



International  
Scientific Conference



# Algebraic and Geometric Methods of Analysis



Devoted to 160 anniversary of  
**Dvytro Grave**  
(25.08.1863 - 19.12.1939)  
Academician of the Ukrainian  
Academy of Sciences, the  
first director of the Institute of  
Mathematics of NAS of Ukraine

May 29 – June 1, 2023  
Odesa, Ukraine

## LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric and topological methods in natural sciences
- Geometric problems in mathematical analysis

## ORGANIZERS

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National University of Technology
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- Kyiv Mathematical Society

## SCIENTIFIC COMMITTEE

- |  |   |
|--|---|
| • <b>Bolotov D.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )  | • <b>Konovenko N.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )   |
| • <b>Bondarenko V.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )  | • <b>Maksymenko S.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )   |
| • <b>Boychuk O.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )     | • <b>Mikhailets V.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )   |
| • <b>Boyko V.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )       | • <b>Ostrovskiy V.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )   |
| • <b>Cherevko Ye.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )  | • <b>Petravchuk A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )   |
| • <b>Dorogovtsev A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> ) | • <b>Plaksa S.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )       |
| • <b>Drozd Yu.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )      | • <b>Portenko M.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )     |
| • <b>Gerasymenko V.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> ) | • <b>Pratsiovytyi M.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> ) |
| • <b>Fedchenko Yu.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> ) | • <b>Savchenko O.</b> ( <i>Kherson, Ukraine</i> ) |
| • <b>Kiosak V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )     | • <b>Romanyuk A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )     |
| • <b>Kochubei A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )    | • <b>Timokha O.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )      |

## ORGANIZING COMMITTEE

- |  |   |
|--|---|
| • <b>Maksymenko S.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )  | • <b>Cherevko Ye.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> ) |
| • <b>Konovenko N.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )  | • <b>Osadchuk Ye.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> ) |
| • <b>Fedchenko Yu.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> ) | • <b>Sergeeva O.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )  |

**Теорема 10.** *Має місце рівність*

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{\sum_{i \in \mathbb{Z}} \sigma_i \Theta_i}{1 - \sum_{i \in \mathbb{Z}} \Theta_i p_i}.$$

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] М. В. Працьовитий. Двосимвольні системи кодування дійсних чисел та їх застосування. — Київ: *Наукова думка*, 2022, 316 с.  
 [2] М. В. Працьовитий. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. Київ: *НПУ імені М.П.Драгоманова*. 1998, 296 с.

## Розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для інтерполяційних поліномів Лагранжа на класах узагальнених інтегралів Пуассона

**Анатолій Сердюк**

(Інститут математики НАН України)

*E-mail:* sanatolii@ukr.net

**Тетяна Степанюк**

(Інститут математики НАН України)

*E-mail:* stepaniuk.tet@gmail.com

Через  $C_{\beta,p}^{\alpha,r}$ ,  $\alpha > 0$ ,  $r > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ , позначимо множину  $2\pi$ -періодичних функцій  $f(x)$ , які при всіх  $x \in \mathbb{R}$  можна представити у вигляді згортки

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} P_{\alpha,r,\beta}(x-t)\varphi(t)dt, \quad a_0 \in \mathbb{R}, \quad \varphi \perp 1, \quad \varphi \in L_p, \quad \|\varphi\|_p \leq 1, \quad (1)$$

з ядрами вигляду

$$P_{\alpha,r,\beta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\alpha k^r} \cos\left(kt - \frac{\beta\pi}{2}\right), \quad \alpha, r > 0, \quad \beta \in \mathbb{R}.$$

Функцію  $f$  у рівності (1) називають узагальненим інтегралом Пуассона функції  $\varphi$  і позначають через  $\mathcal{J}_{\beta}^{\alpha,r}\varphi$ , з іншого боку функцію  $\varphi$  у рівності (1) називають узагальненою похідною функції  $f$  і позначають через  $f_{\beta}^{\alpha,r}$  (тобто,  $\varphi(\cdot) = f_{\beta}^{\alpha,r}(\cdot)$ ) [1].

Для будь-якої функції  $f(x)$  із простору неперервних  $2\pi$ -періодичних функцій  $C$  через  $\tilde{S}_{n-1}(f; x)$  будемо позначати тригонометричний поліном порядку  $n-1$ , що інтерполює  $f(x)$  у вузлах  $x_k^{(n-1)} = \frac{2k\pi}{2n-1}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , тобто такий, що

$$\tilde{S}_{n-1}(f; x_k^{(n-1)}) = f(x_k^{(n-1)}), \quad k = 0, 1, \dots, 2n-2. \quad (2)$$

Поліноми  $\tilde{S}_{n-1}(f; \cdot)$  однозначно задаються інтерполяційними умовами (2) і називаються інтерполяційними поліномами Лагранжа.

Позначимо через  $\tilde{\rho}_n(f; \cdot)$  відхилення від функції  $f \in C$  її інтерполяційного полінома Лагранжа  $\tilde{S}_{n-1}(f; \cdot)$

$$\tilde{\rho}_n(f; x) = f(x) - \tilde{S}_{n-1}(f; x).$$

Мета нашого дослідження полягає в тому, щоб при всіх  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ ,  $r \in (0, 1)$  і  $1 \leq p \leq \infty$ , знайти розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для інтерполяційних поліномів Лагранжа  $\tilde{S}_{n-1}(f; x)$  вигляду (2) на класах узагальнених інтегралів Пуассона  $C_{\beta,p}^{\alpha,r}$ , тобто встановити асимптотичні при  $n \rightarrow \infty$  рівності для величин

$$\tilde{\mathcal{E}}_n(C_{\beta,p}^{\alpha,r}; x) = \sup_{f \in C_{\beta,p}^{\alpha,r}} |\tilde{\rho}_n(f; x)|. \quad (3)$$

Має місце наступна теорема.

**Теорема 1.** *Нехай  $r \in (0, 1)$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  і  $x \in \mathbb{R}$ . Тоді при  $p = 1$  і  $n \geq n_*(\alpha, r, 1)$*

$$\tilde{\mathcal{E}}_n(C_{\beta,1}^{\alpha,r}; x) = e^{-\alpha n^r} n^{1-r} \left| \sin \frac{2n-1}{2} x \right| \left( \frac{2}{\pi \alpha r} + \delta_{n,1}^* \left( \frac{1}{n^{1-r}} + \frac{1}{(\alpha r)^2 n^r} \right) \right); \quad (4)$$

при  $1 < p < \infty$  і  $n \geq n_*(\alpha, r, p)$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}}_n(C_{\beta,p}^{\alpha,r}; x) &= e^{-\alpha n^r} n^{\frac{1-r}{p}} \left| \sin \frac{2n-1}{2} x \right| \\ &\times \left( \frac{2 \|\cos t\|_{p'}}{\pi^{1+\frac{1}{p'}} (\alpha r)^{\frac{1}{p}}} F_{\frac{1}{p'}} \left( \frac{1}{2}, \frac{3-p'}{2}; \frac{3}{2}; 1 \right) + \delta_{n,p}^* \left( \left( 1 + \frac{(\alpha r)^{\frac{p'-1}{p}}}{p'-1} \right) \frac{1}{n^{\frac{1-r}{p}}} + \frac{p^{\frac{1}{p'}}}{(\alpha r)^{1+\frac{1}{p}} n^r} \right) \right), \end{aligned} \quad (5)$$

а при  $p = \infty$  і  $n \geq n_*(\alpha, r, \infty)$

$$\tilde{\mathcal{E}}_n(C_{\beta,\infty}^{\alpha,r}; x) = e^{-\alpha n^r} \left| \sin \frac{2n-1}{2} x \right| \left( \frac{8}{\pi^2} \ln \frac{n^{1-r}}{\alpha r} + \delta_{n,\infty}^* \right). \quad (6)$$

У формулах (4)–(6) для величин  $\delta_{n,p}^* = \delta_{n,p}^*(\alpha, r, \beta, x)$  виконується оцінка  $|\delta_{n,p}^*| < 40\pi^4$ .

Оцінки (4)–(6) доповнюють результати робіт [2]–[4], де було знайдено розв'язок вказаної задачі Колмогорова-Нікольського на класах  $C_{\beta,p}^{\alpha,r}$  при всіх  $r \geq 1$ ,  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  і  $1 \leq p \leq \infty$ .

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] А.И. Степанец, *Методы теории приближений*: В 2 ч., Пр. Ин-ту математики НАН України, Ин-т математики НАН України, Київ, **40**, Ч. I 2002. — 468 с.
- [2] А.И. Степанец, А.С. Сердюк, *Приближение периодических аналитических функций интерполяционными тригонометрическими многочленами*, Укр. мат. журн., 59, №12, 1689–1701, 2000.
- [3] А.С. Сердюк, *Наближення інтерполяційними тригонометричними поліномами на класах періодичних аналітичних функцій*, Укр. мат. журн., 64, №5, 698–712, 2012.
- [4] А.С. Сердюк, В.А. Войтович, *Наближення класів цілих функцій інтерполяційними аналогами сум Валле Пуассена*, Збірник праць Інституту математики НАН України, 7, № 1: Теорія наближення функцій та суміжні питання.- Київ: Ін-т математики НАН України, 274-297, 2010.

- M. Bessmertnyi, V. Zolotarev** *p-Hyperbolic Zolotarev functions in boundary value problems for a p th order differential operator* **113**
- N. Zorii** *Thinness at infinity and Deny's principle of positivity of mass in the theory of Riesz potentials* **114**
- А. Чернишенко** *Знаходження форми квантових графів за умов Діріхле на висячих вершинах* **116**
- І. Гавриленко, Є. Петров** *Стійкість мінімальних поверхонь у субрімановому многовиді  $E(2)$*  **118**
- М. Гречнева, П. Стеганцева** *Двовимірні неізотропні поверхні з плоскою нормальною зв'язністю і невиродженим грассмановим образом постійної кривини у просторі Мінковського* **121**
- В. Кіосак** *Геодезичні відображення симетричних просторів* **122**
- І. Курбатова** *Про 3F-планарні відображення псевдо-ріманових з інтегрованою структурою Яно-Хочу-Чена* **123**
- М. Працьовитий, І. Лисенко, Ю. Маслова** *Тополого-метрична теорія G-зображення чисел* **124**
- С. Покась, А. Ніколайчук** *Наближення для просторів афінної зв'язності та індуковані відображення* **125**
- М. Піструїл** *Закономірності квазі-геодезичних відображень узагальнено-рекурентно-параболічних просторів* **126**
- М. В. Працьовитий, О. І. Бондаренко, Я. В. Гончаренко, С. П. Ратушняк** *Геометрія чисел у задачах конструктивної теорії локально складних функцій* **128**
- А. Сердюк, Т. Степанюк** *Розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для інтерполяційних поліномів Лагранжа на класах узагальнених інтегралів Пуассона* **130**
- І. Петков, Р. Салімов, М. Стефанчук** *Про нижню оцінку діаметра образу круга* **132**