусловливает пространственное распределение влагосодержания по длине сушильного аппарата.

Граничные условия к уравнениям зависят от выбора системы координат и формы частицы. Систему координат выбирают, по возможности, такой, чтобы она была приспособлена к задаче. Для плоских частиц наиболее подходит декартова прямоугольная система координат, а для частиц цилиндрической или сферической формы - цилиндрическая система, поскольку оператор Лапласа в сферической системе координат для больших (в сравнении с размерами частиц) значений координаты r и малых значений θ принимает вид, соответствующий цилиндрической системе. Частицы произвольной формы желательно моделировать цилиндрическими и плоскими частицами, поскольку для них в случае осевого движения наиболее просто задаются граничные условия.

Пространственное распределение поля температуры рассматривается нами в декартовой прямоугольной системе координат (x, y). Тогда, например, для слоя частиц цилиндрической формы, движущегося в направлении оси симметрии x и перекрестного (под углом 90^0) движения сушильного агента система (2.I) имеет вид (без учета аксиальной влагопроводности):

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w(\tau)\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\alpha S}{c'\gamma(1-\Pi)}(t - t_c) - \frac{\rho}{c'}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + w(\tau)\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial t_c}{\partial \tau} + w_c(\tau)\frac{\partial t_c}{\partial y} + \frac{\alpha S}{c_0'\gamma_0\Pi}(t_c - t) = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + w(\tau)\frac{\partial u}{\partial x} - a_m\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \tau} + w_c(\tau)\frac{\partial \gamma_1}{\partial y} - \frac{\beta\gamma S}{\Pi}(u_R - u_p) = 0,$$

где

$$a_m = a_m(t),$$

$$u_R = u(\tau, x, y, R),$$

$$\bar{u}(\tau, x, y) = \frac{2}{R^2}\int_0^R r\,u(\tau, x, y, r)\,dr,$$

с граничными условиями

$$t(\tau, 0, y) = f_1(\tau, y),$$

$$t_c(\tau, x, 0) = \varphi_1(\tau, x),$$

$$u(\tau, 0, y, r) = u^{\circ}(\tau, y, r),$$

$$\gamma_1(\tau, x, 0) = \varkappa_1(\tau, x),$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(\tau, x, y, R) = -\frac{\beta}{a_m}(u_R - u_p),$$

и начальными условиями

$$t(0, x, y) = f_2(x, y),$$

$$t_c(0, x, y) = \varphi_2(x, y),$$

$$u(0, x, y, r) = u_0(x, y, r),$$

$$\gamma_1(0, x, y) = \varkappa_2(x, y). \qquad (2.2)$$

На оси цилиндрической частицы налагается условие ограниченности для функции u.

Коэффициенты тепло - и массообмена (α, β) зависят от целого ряда физических факторов. Зависимость от времени предполагается нами в неявном виде через посредство параметров, определяющих процесс. Причем такая зависимость имеет место даже в случае"стационарного"процесса в сушильном аппарате (когда равны нулю частные производные по времени искомых переменных),ибо вследствие подвижности системы некоторые пространственные переменные играют роль времени, и процесс носит нестационарный характер. Параметрические зависимости α и β определяются на основании данных промышленного эксперимента, в результате чего постановка краевой задачи (2.I) или (2.2) становится полуэмпирической.

Хотя система уравнений (2.I) является несколько упрощенной (не учитываются температурные градиенты, термодиффузия, распределенность источника тепла в самой частице), она достаточно сложна для аналитического исследования (в силу нелинейности) и может быть решена лишь приближенными вычислительными методами. При практическом построении модели конкретного объекта не обязательно знание всех теплофизических коэффициентов модели, ибо с помощью указанных методов можно производить "настройку" модели, основываясь только на форме ее уравнений.

На основе и при последующей конкретизации системы уравнений (2.2) применительно к существующим сушилкам с подвижным дисперсным потоком нами осуществлено построение математической модели процесса сушки в конкретных промышленных объектах. При этом были использованы вычислительные приемы, излагаемые в главе Ш.

Ш. ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ПРЯМЫХ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА СУШКИ ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА

В настоящей главе излагается методика моделирования, составной частью которой является способ, используемый для отыскания коэффициентов модели по экспериментальной информации. В качестве численного метода решения данной задачи на ЦВМ нами выбран метод прямых.

Достоинством метода прямых является то, что задача в конечном счете сводится к стандартной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. В связи с этим дальнейшее исследование характера решений можно вести аналитически с помощью теории обыкновенных дифференциальных уравнений или же численно с помощью аналоговых машин. Следует, однако, отметить, что в большинстве практически важных случаев решение в явном виде получить нельзя (в силу нелинейности системы, громоздкости эмпирических формул, так или иначе включаемых в модель) и метод прямых вырождается, по существу, в метод сеток. Ограничены в значительной степени и возможности аналоговых машин, ибо приходится решать системы уравнений высокого порядка (20 и более). Несмотря на сделанные замечания, мы все же сохраняем за дифференциально-разностным методом название "метод прямых" даже в тех случаях, когда нами используются явные сеточные схемы при решении соответствующих систем уравнений, поскольку для машинной реализации обыкновенных дифференциальных уравнений метода прямых существуют многочисленные возможности.

Способ, предлагаемый в настоящей работе, заключается в комбинировании метода прямых и метода наименьших квадратов, приложенного к преобразованной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Поскольку интегральные соотношения дают более надежные результаты при обработке экспериментальных данных, чем дифференциальные в силу практически более высокой точности численного интегрирования по сравнению с численным дифференцированием, процедура наименьших квадратов применяется по отношению к эквивалентной системе интегральных уравнений по методу А.Д.Горбунова.

Рассмотрим математическую модель закономерности производственного процесса сушки зерна в плотном и кипящем однородных потоках (постановка задачи излагается в IУ главе).

Часть параметров, входящих в (4.I) $(c', \gamma', Q_{\tau}, \rho)$, можно считать известными, начальные условия на практике также определены. Остается найти подходящие зависимости $A(w_c)$ и $B(t, w_c)$, и оценить степень соответствия модели производственному процессу. Исходим из уравнений стационарного состояния сушильного процесса, полученного при $\frac{\partial u}{\partial \tau}=0$ и $\frac{\partial t}{\partial \tau}=0$:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{a_m(t)}{w}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right),\\
&\frac{\partial t}{\partial x}=\frac{A(w_c)}{c'\gamma' w}(t_c-t)-\frac{2\rho B(t,w_c)}{c' w R}(u_R-u_p),\\
&\frac{\partial u}{\partial r}(x,R)=\begin{cases}-\dfrac{B(t,w_c)}{a_m(t)}(u_R-u_p), & u_R\le u_r,\\[2mm] -\dfrac{B(t,w_c)}{a_m(t)}(u_r-u_p), & u_R>u_r,\end{cases}\\
&\frac{\partial u}{\partial r}(x,0)=0,\quad u(0,r)=u_0(r),\quad t(0)=t_0.
\end{aligned}
\right\}
\qquad (3.\text{I})
$$

Первый этап поиска заключается в применении метода прямых к системе (3.I). Запишем конечно-разностные соотношения:

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_k \approx \frac{u_{k+1}-u_{k-1}}{2h},\\
&\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_k \approx \frac{u_{k+1}-2u_k+u_{k-1}}{h^2}.
\end{aligned}
\qquad (3.2)
$$

С учетом того, что $r_k = kh$ и

$$
(\Delta u)_k=\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_k+\frac{1}{r_k}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_k, \qquad (3.3)
$$

получим

$$(\Delta u)_k \approx \frac{1}{2k h^2}\left[(2k+1)u_{k+1} - 4k u_k + (2k-1)u_{k-1}\right]. \quad (3.4)$$

На границе (прямая с номером $k = n$) имеем:

$$(\Delta u)_n = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_n + \frac{1}{r_n}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_n,$$

$$u_{n-1} = u_n - h\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_n + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_n - \dots, \quad (3.5)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)_n \approx \frac{2}{h}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_n - \frac{u_n - u_{n-1}}{h}\right],$$

$$(\Delta u)_n \approx \frac{2}{h}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} - \frac{u_n - u_{n-1}}{h}\right] + \frac{1}{R}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R}.$$

Рассматривая аналогичную задачу для капиллярно-пористого шара при постоянной температуре внешней среды, мы убедились в достаточно быстрой сходимости метода прямых по координате r. Полагая $h = \frac{R}{4}$, преобразуем систему уравнений (3.I) для случая $u_R \le u_r$:

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{a_m(t)}{wR^2}(24u_2 - 24u_1),$$

$$\frac{du_2}{dx} = \frac{a_m(t)}{wR^2}(20u_3 - 32u_2 - 12u_1),$$

$$\frac{du_3}{dx} = \frac{a_m(t)}{wR^2}\left(\frac{56}{3}u_4 - 32u_3 + \frac{40}{3}u_2\right), \quad (3.6)$$

$$\frac{du_4}{dx} = -\frac{9B(t,w_c)}{wR}(u_4 - u_p) + \frac{32a_m(t)}{wR^2}(u_3 - u_4),$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{A(w_c)}{c'\gamma' w}(t_c - t) - \frac{2\rho B(t,w_c)}{c' w R}(u_4 - u_p),$$

с начальными условиями

$$u_i(0) = u_0,$$
$$t(0) = t_0, \quad i = 1,2,3,4. \tag{3.7}$$

На втором этапе в систему уравнений (3.6) или соответствующие ей интегральные уравнения следует подставить сглаженные эмпирические зависимости, при этом образуется вектор невязок, а сама система определяет неизвестные коэффициенты. Приближенные значения параметров можно найти в результате решения системы нормальных уравнений, полученных в соответствии с методом наименьших квадратов.

Поскольку данные промышленных испытаний зерносушилок, использованные нами в расчетах, не содержали сведений, касающихся распределения поля влагосодержания по определяющему размеру частицы, то найти коэффициент диффузии влаги при таких условиях не представилось возможным. В силу этого обстоятельства величина $a_m(t)$ аппроксимировалась по лабораторным экспериментам, проведенным А.С. Гинзбургом и В.П. Дубровским.

Полагая в нулевом приближении $u_1 \approx \bar{u}(x)$, а также задаваясь эмпирическими зависимостями для коэффициентов A и B,

$$A = a w_c(x),$$
$$B = b w_c(x)\, t, \tag{3.8}$$

приведем последнее дифференциальное уравнение системы (3.6) к интегральному

$$t(x) = t_0 + \alpha_1 \int_{x_0}^{x} w_c(\xi)\left[t_c(\xi) - t(\xi)\right] d\xi -$$
$$- \alpha_2 \int_{x_0}^{x} w_c(\xi)\, t(\xi)\left[\bar{u}(\xi) - u_p\right] d\xi, \tag{3.9}$$

где $\alpha_1 = \frac{\alpha}{c'\gamma' w}$, $\alpha_2 = \frac{2\rho b}{c' w R}$. Подставим в полученное тождество (3.9) вместо $t(x)$ и $\bar{u}(x)$ соответствующие эмпирические зависимости $\tilde{t}(x)$ и $\tilde{u}(x)$:

$$\tilde{t}(x) = t_0 + \alpha_1 \int_{x_0}^{x} w_c(\xi)\left[t_c(\xi) - \tilde{t}(\xi)\right]d\xi - \tag{3.10}$$
$$- \alpha_2 \int_{x_0}^{x} w_c(\xi)\,\tilde{t}(\xi)\left[\tilde{u}(\xi) - u_p\right]d\xi + \delta(x),$$

где $\delta(x)$ - невязка. Полагая в (3.10) последовательно $x = x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ($n \gg 5$ - числа параметров, подлежащих определению), получим систему:

$$\tilde{t}(x_i) = t_0 + \alpha_1 \int_{x_0}^{x_i} w_c(\xi)\left[t_c(\xi) - \tilde{t}(\xi)\right]d\xi - \tag{3.11}$$
$$- \alpha_2 \int_{x_0}^{x_i} w_c(\xi)\,\tilde{t}(\xi)\left[\tilde{u}(\xi) - u_p\right]d\xi + \delta(x_i),$$
$$i = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

Вследствие невысокой точности (с погрешностью порядка 5-10%) сглаживания закономерностей производственного эксперимента нами использован метод средних, согласно которому $\delta(x_i)$ в уравнениях (3.11) положили равными нулю, осреднили систему (3.11) по двум группам точек и получили искомые коэффициенты из системы двух линейных алгебраических уравнений. В условиях ступенчатого режима сушки ($u_p = 0{,}1$; $100^\circ C \le t_c \le 180^\circ C$) плотного подвижного слоя толщиной 0,2 м эмпирические коэффициенты оказались равными

$$A = 0{,}266\ w_c(x), \tag{3.12}$$
$$B = 0{,}858 \cdot 10^{-8}\ w_c(x)\,t(x),$$

а в условиях осциллирующего режима для кипящего слоя той же толщины $(180°C \le t_c \le 200°C,\ w_c \approx 1,6-1,8 \frac{м}{сек})$

$$A = 1,22, \qquad (3.13)$$
$$B = 3,5 \cdot 10^{-8} t.$$

Формулы (3.12) и (3.13) дают нулевые приближения искомых параметров в том смысле, что в качестве $u_4(x)$ принято значение $\bar{u}(x)$. Однако решение системы (3.6) с полученными A и B устанавливает достаточную близость интегралов $\int_{x_0}^{x_i} \bar{u}(x)dx$ и $\int_{x_0}^{x_i} u_4(x)dx$, тем самым необходимость итераций отпадает.

Степень соответствия модели реальному процессу оценивалась по максимальным средним отклонениям регрессионных кривых от экспериментальных: $\max\limits_x |\Delta t(x)| = 7°C$, $\max\limits_x |\Delta u(x)| = 0,0066$; ввиду неравномерности нагрева и сушки материала в производственных условиях величина полученных погрешностей вполне приемлема для подтверждения модели.

IУ. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ ЗЕРНА В ПОТОКЕ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Из всех зерносушильных агрегатов нами рассматриваются лишь те, в которых зерно сушится сплошным потоком. Модель подтверждается на сравнительно хорошо изученных зерносушилках шахтного типа и сушилке с кипящим слоем. Совершая последовательно систему идеализаций по отношению к объекту, мы приходим к некоторой физической модели, для которой записываются соответствующие уравнения. Идеализации, принятые нами, заключаются в следующем:

I. Объект в целом представляет собой систему независимых друг от друга каналов, в каждом из которых происходят все основные процессы тепло - и массообмена.

2. В указанных каналах сушильный агент подается беспорядочно или перпендикулярно потоку зерна.

3. В силу перемешивания материала температура в слое по высоте колеблется в небольших пределах, которыми можно пренебречь и рассматривать зерновой поток как непрерывный поток жидкости, когда речь идет о температурном поле.

4. Все частицы тождественны между собой в отношении распределенности поля влагосодержания.

5. Распределенность температурного поля и поля влагосодержания сушильного агента по высоте слоя в первом приближении не учитывается.

6. В сушильной камере присутствует лишь один отрицательный источник тепла, связанный с процессом испарения, другие учитываются эффективным коэффициентом теплообмена.

Нетрудно видеть, что даже при достаточно большом числе упрощающих задачу допущений имеется немало трудностей на пути разрешения следующих вопросов:

1) Какова температура зерна по длине сушильного аппарата и во времени, если температура сушильного агента также распределена в пространстве аппарата и во времени?

2) Каково влагосодержание зерновки по определяющему размеру, по длине сушильного аппарата и во времени в зависимости от внешних условий?

Основным экспериментальным материалом, использованным для построения модели, послужили многолетние производственные испытания, проводимые государственными комиссиями и научно-исследовательскими организациями совместно с МИС, а также материалы, полученные В.И.Жидко при исследовании процесса сушки зерна в подвижном кипящем слое.

Уподобляя зерно неограниченному цилиндру, пренебрегая теплопроводностью зерновой массы, учитывая приведенные выше идеализации, на основе (2.2) запишем систему дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + w\frac{\partial u}{\partial x} - a_m(t)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = 0,$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w\frac{\partial t}{\partial x} + \frac{A(w_c)}{c'\gamma'}(t - t_c) - \frac{\rho}{c'}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + w\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right) = 0,$$

$$\bar{u}(\tau, x) = \frac{2}{R^2}\int_0^R r\, u(\tau, x, r)\, dr,$$

с граничными условиями

$$u(\tau, 0, r) = u^\circ(\tau, r),$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(\tau, x, R) = \begin{cases} -\dfrac{B(t, w_c)}{a_m(t)}(u_R - u_p), & u_R \le u_r, \\ -\dfrac{B(t, w_c)}{a_m(t)}(u_r - u_p), & u_R > u_r, \end{cases}$$

$$t(\tau, 0) = f_1(x)$$

и начальными условиями

$$u(0,x,\tau) = u_0(x,\tau),$$

$$t(0,x) = f_2(x). \tag{4.1}$$

Как видно из системы уравнений (4.1), эмпирические коэффициенты A и B связывают температурное поле и поле влагосодержания с соответствующими полями сушильного агента без учета распределенности последних по высоте слоя и заданных на входе в аппарат, распределенном по оси x. Остальные коэффициенты приняты в виде:

$$a_m = 0{,}662 \cdot 10^{-12} t^2 \ \text{м}^2/\text{сек}; \quad c' = 0{,}37 + u_0 \ \text{ккал/кг}\cdot{}^\circ\text{C};$$

$$\alpha' \approx \alpha_0' = 750 \ \text{кг/м}^3; \quad \gamma' = \frac{\alpha'(u_0)}{1+u_0} \ \text{кг/м}^3;$$

$$\rho = 570 \ \text{ккал/кг}; \quad u_r = 0{,}333; \quad u_p = 0{,}1.$$

Равновесное влагосодержание u_p взято нами в среднем по высоте слоя с учетом температуры и влагосодержания сушильного агента в зерновой массе.

Из числа линейных размеров в модели присутствуют радиус зерна R = 0,015 м и длина аппарата L, причем последняя принимается равной лишь той части, в которой имеется контакт материала с сушильным агентом.

Определяя на основании производственных испытаний значения w и w_c по формулам

$$w = \frac{П_{с.у.} H}{3600 \, P_{с.у.}}; \quad w_c = \frac{L_c}{3600 N б},$$

где $N = 2n$, $\sigma = 0{,}1$ м^2 – входное сечение короба, n – число подводящих коробов в секции, $P_{с.у.}$ – вес зерна, находящегося в секции, $П_{с.у.}$ – производительность, H – высота секции, с помощью метода, описанного в главе Ш, находим коэффициенты. A и B.

Для установления адекватности модели производственному процессу в сушилках ВТИ-I5, ДСП-24сн, ДСП-24, ДСП-32 найдены отклонения расчетных значений u и t от экспериментальных на выходе из сушильной камеры и зоны охлаждения: $|\Delta u| = 0{,}0066$, $|\Delta t| = 7\ ^\circ C$, $|\Delta t^{(охл)}| = 4\ ^\circ C$, т.е. погрешность модели находится в пределах того случайного разброса, который имеет место в производственных условиях.

Характерные кинетические зависимости представлены в табл. I (реконструированная сушилка ДСП-24, режим – четырехступенчатый). Из таблицы следует, что зерно имеет в среднем перепад влаги по радиусу порядка 0,0I. В некоторых других опытах ($\bar{u} > 0{,}33$) перепад достигает 0,02 – 0,03.

Реализация динамики модели (4.I) на ЦВМ "Минск-2" осуществлена также конечно-разностным методом:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{k+1} - u_k}{g} + O(g).$$

Кинетика сушки зерна в плотном слое

Таблица I

Ступень	Границы зон, м	t_c	Расход агента сушки $L \cdot 10^{-3}$ м³/час	По данным модели u_1	u_2	u_3	u_4	$\overline{u}$	t	Опытные данные u	t
0	-	-	-	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	I7	0,255	I7
I	I,6	I87	I5,I	0,252	0,250	0,246	0,239	0,246	33,3	-	40
2	3,6	I64	I8,4	0,234	0,232	0,229	0,225	0,229	43,5	-	44
3	5,6	I29	I2,9	0,220	0,2I9	0,2I7	0,2I5	0,2I7	44,9	-	39
4	7,6	I50	I7,5	0,204	0,203	0,20I	0,I99	0,20I	50,4	-	43
Охладительная зона	II,2	I4	42,I	0,I86	0,I84	0,I80	0,I73	0,I80	2I,3	0,I79	20

Система уравнений динамики объекта следующая:

$$\frac{du_{k,1}}{d\tau} = -\frac{w}{g}(u_{k,1} - u_{k-1,1}) + \frac{a_m(t_k)}{R^2}(24u_{k,2} - 24u_{k,1}),$$

$$\frac{du_{k,2}}{d\tau} = -\frac{w}{g}(u_{k,2} - u_{k-1,2}) + \frac{a_m(t_k)}{R^2}(20u_{k,3} - 32u_{k,2} + 12u_{k,1}),$$

$$\frac{du_{k,3}}{d\tau} = -\frac{w}{g}(u_{k,3} - u_{k-1,3}) + \frac{a_m(t_k)}{R^2}\left(\frac{56}{3}u_{k,4} - 32u_{k,3} + \frac{40}{3}u_{k,2}\right),$$

$$\frac{du_{k,4}}{d\tau} = -\frac{w}{g}(u_{k,4} - u_{k-1,4}) + \frac{32a_m(t_k)}{R^2}(u_{k,3} - u_{k,4}) - \frac{9B(t_k, w_c^{(k)})}{R}(u_{k,4} - u_p),$$

$$\frac{dt_k}{d\tau} = -\frac{w}{g}(t_k - t_{k-1}) - \frac{2\rho B(t_k, w_c^{(k)})}{c'R}(u_{k,4} - u_p) + \frac{A(w_c^{(k)})}{c'\gamma'}(t_c^{(k)} - t_k),$$

где $k = 1, 2, 3, \ldots, n$, с начальными условиями

$$u_{k,i}(0) = u_{k,0}, \quad t_k(0) = t_{k,0}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \qquad (4.2)$$

Динамика переходного процесса из состояния с однородным распределением полей $\bar{u}$ и t приведена в табл. 2. Стационарное состояние достигается за время $\tau_0 = L/w$ (L – длина зоны нагрева) с относительной погрешностью не более 2%, что свидетельствует о достоверности модели в динамическом режиме.

Таблица 2

Динамика переходного процесса в шахтной зерносушилке

x (м)	$\bar{u}$	t	$\bar{u}$	t	$\bar{u}$	t	$\bar{u}$	t	$\bar{u}$	t	$\bar{u}$	t
	при τ, мин											
	I0		20		30		50		70		90	
0	0,255	I7	0,255	I7	0,255	I7	0,255	I7	0,255	I7	0,255	I7
0,6	0,252	23,5	0,252	23,8	0,252	23,8	0,252	23,8	0,252	23,8	0,252	23,8
I,6	0,248	29,6	0,245	32,3	0,244	32,7	0,244	32,8	0,244	32,8	0,244	32,8
2,6	0,247	30,6	0,240	36,I	0,237	37,6	0,236	38,0	0,236	38,0	0,236	38,0
3,6	0,246	30,6	0,237	38,2	0,23I	4I,I	0,228	42,4	0,228	42,5	0,228	42,5
4,6	0,248	27,I	0,238	35,7	0,230	40,3	0,223	42,9	0,222	43,2	0,222	43,3
5,6	0,249	25,I	0,239	33,2	0,230	38,9	0,2I9	43,3	0,2I7	44,0	0,2I7	44,I
6,6	0,248	26,6	0,239	33,7	0,229	39,5	0,2I5	45,3	0,2I0	46,7	0,209	46,9
7,6	0,247	27,6	0,238	34,4	0,228	39,9	0,2II	46,7	0,204	49,I	0,202	49,6

После установления степени соответствия модель – оригинал получена оценка влияния предварительного подогрева зерна на интенсификацию сушки, причем сравнение проведено по проектным данным для зерносушилок ДСП-24сн, ДСП-24 и ДСП-32. Во всех случаях увеличение начальной t до 50°С (по сравнению с 0°С) и прочих равных условиях приводит к увеличению производительности сушилок в I,4-I,5 раза, величина t_c по длине аппарата в первом приближении может оставаться единой и равной приблизительно I20°С (для зерна с нормальной клейковиной). Сравнительная оценка режимов без подогрева и с предварительным подогревом зерна представлена в табл.3. В первой колонке таблицы приведены расстояния по длине сушилки, на которых были сняты соответствующие величины u и t, римские цифры означают границы зон сушки, граница зоны охлаждения – L_x .

Указанный путь увеличения $\Pi_{c.x}$ не является единственно возможным. Необходимо задачу на отыскание оптимума формулировать с учетом всех основных параметров (t, u, t_c, w_c, φ, где φ – относительная влажность агента сушки) и экономических факторов, установив предварительно критерий оптимальности.

Данные кинетики сушки в кипящем слое, полученные на основании модели, приведены в табл.4. Величину t_c в смежных секциях (по 0,I2 м) зон нагрева и охлаждения усредняли ввиду наличия продольного смешения агента сушки (поэтому в зонах охлаждения $t_c^{(хол)}$ выше температуры наружного воздуха).

Сравнительная оценка режимов без подогрева и с предварительным подогревом зерна

Таблица 3

Расстояние по высоте сушилки, м	u_1	u_2	$u_3 = \bar{u}$	u_4	t	u_1	u_2	$u_3 = \bar{u}$	u_4	t
	без подогрева, $П_{c.v.}$ = 2I т/час					с подогревом, $П_{c.v.}$ = 29,4 т/час				
	t_c^{I} = I20; t_c^{II} = I50; $t_c^{(хол)}$ = 0;					t_c = I20;				
	w_c^{I} = 0,69; w_c^{II} = 0,272; $w_c^{(хол)}$ =0,358					w_c^{I} = 0,69; w_c^{II} = 0,272; $w_c^{(хол)}$ =0,358;				
0	0,250	0,250	0,250	0,250	0	0,250	0,250	0,250	0,250	50,0
I	0,250	0,249	0,244	0,229	22,I	0,238	0,235	0,230	0,222	46,2
2	0,239	0,235	0,227	0,2I6	33,2	0,222	0,2I9	0,2I4	0,207	45,8
3,2	0,2I5	0,2I2	0,206	0,I99	4I,0	0,204	0,20I	0,I97	0,I9I	47,3
5	0,I96	0,I95	0,I93	0,I9I	49,2	0,I90	0,I90	0,I88	0,I86	48,8
6,4	0,I84	0,I84	0,I83	0,I8I	54,5	0,I83	0,I83	0,I8I	0,I79	50,I
8	0,I74	0,I73	0,I7I	0,I68	34,I	0,I76	0,I75	0,I73	0,I70	35,8
I0	C,I68	0,I67	0,I64	0,I60	I9,8	0,I7I	0,I70	0,I67	0,I63	24,0

Таблица 4

Кинетика сушки зерна в кипящем слое

Зоны	Путь, пройденный зерном, м	t_c	По данным модели u_1	u_2	u_3	u_4	$\bar{u}$	t	Эксперимент u	t
Начальные условия	0	–	0,242	0,242	0,242	0,242	0,242	5	0,242	5,0
нагревания	I,08	I30	0,240	0,235	0,220	0,I88	0,2I8	44,5	0,208	47,0
охлаждения	I,32	75	0,237	0,229	0,2I2	0,I82	0,2I2	42,9	0,203	45,0
нагревания	I,92	I60	0,2I8	0,209	0,I93	0,I72	0,I94	62,2	0,I83	60,0
охлаждения	2,28	68	0,205	0,I97	0,I83	0,I64	0,I84	54,8	0,I78	50,0
нагревания	2,76	I65	0,I88	0,I82	0,I70	0,I56	0,I70	70,0	0,I6I	66,0
охлаждения	3,0	58	0,I80	0,I75	0,I65	0,I5I	0,I66	63,3	0,I60	55,0
Начальные условия	0	–	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255	0	0,255	0
нагревания	0,48	I80	0,255	0,255	0,25I	0,222	0,245	34,7	0,233	40,0
охлаждения	0,96	95	0,254	0,250	0,235	0,I98	0,232	38,I	0,227	36,0
нагревания	I,20	200	0,250	0,243	0,225	0,I93	0,224	52,0	0,203	49,0
охлаждения	I,68	I00	0,237	0,226	0,207	0,I8I	0,209	5I,I	0,202	47,0
нагревания	I,92	200	0,227	0,2I7	0,I99	0,I77	0,20I	63,I	0,I86	59,0
охлаждения	2,40	I00	0,207	0,I99	0,I85	0,I67	0,I87	59,8	0,I9I	54,0
нагревания	2,64	200	0,I98	0,I90	0,I78	0,I62	0,I79	7I,2	0,I70	69,0
охлаждения	3,00	67	0,I85	0,I79	0,I68	0,I54	0,I69	62,3	0,I64	6I,0

Из таблицы видно, что перепад u по радиусу зерна достигает примерно 0,06, т.е. более половины всего съема влаги. Это свидетельствует о явно выраженном жестком характере сушки в кипящем слое. Прогрев зерна до t_{max} наступает значительно быстрее, чем в шахтных зерносушилках, что дает возможность использовать кипящий слой для предварительного подогрева материала.

ОБОЗНАЧЕНИЯ:

u - влагосодержание материала; τ - время; a_m - коэффициент диффузии влаги; δ - термоградиентный коэффициент; t - температура материала; w - скорость перемещения дисперсного материала; α - коэффициент теплообмена; β - коэффициент массообмена; S - удельная свободная поверхность частиц; c' - приведенная удельная теплоемкость дисперсного материала; γ - концентрация сухого вещества во влажной частице; Π - порозность слоя; t_c - температура сушильного агента; ρ - удельная теплота парообразования; c_c' - приведенная удельная теплоемкость сушильного агента; γ_c - концентрация газа в парогазовой среде; γ_1 - концентрация пара в парогазовой среде; w_c - скорость сушильного агента; $q^{(m)}$ - поток массы; r, θ - координаты цилиндрической системы; u_p - равновесное влагосодержание; R - средний радиус зерна; $u_г$ - гигроскопическое влагосодержание материала.

ВЫВОДЫ

I. Получена система интегро-дифференциальных уравнений связанного переноса для подвижного слоя влажного дисперсного материала, который рассматривается как сплошная среда, когда исследованию подлежит температурное поле, и как дискретная, когда ставится задача по определению поля влагосодержания.

2. На основе феноменологического подхода к описанию тепло- и массообмена построена модель процесса сушки зерна в производственных условиях (зерносушилки шахтного типа и сушилка с кипящим слоем). Стационарное состояние и динамика процесса реализуются соответственно на ЦВМ "ПромIнь" и "Минск-2" при помощи метода прямых.

3. Предложен достаточно удобный прием отыскания коэффициентов систем уравнений тепло - и массообмена с частными производными, заключающийся в комбинировании метода прямых и метода наименьших квадратов, приложенного к преобразованной системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. В результате исследования кинетики сушки на моделях получены распределения температуры и влагосодержания по длине сушильных аппаратов (шахта и кипящий слой) с учетом внутреннего влагопереноса. Сравнение теоретических значений с экспериментальными данными показало, что точность модели характеризуется относительной погрешностью порядка I0% и ограничена статистическим разбросом измеряемых величин в самих объектах.

5. Математическая модель шахтной зерносушилки описывает процесс в среднем и не учитывает отдельных особенностей объекта.

К числу таких особенностей относятся: локальный перегрев зерна у стенок коробов, наличие в слое зерна поля скоростей и температур сушильного агента и т.д. Поэтому, исследования, проводимые на модели, следует дополнять соображениями качественного характера, основанными на экспериментальном изучении подобных особенностей.

6. При анализе процесса сушки в кипящем слое обнаружен высокий градиент влагосодержания по радиусу зерна. Перепад влагосодержания от центра к поверхности достигает величины 0,06, т.е. более половины всего съема влаги за один пропуск. Этот факт свидетельствует о ярко выраженном жестком характере процесса сушки в кипящем слое.

7. Установлено влияние предварительного подогрева зерна перед сушкой на производительность шахтных зерносушилок. Увеличение начальной температуры зерна до 50°C по сравнению с 0°C и прочих равных проектных условиях приводит к увеличению производительности сушилки в 1,4-1,5 раза. При этом температура сушильного агента на входе в аппарат может оставаться единой и равной приблизительно 120°C.

8. На ЦВМ "Минск-2" исследован переходный процесс в шахтной зерносушилке в пространстве трех переменных (τ, x, r). Исследование подтвердило адекватность модели реальному объекту.

9. Разработанная модель служит основой для последующей оптимизации объектов и совместно с программой ее реализации на ЦВМ представляет алгоритм, который может быть использован для проектирования системы автоматического регулирования процессом.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Жидко В.И., Платонов П.Н., Бомко А.С., Митрофанов Ю.Н. Математическое описание процесса в шахтных зерносушилках. Известия вузов, Пищевая технология, № 5, 1965.

2. Бомко А.С., Жидко В.И. Решение системы уравнений тепло - и массопереноса методом прямых. ИФЖ, т.XI, № 3, 1966.

3. Бомко А.С. Математическая модель тепло - и массопереноса в подвижном слое дисперсного материала. ИФЖ, т.XIУ, № I, 1968.

4. Жидко В.И., Бомко А.С. Моделирование процесса сушки зерна в потоке. Известия вузов, Пищевая технология, № 5, 1969.

Отдельные результаты работы докладывались на XXУШ научной конференции Одесского технологического института пищевой промышленности имени М.В.Ломоносова (июнь 1966г.), на II научно-технической конференции по автоматическому управлению Института автоматики АН Киргизской ССР (май 1966г.), на Всесоюзном научно-техническом совещании по новой технике и прогрессивной технологии в процессах сушки (Москва, декабрь, 1969г.).