



International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis

26-30 may 2020
Odesa, Ukraine

LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences

ORGANIZERS

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Odessa I. I. Mechnikov National University
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- International Geometry Center
- Kyiv Mathematical Society

PROGRAM COMMITTEE

Chairman: Prishlyak A. (Kyiv, Ukraine)	Kiosak V. (Odessa, Ukraine)	Pokas S. (Odessa, Ukraine)
Balan V. (Bucharest, Romania)	Kirillov V. (Odessa, Ukraine)	Polulyakh E. (Kyiv, Ukraine)
Banakh T. (Lviv, Ukraine)	Konovenko N. (Odessa, Ukraine)	Sabitov I. (Moscow, Russia)
Bolotov D. (Kharkiv, Ukraine)	Lyubashenko V. (Kyiv, Ukraine)	Savchenko A. (Kherson, Ukraine)
Borysenko O. (Kharkiv, Ukraine)	Maksymenko S. (Kyiv, Ukraine)	Sergeeva A. (Odessa, Ukraine)
Cherevko Ye. (Odessa, Ukraine)	Matsumoto K. (Yamagata, Japan)	Shelekhov A. (Tver, Russia)
Fedchenko Yu. (Odessa, Ukraine)	Mormul P. (Warsaw, Poland)	Volkov V. (Odessa, Ukraine)
Karlova O. (Chernivtsi, Ukraine)	Mykhailyuk V. (Chernivtsi, Ukraine)	Zarichnyi M. (Lviv, Ukraine)
	Plachta L. (Krakov, Poland)	

ADMINISTRATIVE COMMITTEE

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Kotlik S., Director of the P.M. Platonov Educational-scientific institute of computer systems and technologies "Industry 4.0";
- Svytyy I., Dean of the Faculty of Computer Systems and Automation.

ORGANIZING COMMITTEE

Kirillov V.
Konovenko N.
Fedchenko Yu.

Maksymenko S.
Cherevko Ye.

Osadchuk E.
Prus A.

Асимптотика найкращих рівномірних наближень класів згорток періодичних функцій високої гладкості

А. С. Сердюк, І. В. Соколенко

(Інститут математики НАН України, Київ, Україна)

E-mail: serdyuk@imath.kiev.ua, sokol@imath.kiev.ua

Нехай C і L_p , $1 \leq p \leq \infty$, — простори 2π -періодичних функцій зі стандартними нормами $\|\cdot\|_C$ та $\|\cdot\|_p$, відповідно.

Позначимо через $C_{\beta,p}^\psi$, $1 \leq p \leq \infty$, множину всіх 2π -періодичних функцій f , які зображуються за допомогою згортки

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi(x-t) \Psi_{\beta}(t) dt, \quad a_0 \in \mathbb{R}, \quad \varphi \in B_p^0 = \{\varphi \in L_p : \|\varphi\|_p \leq 1, \varphi \perp 1\},$$

із фіксованим твірним ядром $\Psi_{\beta} \in L_{p'}$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, ряд Фур'є якого має вигляд

$$S[\Psi_{\beta}](t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi(k) \cos\left(kt - \frac{\beta_k \pi}{2}\right), \quad \beta_k \in \mathbb{R}, \quad \psi(k) > 0. \quad (1)$$

Оскільки $\varphi \in L_p$, а $\Psi_{\beta} \in L_{p'}$, то функція f є неперервною функцією, тобто $C_{\beta,p}^\psi \subset C$.

Якщо $f \in C$, через $E_n(f)_C$ позначимо найкраще рівномірне наближення функції f підпростором $\mathcal{T}_{2n-1}$ тригонометричних поліномів T_{n-1} порядку не вищого ніж $n-1$

$$T_{n-1}(x) = \sum_{k=0}^{n-1} (\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx), \quad \alpha_k, \beta_k \in \mathbb{R}.$$

Якщо $\mathfrak{N}$ — деякий функціональний клас з простору C ($\mathfrak{N} \subset C$), то величину

$$E_n(\mathfrak{N})_C = \sup_{f \in \mathfrak{N}} E_n(f)_C \quad (2)$$

називають найкращим рівномірним наближенням класу $\mathfrak{N}$ підпростором $\mathcal{T}_{2n-1}$ тригонометричних поліномів T_{n-1} порядку не вищого ніж $n-1$.

Розглядається задача про знаходження асимптотичних рівностей величин (2) при $n \rightarrow \infty$ у випадку, коли у ролі $\mathfrak{N}$ виступають класи $C_{\beta,p}^\psi$, $1 \leq p \leq \infty$, а послідовності $\psi(k)$ спадають до нуля дуже швидко, зокрема коли

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} \psi(k) = o(1)\psi(n). \quad (3)$$

Зазначимо, що у випадку $p = \infty$ асимптотичні рівності і, навіть, точні значення величин $E_n(C_{\beta,p}^\psi)_C$ при окреслених обмеженнях на $\psi(k)$ відомі (див., наприклад, [2, 3]).

Позначимо через $\mathcal{E}_n(\mathfrak{N})_C$ величини

$$\mathcal{E}_n(\mathfrak{N})_C = \sup_{f \in \mathfrak{N}} \|f(\cdot) - S_{n-1}(f; \cdot)\|_C, \quad (4)$$

де $S_{n-1}(f; \cdot)$ — частинна сума Фур'є порядку $n-1$ функції f .

Оскільки

$$E_n(\mathfrak{N})_C \leq \mathcal{E}_n(\mathfrak{N})_C, \quad \mathfrak{N} \subset C, \quad (5)$$

то величини (4) природньо використовувати для оцінок зверху найкращих наближень класів $\mathfrak{N}$.

Задача про знаходження сильної асимптотики величин (4) при $n \rightarrow \infty$ носить назву задачі Колмогорова–Нікольського для сум Фур'є. Вона має велику історію, познайомитись з якою можна, наприклад, по монографії [1]. Для швидко спадних $\psi(k)$ асимптотика величин $\mathcal{E}_n(C_{\beta,p}^\psi)_C$ відома при усіх $1 \leq p \leq \infty$ і $\beta_k \in \mathbb{R}$ (див. [4]).

Нехай $n \in \mathbb{N}$. Надалі будемо вимагати, щоб послідовність модулів коефіцієнтів Фур'є твірного ядра $\Psi_{\beta}(t)$ задовольняла умову

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} \psi(k) < \psi(n). \quad (6)$$

Теорема 1. Для довільних $\{\beta_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\beta_k \in \mathbb{R}$, $1 \leq p \leq \infty$, $n \in \mathbb{N}$ і $\psi(k)$, що задовольняють умову (2), виконуються наступні співвідношення

$$\frac{\|\cos t\|_{p'}}{\pi} \left(\psi(n) - \sum_{k=n+1}^{\infty} \psi(k) \right) \leq E_n(C_{\beta,p}^\psi)_C \leq \mathcal{E}_n(C_{\beta,p}^\psi)_C \leq \frac{\|\cos t\|_{p'}}{\pi} \left(\psi(n) + \sum_{k=n+1}^{\infty} \psi(k) \right). \quad (7)$$

Якщо ж $\psi(k)$ задовольняє умову (3), то мають місце асимптотичні рівності

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_n(C_{\beta,p}^\psi)_C \\ E_n(C_{\beta,p}^\psi)_C \end{aligned} \right\} = \frac{\|\cos t\|_{p'}}{\pi} \psi(n) + \mathcal{O}(1) \sum_{k=n+1}^{\infty} \psi(k), \quad (8)$$

$$\quad (9)$$

в яких $\mathcal{O}(1)$ є рівномірно обмеженими відносно усіх розглядуваних параметрів.

Зазначимо, що асимптотичні рівності (8) і (9) при деяких співвідношеннях між параметрами впливають з робіт [1]–[6].

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Степанец А.И. Классификация и приближение периодических функций. — К.: Наук. думка, 1987. — 268 с.
- [2] Степанец А.И., Сердюк А.С. Приближение суммами Фурье и наилучшие приближения на классах аналитических функций // Укр. мат. журн. — 2000. — Т.52, №3. — С.375–395.
- [3] Сердюк А.С. Найкращі наближення і поперечники класів згорток періодичних функцій високої гладкості // Укр. мат. журн. — 2005. — 57, № 7. — С. 946–971.
- [4] Сердюк А. С. Наближення класів аналітичних функцій сумами Фур'є в рівномірній метриці // Укр. мат. журн. — 2005. — 57, № 8. — С. 1079 – 1096.
- [5] Стечкин С.Б. Оценка остатка ряда Фурье для дифференцируемых функций // Приближение функций полиномами и сплайнами, Сборник статей, Тр. МИАН СССР. — 1980. — 145. — С. 126–151.
- [6] Serdyuk, A. S., Sokolenko, I. V. Approximation by Fourier sums in classes of differentiable functions with high exponents of smoothness // Methods of Functional Analysis and Topology. Vol. 25 (2019), №4, pp. — 381–387.

S. Volkov, V. Ryazanov <i>Mappings with finite length distortion and prime ends on Riemann surfaces</i>	74
R. Skuratovskii, A. Williams <i>Minimal generating set and structure of a wreath product of groups and the fundamental group of an orbit of Morse function</i>	76
A. Savchenko, M. Zarichnyi <i>Functors and fuzzy metric spaces</i>	78
О. Чепок <i>Асимптотичні зображення $P_\omega(Y_0, Y_1, 0)$-розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку, що містять добуток різного типу нелінійностей у правій частині</i>	80
Є. В. Черевко, В. Е. Березовський, Й. Микеш <i>Голоморфно-проективні перетворення локально конформно-келерових многовидів у симетричній F-зв'язності.</i>	82
Б. Фещенко <i>Графи Кронрода-Ріба функцій Морса на 2-торі та їх автоморфізми</i>	84
М. Гречнёва, П. Стеганцева <i>Приклади поверхонь з плоскою нормальною зв'язністю та сталою кривиною грассманового образу в просторі Мінковського</i>	86
О. А. Кадубовський <i>Про число топологічно нееквівалентних напівмінімальних гладких функцій на двовимірному кренделі</i>	88
В. Кіосак, О. Лесечко <i>Геодезичні відображення просторів з $\varphi(Ric)$-векторними полями</i>	89
Н. Г. Коновенко, І. М. Курбатова <i>Деякі питання теорії $2F$-планарних відображень псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною f-структурою</i>	91
І. М. Лисенко, М. В. Працьовитий <i>Фрактальні властивості неперервних перетворень квадрата, пов'язані з двосимвольними зображеннями дійсних чисел</i>	93
Л. Ладиненко <i>Про геометричну характеристику спеціальних майже геодезичних відображень просторів афінного зв'язку зі скрутом</i>	94
М. І. Піструїл, І. М. Курбатова <i>Про квазі-геодезичні відображення узагальнено-рекурентних просторів</i>	96
Т. Ю. Подоусова, Н. В. Вашпанова <i>Мінімальні поверхні та їх деформації</i>	98
О. Поливода <i>Про нескінченновимірні многовиди, модельовані на деяких k_ω-просторах</i>	99
М. М. Романський <i>Конус, надбудова та джойн в асимптотичних категоріях. Ліпишцева та груба еквівалентності деяких функторіальних конструкцій</i>	101
А. С. Сердюк, І. В. Соколенко <i>Асимптотика найкращих рівномірних наближень класів згорток періодичних функцій високої гладкості</i>	103
О. Синюкова <i>Певні характеристики спеціальної геометрії дотичного розширювання простору афінної зв'язності, породженої інваріантною теорією наближень базового простору</i>	105