International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis

Devoted to 160 anniversary of

Dvytro Grave

(25.08.1863 - 19.12.1939)

Academician of the Ukrainian Academy of Sciences, the first director of the Institute of Mathematics of NAS of Ukraine

May 29 – June 1, 2023

Odesa, Ukraine

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric and topological methods in natural sciences
- Geometric problems in mathematical analysis

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National University of Technology
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- Kyiv Mathematical Society

Scientific Committee

- **Bolotov D.** (*Kharkiv, Ukraine*)
- **Bondarenko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Boychuk O.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Boyko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Cherevko Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Dorogovtsev A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Drozd Yu.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Gerasymenko V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Fedchenko Yu.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Kiosak V.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Kochubei A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Konovenko N.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Maksymenko S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Mikhailets V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Ostrovskyi V.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Petravchuk A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Plaksa S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Portenko M.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Pratsiovytyi M.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Savchenko O.** (*Kherson, Ukraine*)
- **Romanyuk A.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Timokha O.** (*Kyiv, Ukraine*)

Organizing commitee

- **Maksymenko S.** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Konovenko N.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Fedchenko Yu.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Cherevko Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Osadchuk Ye.** (*Odesa, Ukraine*)
- **Sergeeva O.** (*Odesa, Ukraine*)

НБ ОНТУ

Компоненти тензора проєктивної кривини (тензора Вейля):

$$\tilde{W}^h_{.ijk} = \underset{0}{W}^h_{.ijk} + \frac{1}{9}\Big[R^{\alpha}_{.(ik)l_1} R^h_{.(\alpha j)l_2} - R^{\alpha}_{.(ij)l_1} R^h_{.(\alpha k)l_2} \; - \; \frac{1}{n-1}\times$$
$$\times \left[\left(R_{il_1}R_{jl_2} + R^{\alpha}_{.(ij)l_1}R_{\alpha l_2}\right)\delta^h_k - \left(R_{il_1}R_{kl_2} + R^{\alpha}_{.(ik)l_1}R_{\alpha l_2}\right)\delta^h_j\right]\Big] y^{l_1}y^{l_2}. \tag{5}$$

Далі розглядаються два простори афінної зв'язності: $\bar{A}_n$ з об'єктом зв'язності $\bar{\Gamma}^h_{ij}$ ($\bar{M}_0 \in \bar{A}_n$) і A_n з об'єктом зв'язності Γ^h_{ij}. Будуються їх наближення першого порядку — простори $\tilde{A}_n$ і $\tilde{\bar{A}}_n$. Вихідні простори допускають нетривіальне геодезичне відображення $\tilde{\gamma} : \tilde{\bar{A}}_n \to \tilde{A}_n$ у загальній системі координат $\{x^1, x^2, \ldots, x^n\}$.
Отримано тензор деформації $\tilde{P}^h_{ij} = \tilde{\bar{\Gamma}}^h_{ij} - \tilde{\Gamma}^h_{ij}$ відображення між просторами наближення:

$$\tilde{P}^h_{ij} = \varphi_{(i}\delta^h_{j)} + \frac{2}{3}\underset{0}{\psi}_{ij}y^h, \text{ де } \varphi_i = -\frac{1}{3}\underset{0}{\psi}_{il}y^l. \tag{7}$$

З'ясовано питання відносно властивості індукованого відображення $\tilde{\gamma} : \tilde{\bar{A}}_n \to \tilde{A}_n$.

Теорема 1. *Відображення просторів наближення $\tilde{\bar{A}}_n$ і $\tilde{A}_n$, яке індукується геодезичним відображенням вихідних просторів афінної зв'язності, не є геодезичним.*

Література

[1] А. П. Норден. Пространства аффинной связности. *М.: Наука*, 1976. – с. 431
[2] Н. С. Синюков. Геодезические отображения римановых пространств. *М.: Наука*, 1979. – с. 255
[3] А. З. Петров. Новые методы в общей теории относительности. *М.: Наука*, 1966. – с. 496
[4] Л. П. Эйзенхарт. Риманова геометрия. *М.: ИЛ*, 1948. – с. 303

Закономірності квазі-геодезичних відображень узагальнено-рекурентно-параболічних просторів

Пiструiл М.I.
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: margaret.pistruil@gmail.com

Розглянемо рекурентно-параболічний простір [1], [3] (V_n, g_{ij}, F_i^h), з метричним тензором $g_{ij}(x)$ та афінором $F_i^h(x)$, який допускає квазі-геодезичні відображення (КГВ) [2] на простір $(\overline{V}_n, \overline{g}_{ij}, \overline{F}_i^h)$. Тоді в загальній за відображенням системі координат (x^i) виконуються основні рівняння даного відображення [1]:

$$\overline{\Gamma}^h_{ij}(x) = \Gamma^h_{ij}(x) + \psi_{(i}(x)\delta^h_{j)} + \phi_{(i}(x)F^h_{j)}(x),$$
$$F_i^h = \overline{F}_i^h(x),$$
$$F^h_{\alpha}F^{\alpha}_i = 0,$$
$$g_{i\alpha}F^{\alpha}_j = -g_{j\alpha}F^{\alpha}_i, \quad \overline{g}_{i\alpha}F^{\alpha}_j = -\overline{g}_{j\alpha}F^{\alpha}_i,$$
$$F^h_{i,j} = F^h_{i|j} = q_jF^h_i,$$
$$i, h, j, ... = 1, 2, ..., n.$$

НБ ОНТУ

Тут $\Gamma_{ij}^h, \overline{\Gamma}_{ij}^h$ – компоненти об'єктів зв'язності $V_n, \overline{V}_n$, відповідно; ψ_i, ϕ_i, q_i – деякі коветори; «,» та «|» – знак коваріантної похідної в просторах $V_n, \overline{V}_n$, відповідно; дужками позначена операція симетрування.

Доведена [4]

Теорема 1. *Для того, щоб рекурентно-параболічний простір (V_n, g_{ij}, F_i^h) допускав нетрівіальне КГВ, необхідно і достатньо, щоб в ньому існував неособливий симетричний двічі коваріантний тензор a_{ij}, який задовольняє рівнянням*

$$a_{ij,k} = \lambda_\alpha F_i^\alpha g_{jk} + \lambda_\alpha F_j^\alpha g_{ik} + \lambda_i F_{jk} + \lambda_j F_{ik}, \tag{1}$$

і

$$a_{i\alpha} F_j^\alpha = -a_{j\alpha} F_i^\alpha, \quad det||a_{ij}|| \neq 0 \tag{2}$$

при деякому ковекторі $\lambda_i \neq 0$.

Питання про існування КГВ простору (V_n, g_{ij}, F_i^h) зводиться до дослідження диференціальних рівнянь (1) відносно вектора λ_i і тензора a_{ij}, який задовольняє (2).

Має місце

Теорема 2. *Для того, щоб псевдорімановий простір з інтегровною рекурентно-параболічною структурою (V_n, g_{ij}, F_i^h) допускав КГВ, необхідно і достатньо, щоб замкнена система диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку типу Коші відносно функцій a_{ij}, λ_i, ξ:*

$$a_{ij,k} = \lambda_\alpha F_i^\alpha g_{jk} + \lambda_\alpha F_j^\alpha g_{ik} + \lambda_i F_{jk} + \lambda_j F_{ik},$$

$$\lambda_{i,l} = \frac{2}{n} a_{\alpha\beta} \tilde{\tilde{R}}_{il}^{\alpha\beta} - \lambda_i q_l + \frac{2}{n} \xi F_{il},$$

$$\xi_{,k} = a_{\alpha\beta} P_k^{\alpha\beta} + \lambda_\alpha \widetilde{T}_k^\alpha - 2\xi q_k,$$

мала нетривіальний розв'язок $a_{ij}(x)$, $\lambda_i(x) \neq 0$, $\xi(x)$, який задовольняє умовам (2), $\lambda_\alpha F_i^\alpha$ – градієнтний вектор, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$. Тут $\tilde{\tilde{R}}_{il}^{hj}$, P_k^{hj}, $\widetilde{T}_k^h$ виражаються через внутрішні об'єкти простору V_n.

Дана теорема дає можливість звести дослідження існування КГВ до системи, яка може бути розв'язана за допомогою регулярних методів теорії диференціальних рівнянь.

Теорема 3. *Для того, щоб псевдорімановий простір з інтегровною рекурентно-параболічною структурою (V_n, g_{ij}, F_i^h) допускав КГВ, необхідно і достатньо, щоб система однорідних алгебраїчних рівнянь*

$$a_{\alpha\beta} S_{iklj}^{\alpha\beta} = 0,$$

$$a_{\alpha\beta} \tilde{P}_{ilk}^{\alpha\beta} + \lambda_\alpha \tilde{\tilde{T}}_{ilk}^\alpha = 0,$$

$$a_{\alpha\beta} Q_{ik}^{\alpha\beta} + \lambda_\alpha Q_{ik}^\alpha + \xi Q_{ik} = 0$$

та їх диференціальних продовжень в (V_n, g_{ij}, F_i^h) мала нетривіальний розв'язок $a_{ij}(x)$, $\lambda_i(x) \neq 0$, $\xi(x)$, який задовольняє умовам (2), $\lambda_\alpha F_i^\alpha$ – градієнтний вектор, $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$. Тут S_{iklj}^{hd} $\tilde{P}_{ilk}^{hj}$, $\tilde{\tilde{T}}_{ilk}^h$, Q_{ik}^{hj}, Q_{ik}^h, Q_{ik} виражаються через внутрішні об'єкти простору V_n.

НТБ ОНТУ

Теореми 2 та 3 допомагають для будь-якого рекурентно-параболічного простору

$$(V_n, g_{ij}, F_i^h)$$

або знайти всі псевдоріманові простори, на які V_n допускає КГВ, або довести, що їх немає. Теореми 2 і 3 називають фундаментальними теоремами теорії КГВ рекурентно-параболічних просторів.

Література

[1] І.М. Курбатова, М.І. Пiструiл. Квазi-геодезичнi вiдображення спецiальних псевдорiманових просторiв. *Proc.Intern.Geom.Center*, 13(3) : 18-32, 2020.

[2] А.З. Петров. Моделирование физических полей. *Гравитация и теория относительности*, (4-5): 7-21, 1968.

[3] М.І. Пiструiл, І.М. Курбатова. On quasi-geodesic mappings of special pseudo-Riemannian spaces. *Proc.Intern.Geom.Center*, 15(2), 121-139, 2022.

[4] М.І. Пiструiл, І.М. Курбатова. Canonical quasi-geodesic mappings of special pseudo-Riemannian spaces. *Proc.Intern.Geom.Center*, 15(3-4), 163-176, 2022.

Геометрія чисел у задачах конструктивної теорії локально складних функцій

Микола Працьовитий
(УДУ імені Михайла Драгоманова, ІМ НАН України)
E-mail: prats4444@gmail.com

Ольга Бондаренко
(УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: omar2011@meta.ua

Яніна Гончаренко
(УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: goncharenko.ya.v@gmail.com

Софія Ратушняк
(ІМ НАН України, УДУ імені Михайла Драгоманова)
E-mail: ratush404@gmail.com

Неперервні функції з локально складною структурою тополого-метричного, інтегрально та диференціального, варіаційного та фрактального змісту не можуть бути аналітично заданими виразами зі скінченною кількістю бінарних операцій. Існують різні підходи до їх визначення, зокрема, метод ітераційних функцій, задання функції системою функціональних рівнянь, з використанням різних систем зображення чисел, з застосуванням перетворювачів цифр, проектування одного зображення в інше тощо.

Доповідь присвячена локально складним функціям, визначеним нескінченними системами функціональних рівнянь, залежним від нескінченної кількості дійсних параметрів. В класі розглядуваних функцій ніде не монотонні та ніде не диференційовні функції, функції канторівського типу, функції розподілу випадкових величин, абсолютно неперервні функції та сингулярні функції.

НТБ ОНТУ