International scientific conference

«Algebraic and geometric methods of analysis»

Book of abstracts

May 31 - June 5, 2017
Odessa
Ukraine

http://imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

Organizers

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Fomenko A.
(*Moscow, Russia*)
Fomenko V.
(*Taganrog, Russia*)
Glushkov A.
(*Odesa, Ukraine*)
Haddad M.
(*Wadi al-Nasara, Syria*)
Herega A.
(*Odesa, Ukraine*)
Khruslov E.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Kirichenko V.
(*Moscow, Russia*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mashkov O.
(*Kyiv, Ukraine*)
Mykytyuk I.
(*Lviv, Ukraine*)
Milka A.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Mikesh J.
(*Olomouc, Czech Republic*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Moskaliuk S.
(*Wien, Austri*)
Panzhenskiy V.
(*Penza, Russia*)
Pastur L.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Rahula M.
(*Tartu, Estonia*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Strikha M.
(*Kyiv, Ukraine*)
Shvets V.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Shurygin V.
(*Kazan, Russia*)
Vlasenko I.
(*Kyiv, Ukraine*)
Zadorozhnyj V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)
Zelinskiy Y.
(*Kyiv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

Organizing commitee

Kirillov V.	Hladysh B.	Maksymenko S.
Konovenko N.	Nuzhnaya N.	Khudenko N.
Fedchenko Yu.	Osadchuk E.	Cherevko E.

Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области

Жураев Д.А.
(Каршинский государственный университет, г. Карши, Узбекистан)
E-mail: juraev_davron@list.ru

В работе рассмотрена регуляризация задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами факторизуемой оператором Гельмгольца в трехмерной неограниченной области. Используя результаты работ ([1]–[5]), построено в явном виде матрица Карлемана и на ее основе регуляризованное решение задачи Коши. Рассматриваемая задача относится к некорректным задачам, т.е. она неустойчива. В некорректных задачах теорема существования не доказывается, существование предполагается заданным априори. Более того, предполагается, что решение принадлежит некоторому заданному подмножеству функционального пространства, обычно компактному. Единственность решения следует из общей теоремы Холмгрена [6]. Условная устойчивость задачи следует из работы А. Н. Тихонова [5], если сузить класс возможных решений до компакта.

В данной работе построено семейство вектор-функций $U_{\sigma\delta}(x) = U_\sigma(x, f_\delta)$ зависящих от параметра σ, и доказывается, что при некоторых условиях и специальном выборе параметра $\sigma = \sigma(\delta)$ при $\delta \to 0$ семейство $U_{\sigma\delta}(x)$ сходится в обычном смысле к решению $U(x)$ в точке $x \in G$.

Следуя А. Н. Тихонову [5], семейство вектор-функций $U_{\sigma\delta}(x)$ назовем регуляризованным решением задачи. Регуляризованное решение определяет устойчивый метод приближенного решения задачи. Для специальных областей задача продолжения ограниченных аналитических функций в случае, когда данные задаются точно на части границы, было рассмотрена Т. Карлеманом [2]. Используя идеи М. М. Лаврентьева [3], Ш. Ярмухамедовым было построено в явном виде регуляризованное решение задачи Коши для уравнения Лапласа [4].

Во многих корректных задачах для систем уравнений эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами факторизуемой оператором Гельмгольца, недоступно вычисление значение вектор-функции на всей границе. Поэтому, задача восстановления, решения систем уравнений эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами факторизуемой оператором Гельмгольца ([7]–[8]), является одной из актуальных задач теории дифференциальных уравнений.

Пусть $\mathbb{R}^3$-трехмерное вещественное евклидово пространство,

$$x = (x_1,\, x_2,\, x_3)\in \mathbb{R}^3,\ \ y = (y_1,\, y_2,\, y_3)\in \mathbb{R}^3,$$

$$x' = (x_1,\, x_2)\in \mathbb{R}^2,\ \ y' = (y_1,\, y_2)\in \mathbb{R}^2,$$

$G \subset \mathbb{R}^3$-неограниченная область с кусочно-гладкой границей ∂G (∂G-простирается до бесконечности), т.е. $\partial G = S \bigcup T$.

Рассмотрим в области G систему дифференциальных уравнений

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) U(x) = 0, \tag{1}$$

где $D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ — матрица дифференциальных операторов первого порядка.

Пусть, граница области G состоит из гиперплоскости $y_3 = 0$ и гладкой поверхности S, простирающейся до бесконечности и лежащей в слое

$$0 \leqslant y_3 \leqslant h,\ \ h = \frac{\pi}{\rho},\ \ \rho > 0.$$

Будем предполагать, что S задано уравнением

$$y_3 = \psi(y_1,\, y_2),\ \ -\infty < y_1 < \infty,\ \ -\infty < y_2 < \infty,$$

где $\psi(y')$ удовлетворяет условию

$$\left|\frac{\partial\psi(y')}{\partial y_j}\right| \leqslant M < \infty,\ \ y' \in \mathbb{R}^2,\ \ j = 1,\, 2.$$

Обозначим

$$H_\rho(G) = \left\{ U(y) : U(y) \in H(G),\ |U(y)| \leqslant \exp\left[o\left(\exp\rho\left|y'\right|\right)\right]\ ,\, y \to \infty,\ y \in G\right\}. \tag{2}$$

Постановка задачи. Пусть $U(y) \in H_\rho(G)$ и

$$U(y)|_S = f(y),\ \ y \in S. \tag{3}$$

Здесь, $f(y)$ — заданная непрерывная вектор-функция на S. Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

Пусть $U(y) \in H_\rho(G)$ и вместе $U(y)$ на S задано ее приближение $f_\delta(y)$, соответственно, с погрешностью $0 < \delta < 1$, $\max\limits_S |U(y) - f_\delta(y)| \leqslant \delta$.

Теорема 1. *Пусть $U(y) \in H_\rho(G)$ удовлетворяет на части плоскости $y_3 = 0$ граничную условию*

$$|U(y)| \leqslant 1,\ \ y \in T. \tag{4}$$

Если

$$U_{\sigma\delta}(x) = \int_S N_\sigma(y,\,x) f_\delta(y) ds_y,\ \ x \in G, \tag{5}$$

то справедлива оценка

$$|U(x) - U_{\sigma\delta}(x)| \leqslant C_\rho(x)\sigma\delta^{\,\frac{x_3}{h}},\ \ \sigma > 1,\ \ x \in G. \tag{6}$$

Здесь для удобства, функции, зависящие от x и ρ, обозначим через $C_\rho(x)$. Причем в различных неравенствах они различные.

Следствие 2. *Предельное равенство*

$$\lim_{\delta\to 0} U_{\sigma\delta}(x) = U(x),$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Литература

[1] Н. Н. Тарханов Об интегральном представлении решений систем линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка в частных производных и некоторых его приложениях. *Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа. Институт физики АН СССР, Красноярск*, 47–160, 1980.

[2] Carleman T. *Les fonctions quasi analytiques.* Paris. Gautier-Villars et Cie. 1926.

[3] М. М. Лаврентьев *О некоторых некорректных задачах математической физики.* Новосибирск: Наука, 1962.

[4] Ш. Ярмухамедов Функция Карлемана и задача Коши для уравнения Лапласа. *Сиб. мат. журнал.* 45(3) : 702–719, 2004.

[5] А. Н. Тихонов О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. *Докл. АН СССР.* 151(3) : 501–504, 1963

[6] А. Берс, Ф. Джон, М. Шехтер *Уравнения с частными производными.* Москва.: Мир, 1966.

[7] Д. А. Жураев Интегральная формула для систем уравнений эллиптического типа. *II Международная научно-практическая конференция студентов и аспирантов «Математика и ее приложения в современной науке и практике». Курск*, 33–38, 2012.

[8] Д. А. Жураев Регуляризация задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка. *Узбекский Математический журнал.* №. 2. : 61-71, 2016

Байтураев А. М. *Структура множества субмерсий, для которых все поверхности уровня являются линейно связными* **107**

Березовский В. Е., Микеш Й., Гинтерлейтнер И. *К вопросу о конформных отображениях римановых пространств на Риччи симметрические римановы пространства* **108**

Березовский В. Е., Микеш Й., Черевко Е. В. *К вопросу о канонических почти геодезических отображениях первого типа* **110**

Герега А. Н., Крывченко Ю. В., Швец Н. В. *О мультимасштабных элементах перколяционного кластера* **112**

Дышлис А. А., Покась С. М., Прохода А. С. *Хирургия орбифолдов и её применение в кристаллографии* **113**

Жураев Д. А. *Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области* **114**

Кирилов В. Х., Худенко Н. П., Витюк А. В. *Факторный анализ динамики процесса выживания микромицетов в фруктово-ягодных сиропах* **116**

Кириченко В. Ф., Суровцева Е. В. *Риманова геометрия фундаментального распределения* **118**

Лозиенко Д. В., Курбатова И. Н. *Канонические квази-геодезические отображения рекуррентно-параболических пространств* **120**

Маматов М. Алимов Х. *О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка* **122**

Маматов М., Эсонов Э. *Способы создания проблемных ситуаций в процессе развитие творческого мышления студентов* **123**

Маматов М. Собиров Х. *О задаче преследования по позиции в дифференциальных играх* **124**

Мозель В. А. *Движения в геометрии Лобачевского и алгебры операторов Бергмана со сдвигами* **125**

Нарманов О. А. *Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения теплопроводности* **127**

Нарманов А. Я., Турсунов Б. А. *О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга* **129**

Нежуренко А. С., Курбатова И. Н. *F-планарные отображения многообразий с аффинорной структурой специального типа* **131**

Покась С. М., Крутоголова А. В. *Инфинитезимальные проективные преобразования 2-ой степени в римановом пространстве второго приближения* **132**

Починка О. В. *О существовании энергетической функции у динамических систем* **133**

Ромакина Л. Н. *Элементы объема в гиперболическом пространстве положительной кривизны* **135**

Романов А. Н. *Расстояния внутри цилиндров, конечные и бесконечные* **137**