

Міністерство освіти і науки,
молоді та спорту України
ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ХОЛОДУ



Чернецький В.О.

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ
В РОЗРАХУНКАХ НА ЕОМ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ
МАТЕМАТИЧНОЇ СИСТЕМИ MAPLE**

Навчальний посібник

Одеса 2011

Чернецький В.О. Математичні методи та моделі в розрахунках на ЕОМ із застосуванням математичної системи MAPLE: Навчальний посібник. Одеська державна академія холоду, 2011. – 165 с.

У навчальному посібнику описана одна із самих потужних і інтелектуальних сучасних математичних систем символьних обчислень MAPLE під Windows, що розв'язує у діалоговому режимі величезну кількість математичних задач – від простих розрахунків і чисельного моделювання до аналітичних перетворень і обчислень. Розглядаються її величезні обчислювальні і графічні можливості, програмування і пакети розширень. Ретельно описані правила спілкування з пакетом і внутрішня мова. Велика кількість прикладів ілюструє можливості пакета для розв'язання задач із таких областей математики, як лінійна і нелінійна алгебра, диференціальне і інтегральне числення, звичайні диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики. Особлива увага приділяється техніці візуалізації складних обчислень – від графічної інтерпретації розв'язків систем лінійних рівнянь до розв'язання звичайних диференціальних рівнянь та їх система також диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Посібник призначений для студентів, аспірантів, викладачів і наукових співробітників та спеціалістів-практиків, які цікавляться автоматизацією математичних обчислень і всіх тих, хто займається розв'язанням математичних задач у загальному вигляді та чисельним аналізом моделей.

Рецензент: Швець В.Т. д.ф.-м.н., професор Одеської державної академії холоду

Передмова

Думка про те, що інженерна діяльність – це завжди обчислення – не нова. Однак “стара” школа інженерів вкладала в це зовсім інший зміст. Малося на увазі, на першому етапі, символьні обчислення вручну, а на останньому етапі числові оцінки.

Прогрес у пізнанні світу зажадав розв'язання задач або досить складних, або таких, що не розв'язуються аналітично. У вузах стало модним слухати такі дисципліни, як “Числові методи”, “Математичне моделювання” і т.п.. Розвиток обчислювальної техніки сприяв створенню мегабайтних програм, що “зламують” складні задачі. За методами потягнулись алгоритми і програми, на створення або пошук яких розтрачувалося сила-силенна “золотого” часу. До того ж спеціалісти, втягнуті у цю гонку, відмічають, що за масою чисел, таблиць і графіків легко втратити розуміння реальності результатів розв'язку.

В останні двадцять років “програмне зло” породило “добро” – стали з'являтися універсальні пакети для чисельних методів: MathCAD, MathLAB, електронні таблиці і багато інших. Всі вони знімали з інженера половину “головної” болі – пошук алгоритмів і програм.

Першим откровенням для спеціалістів став пакет обчислень DERIVE, який виконував спрощення доволі складних алгебраїчних виразів, оперував із символьними матрицями, диференціював і інтегрував вирази у загальному вигляді. Слідом за ним з'явився знаменитий американський пакет MATHEMATICA, розрахований на математиків-професіоналів. На жаль, із-за складності інтерфейсу і, головне, із-за відсутності довідникової літератури він так і залишився незатребуваним, не дивлячись на фантастичні можливості цього пакета у галузі символьних обчислень.

Зовсім інша доля склалася у канадського пакета MAPLE, розробленого в університеті Ватерлоо. Його версія, модифікована під ОС Windows, справді стала яскравим діамантом серед подібного класу програмних пакетів. З одного боку, його інтерфейс інтуїтивно зрозумілий, а правила роботи гранично прості, з іншого боку – можливості вражаючі. З'явившись у нас, MAPLE став улюбленим засобом для розв'язання задач у математиків-професіоналів та інженерів. У студентському середовищі він викликає ейфорію, оскільки легко справляється із найскладнішими перетвореннями і обчисленнями при дипломному проектуванні і в курсових завданнях. Цей факт непокоїть викладачів: “Як би студенти не порозумувались думати...”

Прикрим на сьогодні є відсутність у нашій країні книг українською мовою по цьому пакету, який “розмовляє англійською” (пропоную книги російською і англійською мовами [1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 30, 43], які можна знайти в інтернеті або в самому пакеті Maple, [15, 25, 26, 42]). Працюючи з цим видатним, доволі “доброзичливим” пакетом, у автора виникла думка про необхідність випустити навчальний посібник українською мовою, що допоможе викладачам і студентам працювати із MAPLE і навіть програмувати. Маю надію, що ця праця буде Вам корисна при спілкуванні із пакетом

Зміст

	Передмова	3
1	Символьні обчислення.	4
1.1	Числові обчислення.	4
1.2	Режими роботи із чисельними виразами.	5
2	Математичні функції	6
2.1	Цілочислові функції і факторіал	7
2.2	Тригонометричні функції	8
2.3	Обернені тригонометричні функції	9
2.4	Алгебраїчні функції.	10
2.5	Кусково-неперервні функції.	11
2.6	Функції з елементами порівняння.	12
3	Операції математичного аналізу.	13
3.1	Границі	13
3.2	Диференціювання	14
3.3	Інтегрування	15
3.4	Ряди	16
4	Матричні та векторні обчислення	18
4.1	Інтерактивний ввід матриць	20
4.2	Вектори і матриці	21
4.3	Системи лінійних рівнянь	25
5	Графіка в системі MAPLE	26
5.1	Обмеження	26
5.2	Пристрої виводу	26
5.3	Термінальні установки	27
5.4	Тверда копія	27
5.5	Побудова графіків 2D	27
5.6	Стилі	28
5.7	Параметри	28
5.8	Кусково задані функції	29
5.9	Побудова за даними	30
5.10	Поеднання графіків	30
5.11	Параметрична графіка	30
5.12	Побудова в полярних координатах	30
5.13	Додаткові можливості	31
5.14	Побудова графіків 3D	31
5.15	Параметрична побудова	32
5.16	Стилі	32

	5.17 Колір	32
	5.18 Нанесення сітки	33
	5.19 Системи координат	33
	5.20 Редерінг	34
	5.21 Масштабування осей	34
	5.22 Оформлення графіків	34
	5.23 Анімація	36
	5.24 Збереження графіків.	36
	5.25 Графічні бібліотеки	37
6	Диференціальні рівняння	37
6.1	Розв'язання системи диференціальних рівнянь	37
6.2	Чисельний розв'язок диференціальних рівнянь	40
6.3	Неявне представлення рівняння	41
6.4	Пакет DEtools	42
6.5	Підстановки	44
6.6	Особливі точки	47
6.7	Пакет DEtools з вищої точки зору	48
6.8	Задачі для самостійної роботи	64
7	Рівняння математичної фізики	76
7.1	Функція pdeTest	76
7.2	Функція pdsolve	76
7.3	Функція PDEplot	80
7.4	Зведення до канонічної форми	83
7.5	Процедура canonical_form	87
7.6	Рівняння із сталими коефіцієнтами	92
7.7	Загальний розв'язок канонічних рівнянь	93
7.8	Зведення до канонічної форми процедурами MAPLE	93
7.9	Власні значення і власні функції задачі Штурма-Ліувілля	96
7.10	Розвинення функцій в ряди по власним функціям	102
7.11	Функції Бесселя	108
7.12	Задача теплопровідності для круга	112
7.13	Тригонометричні ряди	113
7.14	Одновимірна гранична задача теплопровідності	114
7.15	Поздовжні коливання стержня	119
7.16	Неоднорідна задача теплопровідності	124
7.17	Двовимірний потік тепла	135
7.18	Усталений розподіл тепла. Двовимірне рівняння Лапласа.	136
7.19	Задача Неймана	140
7.20	Мішані граничні задачі	141
7.21	Тривимірне рівняння Лапласа	143
7.22	Задача Діріхле для круга	144
8	Задачі для самостійної роботи	146
	Література	160