



**Кириллов, В. Х.** Компьютерная математика в среде Maxima: теория и практика [Текст] : монография / Кириллов Владимир Харитонович, Ширшков Александр Константинович. - Одесса : ВМВ, 2015. - 312 с. - Библиогр.: с. 309-311. - ISBN 978-966-413-538-9.

Монография посвящена курсу высшей математики технических вузов и включает основные разделы: линейная алгебра, векторная алгебра, теория матриц, аналитическая геометрия, теория пределов, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, числовые ряды. Наряду с традиционной методологией решения задач высшей математики приводятся алгоритмы и программы решения задач с применением универсальной системы компьютерной алгебры Maxima.

Монография адресована студентам бакалаврам, магистрам инженерных и экономических специальностей, преподавателям естественных дисциплин, научным работникам, применяющих методы высшей математики и информационные технологии в практической работе.

### Введение

Квалификация специалиста (бакалавра, магистра) в высшей технической школе формируется рядом дисциплин, которые предусмотрены учебными планами и программами. Среди всех дисциплин, читаемых на первых курсах важную роль в становлении профессионала выполняют так называемые фундаментальные дисциплины. Для будущих специалистов, например, в области технологий пищевых производств такими фундаментальными дисциплинами являются: физика, химия, математика и информатика. Эти дисциплины формируют научно-теоретический фундамент для всех остальных инженерных дисциплин, читаемых в высшей технической школе. Если физика и химия дают фундаментальные представления о процессах, которые имеют место в пищевых производствах, то математика и информатика образуют методологическую базу для всякого естественнонаучного исследования.

Среди указанных фундаментальных учебных дисциплин математика занимает особое место. Её называют царицей всех наук. По образному выражению Галилео Галилея «книга природы написана математическим

языком». Всякая «наука только тогда достигает совершенства, когда ей удаётся пользоваться математикой» (К.Маркс).

Физика представляет собой систему математических моделей. Любой физический закон представляется соответствующей математической формулой. Например:  $m \mathbf{a} = \mathbf{F}$  основной закон механики точки,  $F = \gamma m_1 m_2 / r^2$  - закон всемирного тяготения,  $x = a \sin \omega t$  — закон гармонических колебаний,  $R = U / I$  - закон Ома.

Химические взаимодействия (реакции) также описываются математическими моделями химической кинетики.

Информационные технологии, связанные со сбором, хранением и обработкой информации в своей основе определяются соответствующими алгоритмами, которые формируются на базе математической логики, дискретной математики и математических методов. В настоящее время существует большой арсенал программных средств (информационные технологии) для автоматизации математических вычислений.

Сегодня мы становимся свидетелями появления и развития в науке и образовании нового актуального и практически полезного направления - *компьютерная математика*. Её можно определить, как совокупность теоретических, методических и программных средств, в совокупности обеспечивающих эффективное автоматическое и диалоговое выполнение с помощью компьютера всех видов математических вычислений с большой степенью точности и с визуализацией результатов вычислений. Применение систем компьютерной математики на всех этапах инженерной подготовки специалистов существенно повысит качество обучения и общую культуру применения информационных технологий в высшей технической школе.

Ввиду объективных причин украинская промышленность заметно отстала от лидеров мировой экономики. Но путь, по которому ей предстоит идти, определен ясно: коренная перестройка процесса инженерного труда, основанная на повсеместном внедрении современных информационных технологий.

Любая технологическая перестройка промышленности бесперспективна, если она не обеспечена соответствующими кадрами. В этой связи необходимо оценить качество выпускников наших вузов, их соответствие современным реалиям и зарубежным стандартам. По общему мнению специалистов, при экспресс-сопоставлении студентов отечественной и зарубежной высших технических заведений, наши студенты, по сравнению с зарубежными сверстниками, обладают большим объемом фундаментальных знаний, имеют большой инженерный кругозор, но уступают в решении практических инженерных задач. К сожалению, наше образование дает устаревшие технологии применения знаний. Наш выпускник может рассчитать инженерную конструкцию, но будет это делать вручную и довольно долго. А его зарубежный коллега, владеющий соответствующими программными средствами, произведет расчеты намного быстрее и, кроме того, сможет провести соответствующую оптимизацию, выдать необходимые

спецификации и рабочие чертежи. Конечно, такой специалист более ценен и для нашей промышленности.

Формирование специалиста, способного эффективно работать в XXI веке, должно осуществляться через насыщение учебных планов информационно-технологическими компонентами и развитие переподготовки кадров. Следовательно, требуется пересматривать содержание и состав фундаментальных, общепрофессиональных и специализированных дисциплин. Необходимы условия для формирования штата преподавателей, владеющих современными технологиями, и инфраструктура переподготовки кадров по профильным информационно-технологическим приложениям.

Рассматриваемая в настоящей монографии компьютерная программа Maxima представляет собой свободно распространяемую систему компьютерной алгебры, рассчитанную на широкий круг пользователей. Монография в первую очередь предназначена для первичного знакомства с системой компьютерной алгебры Maxima и может использоваться как при очном обучении, так и при формах образования.

В книге содержится большое число различных примеров по разным разделам математики, имеет набор заданий для самостоятельной работы. Наилучшим вариантом обучения будет такой, когда читатель самостоятельно с книгой в руках сначала практически повторит на компьютере рассматриваемые примеры, а затем будет использовать приобретенные им навыки в дальнейшей работе.

Программа Maxima распространяется под лицензией GPL и доступна как пользователям ОС Linux, так и пользователям MS Windows. К сожалению, русская версия программы не имеет даже простой справки на русском языке, а немногочисленные статьи, посвященные изучению этой программы, имеющиеся в некотором количестве в Интернете, - не всегда доступны и, зачастую, рассчитаны на уже компьютеризированного пользователя.

Вместе с тем компьютерная математика является частью математики и является эффективным средством реализации её методов и алгоритмов.

## Оглавление

Введение.....	7
Глава 1. Предмет математики и введение в систему Maxima .....	11
1.1. Роль математики в науке и технике .....	11
1.2. Предмет высшей математики.....	15
1.3. Обобщение понятия величины .....	18
1.4. Введение в систему компьютерной математики Maxima .....	25

Глава 2. Основы линейной алгебры .....	29
2.1. Понятие матрицы .....	29
2.2. Действия над матрицами .....	30
2.3. Определители .....	33
2.4. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) .....	37
2.5. Решение системы линейных алгебраических уравнений в среде Mathima.....	44
2.5.1. Решение СЛАУ в матричной форме .....	41
2.5.2. Решение СЛАУ методом Крамера .....	46
2.5.3. Решение СЛАУ с помощью специальна функций Mathima.....	48
 Глава 3. Основы аналитической геометрии.....	52
3.1. Метод координат .....	52
3.2. Элементы векторной алгебры .....	53
3.3. Простейшие задачи аналитической геометрии .....	66
3.4. Аналитическая геометрия в пространстве .....	67
3.4.1. Уравнение плоскости в пространстве.....	67
3.4.2. Плоскость в пространстве. Основные задачи .....	71
3.4.3. Уравнение прямой в пространстве .....	73
3.4.4. Прямая линия в пространстве. Основные задачи .....	76
3.4.5. Прямая плоскость в пространстве. Основные задачи .....	78
3.5. Аналитическая геометрия на плоскости .....	80
3.5.1. Линии на плоскости .....	80
3.5.2. Прямая линия на плоскости. Основные задачи .....	85
3.6. Кривые и поверхности второго порядка .....	88
3.6.1. Кривые второго порядка на плоскости.....	88
3.6.2. Поверхности второго порядка .....	94
3.7. Графические возможности Mathima.....	110
 Глава 4. Введение в математический анализ.....	112
4.1. Действительные числа .....	112
4.2. Числовые промежутки .....	114
4.3. Абсолютная величина и её свойства .....	115
4.4. Числовые последовательности .....	116
4.5. Функции одной переменной .....	116
4.5.1. Функциональная зависимость.....	116
4.5.2. Характеристики поведения функции .....	118
4.5.3. Обратная функция .....	119
4.5.4. Сложная функция .....	120

4.5.5. Основные элементарные функции.....	120
4.5.6. Предел функции.....	122
4.5.7. Бесконечно малые функции и их свойства .....	123
4.5.8. Бесконечно большие функции, их свойства и связь с бесконечно малыми .....	124
4.5.9. Основные теоремы о пределах.....	125
4.5.10 Два замечательных предела.....	126
4.5.11. Непрерывность функции в точке и классификация разрывов .....	129
4.5.12. Свойства функций непрерывных на отрезке.....	134
4.5.13. Вычисление предела функции в среде Maxima .....	135
Глава 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	137
5.1. Производная функции, её геометрический и физический смысл.....	137
5.2. Основные правила дифференцирования функций .....	139
5.3. Производные высших порядков .....	143
5.4. Дифференциал функции .....	144
5.5. Дифференцирование с помощью пакета Maxima.....	145
5.6. Приближённые вычисления с помощью дифференциала .....	146
5.7. Исследование функции при помощи производных.....	147
5.8. Определение максимума и минимума функции с помощью пакета Maxima.....	165
Глава 6. Неопределённый интеграл .....	168
6.1. Первообразная и неопределённый интеграл.....	168
6.2. Основные методы интегрирования.....	170
6.3. Интегрирование дробно-рациональных функций.....	174
6.4. Интегрирование тригонометрических функций.....	182
6.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций.....	186
6.6. Вычисление неопределённых интегралов в среде Maxima .....	193
Глава 7. Определённый интеграл .....	198
7.1. Понятие определённому интеграла .....	198
7.2. Вычисление определённого интеграла .....	203
7.3. Вычисление определённого интеграла с помощью пакета Maxima .....	206
7.4. Применение определённого интеграла .....	209

7.4.1. Вычисление площадей плоских фигур .....	209
7.4.2. Определение длины дуги плоской кривой.....	209
7.4.3. Вычисление объёма тела .....	209
7.4.4. Механические приложения определённого интеграла .....	225
7.5. Несобственные интегралы.....	232
7.6. Вычисление несобственных интегралов в среде Maxima.....	237
Глава 8. Дифференциальные уравнения .....	240
8.1. Основные понятия и определения .....	240
8.2. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	242
8.3. Дифференциальные уравнения второго порядка .....	254
8.3.1. Уравнения, допускающие снижение порядка .....	255
8.3.2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.....	258
8.4. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений в Maxima .....	275
8.4.1. Символьное решение ОДУ.....	275
8.4.2. Численное решение ОДУ .....	280
Глава 9. Ряды .....	284
9.1. Числовые ряды .....	284
9.2. Функциональные ряды.....	297
9.2.1. Степенные ряды .....	297
9.2.2. Ряды Фурье .....	303
9.3. Разложение функции в ряд Тейлора в среде Maxima .....	306
Литература .....	309