

International scientific conference
**«Algebraic and geometric
methods of analysis»**

Book of abstracts



May 30 - June 4, 2018,
Odesa,
Ukraine

<https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2018>

Нижняя оценка для объёма образа шара

Клищук Богдан

(Институт математики НАН Украины)

E-mail: kban1988@gmail.com

Салимов Руслан

(Институт математики НАН Украины)

E-mail: ruslan.salimov1@gmail.com

Пусть задано семейство Γ кривых γ в пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$.

Борелевскую функцию $\rho : \mathbb{R}^n \rightarrow [0, \infty]$ называют *допустимой* для Γ , пишут $\rho \in \text{adm } \Gamma$, если

$$\int_{\gamma} \rho(x) ds \geq 1$$

для каждой кривой $\gamma \in \Gamma$.

Пусть $p \in (1, \infty)$. Тогда p -модулем семейства Γ называется величина

$$\mathcal{M}_p(\Gamma) = \inf_{\rho \in \text{adm } \Gamma} \int_{\mathbb{R}^n} \rho^p(x) dm(x).$$

Здесь m обозначает меру Лебега в $\mathbb{R}^n$.

Для произвольных множеств E , F и G в $\mathbb{R}^n$, через $\Delta(E, F, G)$ обозначим семейство всех непрерывных кривых $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^n$, которые соединяют E и F в G , т. е. $\gamma(a) \in E$, $\gamma(b) \in F$ и $\gamma(t) \in G$ при $a < t < b$.

Пусть D — область в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, $x_0 \in D$ и $d_0 = \text{dist}(x_0, \partial D)$. Положим

$$\mathbb{A}(x_0, r_1, r_2) = \{x \in \mathbb{R}^n : r_1 < |x - x_0| < r_2\},$$

$$S_i = S(x_0, r_i) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x - x_0| = r_i\}, \quad i = 1, 2.$$

Пусть $Q : D \rightarrow [0, \infty]$ — измеримая по Лебегу функция. Будем говорить, что гомеоморфизм $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ является кольцевым Q -гомеоморфизмом относительно p -модуля в точке $x_0 \in D$, если соотношение

$$\mathcal{M}_p(\Delta(fS_1, fS_2, fD)) \leq \int_{\mathbb{A}} Q(x) \eta^p(|x - x_0|) dm(x)$$

выполнено для любого кольца $\mathbb{A} = \mathbb{A}(x_0, r_1, r_2)$, $0 < r_1 < r_2 < d_0$, и для каждой измеримой функции $\eta : (r_1, r_2) \rightarrow [0, \infty]$ такой, что

$$\int_{r_1}^{r_2} \eta(r) dr = 1.$$

Теорема 1. Пусть D — ограниченная область в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 2$, и $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ — кольцевой Q -гомеоморфизм относительно p -модуля в точке $x_0 \in D$ при $p > n$. Предположим, что функция Q удовлетворяет условию

$$q_{x_0}(t) \leq q_0 t^{-\alpha}, \quad q_0 \in (0, \infty), \quad \alpha \in [0, \infty),$$

для $x_0 \in D$ и н.в. всех $t \in (0, d_0)$, $d_0 = \text{dist}(x_0, \partial D)$. Тогда при всех $r \in (0, d_0)$ имеет место оценка

$$m(fB(x_0, r)) \geq \Omega_n \left(\frac{p-n}{\alpha+p-n} \right)^{\frac{n(p-1)}{p-n}} q_0^{\frac{n}{n-p}} r^{\frac{n(\alpha+p-n)}{p-n}},$$

где $B(x_0, r) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x - x_0| \leq r\}$, $q_{x_0}(t) = \frac{1}{\omega_{n-1} r^{n-1}} \int_{S(x_0, r)} Q(x) d\mathcal{A}$ — среднее интегральное значение по сфере $S(x_0, t) = \{x \in \mathbb{R}^n : |x - x_0| = t\}$, Ω_n — объём единичного шара в $\mathbb{R}^n$, ω_{n-1} — площадь единичной сферы $\mathbb{S}^{n-1}$ в $\mathbb{R}^n$, $d\mathcal{A}$ — элемент площади поверхности.

Бондарь О. П. <i>Об изотопности некоторых функций</i>	98
Герега А.Н., Кривченко Ю.В. <i>Управление структурой кластеров в перколяционных задачах с самоорганизацией</i>	99
Заитов А. А., Холтураев Х. Ф. <i>Функтор идемпотентных вероятностных мер с конечным носителем и метризуемость компактов</i>	100
Калинина Т. И., Покась С. М., Цехмейструк Л. Г. <i>Инфинитезимальные конформные преобразования в римановом пространстве второго приближения</i>	102
Кириченко В. Ф., Рустанов А. Р., Харитонов С. В. <i>Свойства кривизны почти $C(\lambda)$-многообразий</i>	104
Клищук Б., Салимов Р. <i>Нижняя оценка для объёма образа шара</i>	105
Кузина Ю.В., Лавренюк И.В. <i>О решениях некоторых гибридных систем функционально-дифференциальных уравнений</i>	107
Курбатова И. Н., Хаддад М., Пересторонева Е. <i>Об одном типе квадриструктур на римановом пространстве</i>	108
Лозиенко Д. В., Курбатова И. Н. <i>Рекуррентно-параболические пространства, допускающие канонические квази-геодезические отображения</i>	109
Покась С.М., Червинский Р.В., Цехмейструк Л.Г. <i>Группа Ли движений в симметрическом римановом пространстве 1-го класса</i>	110
Полищук О. Р. <i>Качественный анализ некоторого сингулярного функционально-дифференциального уравнения</i>	111
Починка О. <i>Классификация омега-устойчивых потоков на поверхностях</i>	112
И. Х. Сабитов <i>Бесконечно малые изгибания с нулевой вариацией объёма многогранника</i>	115
Теплицкая Я. <i>Самосжимающиеся кривые, лежащие в компакте, имеют конечную длину</i>	117
Цвентух Е., Курбатова И. Н. <i>Структурные особенности $2F$-планарных отображений римановых пространств с f-структурой</i>	118