



Гергега, А. Н. Конструктивные фракталы в теории множеств. Канторовы дисконтинуумы и континуумы Серпинского [Текст] : учеб. пособие для студентов физ.-мат. и инж. специальностей высш. учеб. заведений / Гергега Александр Николаевич. - Одесса : Освита Украины, 2017. - 84 с. : рис. - ISBN 978-617-7366-32-3.

Классические геометрические фракталы канторово множество и континуумы Серпинского представлены в пособии как теоретико-множественные объекты. Ряд свойств этих множеств

анализируется методами математического и функционального анализа, теории итерированных функций и топологии. В приложении дан обзор некоторых универсальных и специальных размерностей, приведены примеры их использования в физических исследованиях. Пособие предназначено для студентов старших курсов физико-математических и инженерных факультетов, может быть интересно аспирантам, научным сотрудникам и преподавателям вузов.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основы фрактальной теории [1-4], опубликованные Бенуа Мандельбротом в 1975-77 годах, за прошедшие сорок лет оформились в мощное научное направление, одним из центров внимания которого стали конструктивные (геометрические) фракталы. В сложившемся в научной и научно-популярной литературе стереотипе их описания основное внимание уделяется изучению техники построения, асимптотическому поведению, расчету размерностей и т.п. Между тем, такие фракталы как канторово множество, ковер и треугольник Серпинского - традиционные объекты исследования теории множеств, топологии, математического и функционального анализа, теории итерированных функций [5-15]. Именно в трактовке математических дисциплин, в которых они были введены в научный обиход и впервые исследовались, эти объекты рассматриваются в настоящем пособии. Такой ракурс возвращает фракталы в круг интересов классической математики, актуализирует возможности аппарата этих дисциплин, провоцирует возникновение удачных аналогий, конструктивных ассоциаций и идей.

В Приложении к пособию рассмотрены некоторые универсальные и специальные размерности, вошедшие в математический аппарат

теоретической физики в двадцатом столетии.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
КАНТОРОВЫ ДИСКОНТИНУУМЫ	
Канторовы множества: определение и свойства.....	4
Меры и размерности.....	7
Упорядоченность и лакунарность.....	11
Канторова функция.....	13
Мультифрактальность.....	17
КОНТИНУУМЫ СЕРПИНСКОГО	
Первый континуум Серпинского.....	24
Свойства первого континуума.....	27
Треугольник Серпинского как аттрактор.....	28
Пирамида Серпинского.....	34
Второй континуум Серпинского: построение и свойства.....	35
Индекс ветвления ковра Серпинского.....	39
Трёхмерные аналоги.....	42
СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ.....	45
ЛИТЕРАТУРА.....	52
ПРИЛОЖЕНИЕ	
РАЗМЕРНОСТИ: ГЕНЕЗИС ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И ФИЗИЧЕСКИЕ	
ПРИЛОЖЕНИЯ	
Введение.....	56
Геометрическая и физическая размерности.....	57
Размерность пространства. Топологическая размерность.....	58
Адекватность меры. Размерность Хаусдорфа-Безиковича.....	60
Размерность Хаусдорфа-Безиковича как фрактальная.....	64
Многообразие покрытий. Размерности Минковского-Булигана и	
Понтрягина-Шнирельмана.....	65
Размерность самоподобия и клеточная размерность.....	67
Размерность энтропии меры.....	68
Обобщённые размерности Реньи.....	69
Информационная и корреляционная размерности.	
Свойства функции D_q	71
Внешняя и внутренняя размерности кривой.....	73
Массовые размерности.....	76
Химическая размерность.....	77
Эффективная размерность.....	78
Вместо заключения.....	79
Литература.....	79