С. В. Котлик, Ю. К. Корнієнко,
О. С. Бойцова, О. П. Соколова

Чисельні методи

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Одеська національна академія харчових технологій

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

Навчально-методичний посібник

Одеса
«Астропринт»
2018

УДК 519.6(075.8)
Ч-662

Посібник розроблено згідно з робочою навчальною програмою дисципліни «Чисельні методи» для студентів, які навчаються за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки». Запропоновано широке коло алгоритмів для вирішення типових завдань, що зустрічаються в інженерних розрахунках чисельними методами. Книга також може бути використана в навчальному процесі для інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів при вивченні відповідних дисциплін. Прикладна спрямованість відрізняє даний посібник від більшості підручників з чисельних методів, в яких, як правило, виклад обмежується тільки теорією.

Автори:
Сергій Валентинович Котлик, к. т. н., доцент;
Юрій Костянтинович Корнієнко, к. т. н., доцент;
Оксана Петрівна Соколова, асистент;
Ольга Сергіївна Бойцова, асистент

Рецензенти:
В. Е. Волков, д. т. н., професор, завідувач кафедри прикладної математики і програмування ОНАХТ;
О. В. Тюрин, д. ф.-м. н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики та інформаційних технологій ОНУ ім. І. І. Мечникова;
О. М. Писаренко, к. ф.-м. н., доцент, завідувач кафедри фізики Одеської державної академії будівництва та архітектури

Рекомендовано до видання вченою радою Одеської національної академії харчових технологій *(протокол № 15 від 03.07.2018 р.)*

ISBN 978–966–927–407–6

© Котлик С. В., Корнієнко Ю. К., Соколова О. П. та ін., 2018

Вступ

Сучасний розвиток науки та техніки тісно пов'язаний з використанням комп'ютерів. Їхнє застосування дозволяє від простих розрахунків і оцінок перейти до нової стадії роботи – детального математичного моделювання і дослідження складних реальних процесів і об'єктів. Дослідження моделі здійснюється за допомогою спеціально розроблених чисельних методів, призначених для розв'язання більш простих математичних проблем – обчислення інтегралів, розв'язання скалярних і диференціальних рівнянь та їхніх систем, апроксимації функцій, оптимізації різного роду функцій. Для рішення кожної задачі існує декілька методів, навчитися правильно відбирати, використовувати і програмувати потрібний метод – задача цього курсу.

Для рішення перерахованих проблем потрібна розробка докладного алгоритму, що зводить всі обчислення до послідовності арифметичних і логічних дій. Вибір того чи іншого алгоритму здійснюється з урахуванням пам'яті і швидкодії комп'ютера: занадто складний метод призводить до нереальних витрат часу роботи комп'ютера, занадто простий – найчастіше не дає необхідної точності.

У даному методичному посібнику наводяться описи різних методів для розв'язання конкретних математичних проблем, умови їх застосування, способи оцінки отриманої похибки, порівняльний аналіз цих методів, блок-схеми для реалізації методів на комп'ютерах з використанням будь-якої алгоритмічної мови. Математично точне обґрунтування алгоритмів і їхньої збіжності наводиться в літературі, список якої є присутнім наприкінці посібника, а в тексті є відповідні посилання на неї.

РОЗДІЛ 1. РОЗВ'ЯЗАННЯ СКАЛЯРНИХ РІВНЯНЬ

1.1. Рівняння з одним невідомим

Знаходження коренів рівняння - це одна з найдавніших математичних проблем, що не втратила своєї гостроти й у наші дні: вона часто зустрічається

Зміст

Вступ. 3

Розділ 1. Розв'язання скалярних рівнянь

1.1. Рівняння з одним невідомим 3

1.2. Знаходження інтервалу відділення кореня. 4

1.3. Графічний метод розв'язання рівнянь 5

1.4. Метод половинного поділу (дихотомії). 6

1.5. Комбінований метод хорд і дотичних 9

1.6. Ітераційний метод (послідовних наближень) 12

Завдання до лабораторної роботи з теми

«Наближене розв'язання рівнянь» 14

Розділ 2. Розв'язання систем лінійних рівнянь

2.1. Системи лінійних рівнянь 17

2.2. Метод виключення Гаусса. 18

2.3. Метод Жордана – Гаусса 21

2.4. Ітераційні методи розв'язання СЛР 22

Завдання до лабораторної роботи з теми

«Розв'язання систем лінійних рівнянь» 23

Розділ 3. Чисельне інтегрування

3.1. Метод прямокутників 30

3.2. Метод трапецій 32

3.3. Екстраполяційний перехід до межі. 33

3.4. Метод Сімпсона. 33

Завдання до лабораторної роботи з теми

«Чисельне інтегрування». 36

Розділ 4. Розв'язання диференціальних рівнянь

4.1. Постановка задачі 38
4.2. Застосування ряду Тейлора 40
4.3. Метод Ейлера 41
4.4.Метод Рунге – Кутта 43
Завдання до лабораторної роботи з теми
«Розв'язання диференціальних рівнянь» 45
Розділ 5. Апроксимація функцій. Метод найменших квадратів
5.1. Метод найменших квадратів 46
5.2. Випадок лінійної емпіричної формули 48
5.3. Лінеаризація емпіричної формули 50
Завдання до лабораторної роботи з теми "Апроксимація
функцій. Метод найменших квадратів" 53
Розділ 6. Чисельні методи оптимізації
6.1. Постановка задачі і класифікація методів. 55
6.2. Мінімізація функції однієї змінної. 57
6.3. Метод рівномірної сітки (повного перебору). 59
6.4. Метод золотого перетину 60
Завдання до лабораторної роботи з теми
«Мінімізація функцій однієї змінної» 64
Розділ 7. Мінімізація функцій багатьох змінних
7.1. Метод покоординатного спуску. 65
7.2. Метод градієнтного спуску 69
7.3. Випадковий пошук. 72
Завдання до лабораторної роботи з теми
«Мінімізація функцій багатьох змінних» 74
Розділ 8. Лінійне програмування
8.1. Постановка задачі 75

8.2. Геометричний метод розв'язання задачі ЛП 78

Завдання до лабораторної роботи з теми

«Лінійне програмування». 81

Розділ 9. Умовна мінімізація

9.1. Метод множників Лагранжа 84

9.2. Метод штрафних функцій 86

Завдання до лабораторної роботи з теми

«Умовна мінімізація». 89

Варіанти індивідуальних завдань для студентів за курсом

«Чисельні методи». 91

Література 101

Зміст 103