

Министерство высшего образования СССР
Главное Управление химико-технологических вузов
ОДЕССКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ МУКОМОЛЬНОЙ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ и ЭЛЕВАТОРНОГО ХОЗЯЙСТВА
имени И. В. СТАЛИНА

ТРУДЫ ИНСТИТУТА

Том IV

ОДЕССКОЕ ОБЛАСТНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
1952 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Канд. технич. наук, доцент Платонов П. Н.
(отв. редактор)

Канд. технич. наук, доцент Дзядзю А. М.

Доктор технич. наук, профессор Гиршсон В. Я.

Доктор биологич. наук, профессор Роменский Н. В.

Канд. историч. наук, доцент Египко А. П.

Канд. технич. наук, доцент Белецкий В. Я.

Канд. технич. наук, доцент Панченко А. В.

Канд. технич. наук, доцент Демидов П. Г.

Канд. химич. наук, доцент Ленарский И. И.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Директивы XIX съезда партии по пятому пятилетнему плану развития СССР на 1951—1955 годы, единогласно принятые съездом 10 октября 1952 г., требуют: «Улучшить работу научно-исследовательских институтов и научную работу высших учебных заведений, полнее использовать научные силы для решения важнейших вопросов развития народного хозяйства, обобщения передового опыта, обеспечивая широкое практическое применение научных открытий. Всемерно содействовать учёным в разработке ими теоретических проблем во всех областях знания и укреплять связь науки с производством».

Настоящий IV том «Трудов института» посвящён в основном теоретическим работам общеобразовательных и общетехнических кафедр нашего института и содержит наряду с этим ряд работ, имеющих уже сейчас несомненную производственную ценность.

В данном томе представлены работы кафедр: технологического оборудования, теплотехники, теории механизмов и деталей машин, физики, аналитической химии и математики.

Коллективы этих кафедр стремятся своими работами, часть которых публикуется в данном томе, участвовать в великом деле успешного выполнения новой сталинской пятилетки, являющейся крупным шагом вперёд по пути развития от социализма к коммунизму.

Редакционная коллегия.

БР 15330. Сдано в производство 17.III. 1952 г. Подписано в печать
15.X. 52 г. Формат бумаги 60×92/16. 5,5 бум. л.—11 п. л.
Заказ № 1236. Тираж 500.

Одесская областная типография, Пушкинская, 32.

Канд. техн. наук, доцент А. В. ПАНЧЕНКО
Канд. техн. наук, доцент А. М. ДЗЯЦЗИО

**ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОЧЕГО
ПРОЦЕССА СИТОВЕЕК**
(1939 — 1941 гг.)

Процесс очистки крупок вейками был одним из важнейших технологических процессов русских крупчатных помолов и остаётся важнейшим в современных советских сортовых помолах пшеницы в муку.

Несмотря на это, ситовейка до настоящего времени продолжает быть недостаточно хорошо изученной машиной: нормы отсасываемых объёмов воздуха, подбора сит и нагрузок на них недостаточно обоснованы, вследствие чего эффективность работы ситовеек снижается, а стоимость их эксплуатации возрастает.

Даже один только вопрос, расход воздуха ситовейками, входящий до двух третей общего расхода его в размольных отделениях мельниц, заслуживает с экономической точки зрения большого внимания.

Кратко излагаемая ниже работа, законченная в 1941 году, является главным образом попыткой обосновать целесообразные объёмы воздуха, подлежащие отсасыванию от ситовеек, намечая, наряду с этим, новые решения ряда других важных вопросов.

Основные обозначения:

A_{Π} — абсолютная зольность продукта, поступающего на вейку, выраженная в процентах на сухое вещество;

A_k — то же для очищенной крупки;

A_c и A_o — то же для схода и отбросов;

$a_k = \frac{A_k}{A_{\Pi}}$ — относительная зольность очищенной крупки;

$a_c = \frac{A_c}{A_n}$ и $a_0 = \frac{A_0}{A_n}$ — относительная зольность схода и относов;

$K_k = \frac{G_k}{G_n}$ — выход очищенной крупки, где G_n — вес поступающего на вейку продукта, а G_k — вес полученной за это же время очищенной крупки;

K_c и K_0 — выход схода и относов;

Q — объем воздуха, отсасываемый от вейки, выраженный в м³/мин;

F_c — площадь сита вейки в м².

Краткий обзор исследований ситовеек

До проведения излагаемого ниже исследования нам были известны перечисленные ниже в хронологическом порядке четыре работы, посвященные исследованию работы ситовеек:

1. Работа доц. А. В. Панченко, выполненная в 1929 г. на ситовейке «Реформ» мельницы № 52 в г. Одессе. В этой работе впервые был предложен и практически применен новый показатель технологической эффективности вейки,

$$E = \frac{K_k}{a_k} = \frac{\text{выход очищенной крупки}}{\text{относительная зольность её}},$$

давший возможность при относительно небольшом количестве экспериментов сделать достаточно правильные выводы о возможности снижения отсасываемых от веек объемов воздуха чуть ли не вдвое против применявшихся, а именно до значения $Q = 20F_c$ для мелкой крупки (40/54), для средней крупки на 15%, и крупной — на 25% больше, чем для мелкой, что соответствует $Q = 35 \div 45$ м³/мин, вместо $60 \div 70$ м³/мин, применявшихся до 1929 г. и позднее.

2. Работа бригады доц. М. С. Ярошевского, выполненная в 1931 г. на ситовейке «Сун» с замкнутым циклом воздуха, работавшей в условиях мельницы № 51 в г. Одессе. В этой работе авторы впервые сделали обоснованный вывод о достаточной эффективности ситовеек с замкнутым циклом воздуха.

3. Работа бригады ВНИИЗ'а, выполненная в 1931 — 32 гг. под руководством старших научных сотрудников П. П. Тарутин и П. Т. Эйдуса [1], в которой, отсасывая от 34 до 59 м³/мин на 1000 мм ширины сита, авторы приходят к выводу о резком снижении эффективности ситовеек при работе их

на мелких крупках и дунстах, не рекомендуя их поэтому провевать на ситовейках. Авторы находят, что основная часть технологического эффекта ситовейки, 65 ÷ 75% его, определяется работой сит, что было найдено путём исключения воздуха, но при более густых ситах.

4. Работа бригады Горьковского завода имени Воробьева, исследовавшей вейку с надситовыми желобками («Реформ») и без них, приведшей к выводу о большей эффективности первой.

Ко времени окончания нашего исследования появились ещё две работы по исследованию ситовеек.

5. Работа инж. Е. П. Козьминой [2], относящаяся к 1940 г., имевшая целью установить оптимальные расходы воздуха ситовейки, в которой автор пришёл к неожиданному и неправильному, на наш взгляд, выводу о необходимости увеличения расхода воздуха с уменьшением размеров крупок.

6. Работа инж. Р. Р. Галицкого [3], законченная в 1941 г., исследует влияние нагрузки сит вейки на эффект работы её и устанавливает снижение зольности очищенной крупки с повышением нагрузки сита, но при одновременном уменьшении выхода крупок.

Существенные расхождения в выводах исследователей ситовейки вызываются не столько различием методики их работ, сколько отсутствием метода оценки технологического эффекта работы ситовейки.

Методы оценки технологического эффекта вейки

Из всех известных в печатной и рукописной литературе методов оценки технологического эффекта работы веек заслуживает быть отмеченным метод, применяющийся ВНИИЗ'ом с 1931—32 г. [1] и заключающийся в оценке эффекта работы вейки величиной степени очистки крупок,

$$C = \frac{A_n - A_k}{A_n}. \quad (1)$$

Так как одна лишь величина C , характеризующая качественную сторону процесса, не даёт полного представления о работе вейки, то в качестве дополнительного ВНИИЗ'у приходится применять ещё количественный показатель, а именно выход очищенной крупки (K_k).

Однако такой отрыв количественного показателя от качественного и, следовательно, необходимость характеризовать работу ситовейки двумя величинами K_k и C (рис. 1), из которых при возрастании одной падает другая, крайне затрудняет ис-

следователя в выводах, часто приводит к нечёткости их, не позволяя избрать наивыгоднейшего режима работы машины.

Стремясь к тому, чтобы при оценке работы вейки не отрывая количественных показателей её эффективности от качественных, мы исходили из следующего очевидного положения: технологический эффект работы вейки тем

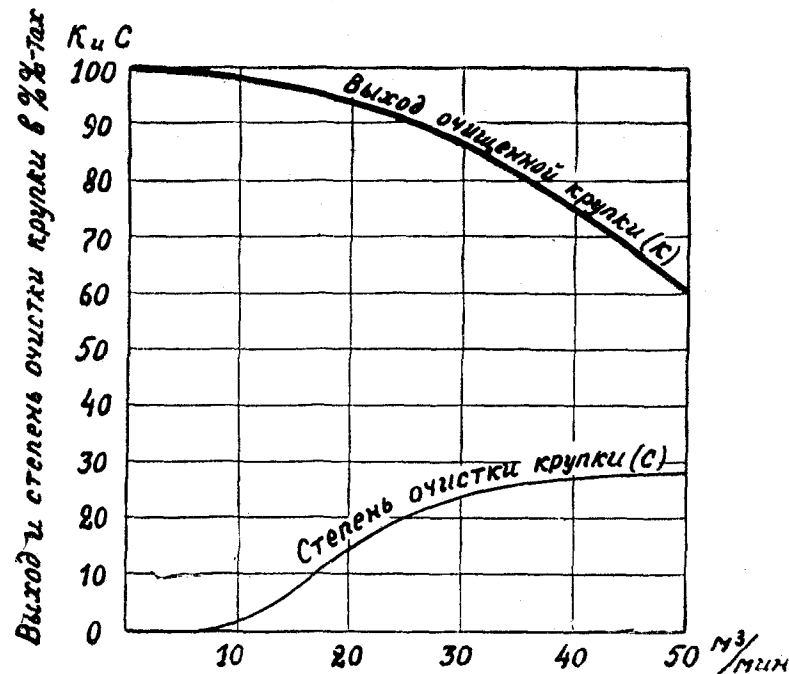


Рис. 1. Количественный (К) и качественный (С) показатели эффекта работы вейки.

выше, чем больше выход очищенной крупки (K_k) и чем ниже относительная зольность её ($a_k = \frac{A_k}{A_n}$); следовательно, технологическую эффективность машины можно охарактеризовать показателем $E = \frac{K_k}{a_k}$, растущим с повышением выхода основного продукта, вырабатываемого машиной (K_k) и улучшением качества его (снижение a_k).

В упомянутой работе 1929 г., в качестве исходных теоретических предпосылок было принято и позднее в 1939—41 гг. подтверждено множество экспериментов, что величина E с

увеличением отсасываемых от вейки объёмов воздуха (Q) растёт лишь только до некоторого значения Q , после которого воздушные потоки начинают уносить, наряду с оболочками, всё большее количество частиц ядра зерна в отходы и поддерживать добротные низкосольные частицы на поверхности сита, откуда они попадают в сход, уменьшая выход крупки, без ощутительного снижения зольности её, снижая этим величину E — показателя технологической эффективности работы вейки (рис. 2).

Таким образом, величина E имеет определённо выраженный максимум, характеризующий достижение наивыгоднейшего соотношения между выходом (K_k) и относительной зольностью очищенных крупок (A_k).

Наличие такого максимума E подтверждается фактически данными даже тех исследователей рабочего процесса вейки, которые были далеки от применения нашего метода и не вводили в анализ результатов работы её предлагаемой нами величины E .

Из кривых, приведенных в качестве примера на рис. 2, относящихся к одной половине двойной ситовой вейки «Реформ» Горьковского завода имени Воробьёва, видно, что с увеличением объёма воздуха, отсасываемого от вейки (Q), выход очищенной крупки (K_k) после некоторого значения Q падает более круто, чем относительная зольность её (A_k). Этим и вызывается то обстоятельство, что после некоторого значения Q величина показателя технологической эффективности (E), т. е. выход на единицу относительной зольности ($\frac{K_k}{a_k}$), претерпев значение максимума, начинает падать до значения $E = 1$, характеризующего пересечением кривых K_k и A_k (см. рис. 2) и далее до значений $E < 1$.

Работа ситовой вейки при $E < 1$ — мало эффективна, ибо, как это видно из рис. 2, сход и отходы при этом не отличаются по своей добротности от исходного продукта, поступающего на вейку:

$$A_c \approx A_0 \approx A_n \text{ или что — тоже } a_c \approx a_0 \approx 100\%.$$

Наиболее эффективной следует считать область, начинающуюся от максимального значения E и простирающуюся вправо (см. рис. 2) до значения

$$E_0 = 1 + m(E_{\max} - 1), \quad (2)$$

где $m = 0,50 \div 0,75$. Область эта, заштрихованная на рис. 2,

характеризуется относительно большим выходом очищенной крупки, низкой зольностью её (a_k), близкой к минимально возможной, достаточно большой зольностью схода и отноров, что свидетельствует о высокой эффективности рабочего процесса ситовой вейки.

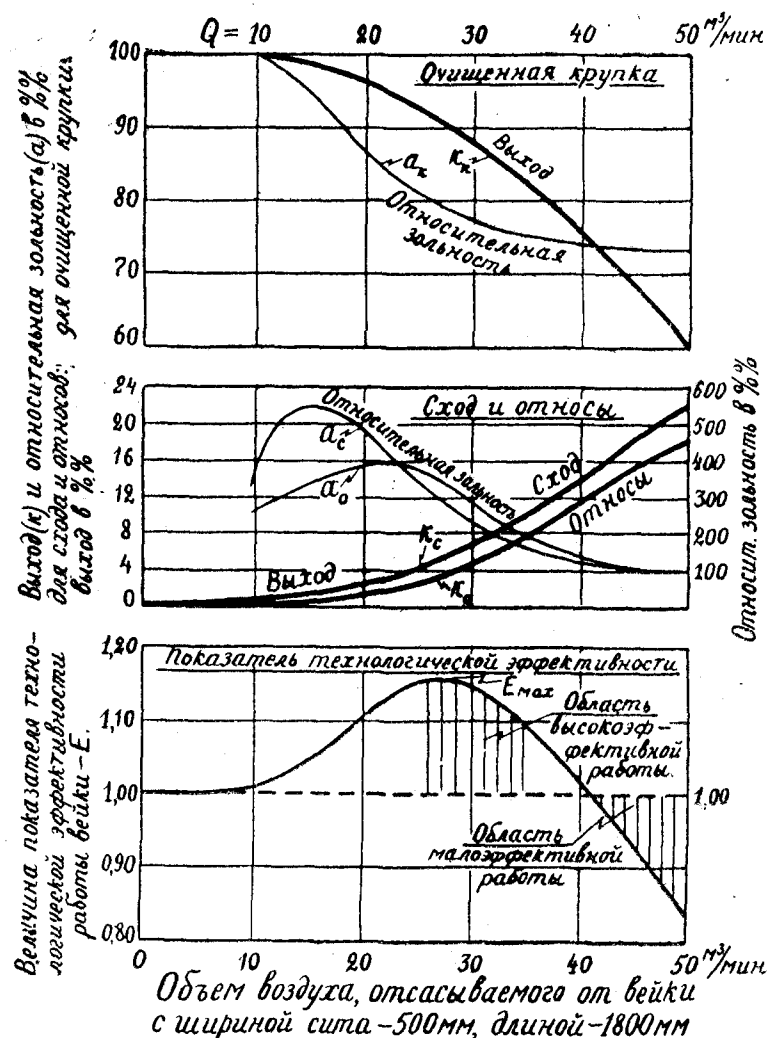


Рис. 2. Показатель технологической эффективности рабочего процесса вейки, в связи с выходом и качеством очищенной крупки, схода и тяжелых отноров (средняя крупка — 105/150; сита: 145 — 130 — 110 — 105; нагрузка — 400 кг/час $\times$ м²).

Знание характера изменения величины E в зависимости от Q (рис. 2) может оказать существенную помощь при наладке работы ситовой вейки в производственных условиях. Действительно, одним из признаков эффективного режима работы ситовой вейки является работа в области снижающейся части кривой $E - Q$, но при $E > 1$ (см. рис. 2). Учитывая это и желая осуществить эффективный по воздуху режим при заданных условиях работы машины, необходимо определить при двух незначительно различающихся объемах воздуха ($Q_1 < Q_2$) величины E_1 и E_2 ; если окажется, что $E_2 > E_1$ или $E_2 = E_1$, то следует увеличить отсасываемый объем воздуха до величины Q_3 , при которой $E_3 < E_2$, оставаясь большим единицы ($E_3 > 1$). Это будет свидетельствовать о том, что ситовая вейка работает в области, нисходящей части кривой $E - Q$ при $E > 1$. Таким образом, возможно в производственных условиях установить эффективный по воздуху режим, не прибегая к измерениям перемещаемого объема воздуха.

В данной работе мы не ставили перед собой цели найти зависимость между возможным выходом очищенной крупки и относительной зольностью её; поэтому, считая количество и качество очищенной крупки одинаково важными, мы приняли до дальнейшего уточнения этого вопроса величины K_k и a_k , входящие в величину E , в одной и той же первой степени.

Основные виды режимов работы ситовой вейки

В работе ВНИИЗ'а по изучению вечногo процесса [1], а также в учебнике для вузов по курсу «Мукомольное производство» [4] указывается на то, что «технологический эффект работы веек в части очистки крупы производится на 65—75%, благодаря работе сит, и на 25—30% работой ветров».

Ни постановку вопроса о количественном соотношении раздельно рассматриваемой роли сит и роли воздушных потоков, ни ответ на него, данный в приведенной цитате, нельзя считать соответствующими сущности рабочих процессов, осуществляемых ситовыми вейками.

Эффективность рабочего процесса ситовой вейки зависит в основном от следующих двух групп факторов, регулируемых в процессе эксплуатации данных машин:

А — от соотношения между: 1 — составом крупки по размерам частиц её и по содержанию свободных оболочек *) в ней,

*) Общее содержание оболочек в крупке мы рассматриваем составляющимися из двух частей: 1 — свободных оболочек, не связанных с частицами крупки и легко отделяемых воздушными потоками; 2 — связанных оболочек, имеющих на так называемых «краснобоких» крупках и превра-

2 — нумерацией сит вейки, 3 — нагрузкой сит её и 4 — наклоном сит и подвесок их;

Б — от объёма воздуха, отсасываемого от ситовейки.

В результате упомянутого выше исследования ситовейки доц. А. В. Панченко в 1929 г., а также в процессе дальнейшего совместного исследования, проведенного нами в период 1939—41 гг., мы пришли к заключению о наличии двух основных видов режима работы вейки, а именно:

1. Воздушного режима работы ситовейки, определяемого таким подбором сит, который при данной нагрузке вейки и полном выключении воздушных потоков обеспечивает проход всех 100% поступающего на сито продукта (отсутствие схода при выключении воздушных потоков);

2. Ситового режима, определяемого таким подбором сит и такой нагрузкой вейки, при которых наблюдается наличие схода (проход менее 100%, несмотря на полное выключение воздушных потоков).

Совершенно ясно, что если набор сит вейки и нагрузка их обеспечивают проход всех 100% крупки, при отсутствии воздушных потоков, то уменьшение количества прохода и улучшение качества его при включении воздуха вызвано исключительно работой воздушных потоков. Поэтому такой вид режима работы ситовейки назван нами воздушным.

По мере увеличения нагрузки на сита или сгущения их, а также при одновременном изменении этих факторов, вызывающих увеличение схода с сит, эффективность работы ситовейки становится менее зависимой от воздушных потоков, и, следовательно, от величины объёмов воздуха, отсасываемых от ситовейки. Этот вид режима, при котором работа вейки в большей степени зависит от условий работы сит её, условно назван нами ситовым режимом.

Не следует, конечно, считать, что при ситовых режимах эффективность вейки не зависит от работы воздушных потоков; эффективность работы ситовейки всегда зависима в той или иной степени от воздушных потоков; но при режимах, названных нами воздушными, ситовейка работает исключительно воздушными потоками, а при ситовых режимах к работе воздуха присоединяется ещё и работа сит.

Все приведенные выше формулировки и определения видов режимов относятся, конечно, к нормальным условиям эксплуатации ситовейки (равномерное по ширине покрытие продук-

щаемых в свободные оболочки пропуском крупок через шлифовочные системы (авт.).

том всех сит вейки, включая последнюю, четвёртую раму, и другие т. п. условия).

Первая группа перечисленных выше факторов (состав крупы, нумерация сит, нагрузка их и т. д.) может быть названа ситовой группой факторов эффективности вейки; вторая — воздушной группой факторов эффективности работы ситовейки.

Приведенные выше формулировки можно выразить графически технологической характеристикой работы ситовейки, общая схема строения которой была показана на рис. 2.

Так, например, на рис. 3 показаны два основных вида режимов в графическом выражении их одной из важнейших линий технологической характеристики, линией выхода крупы.

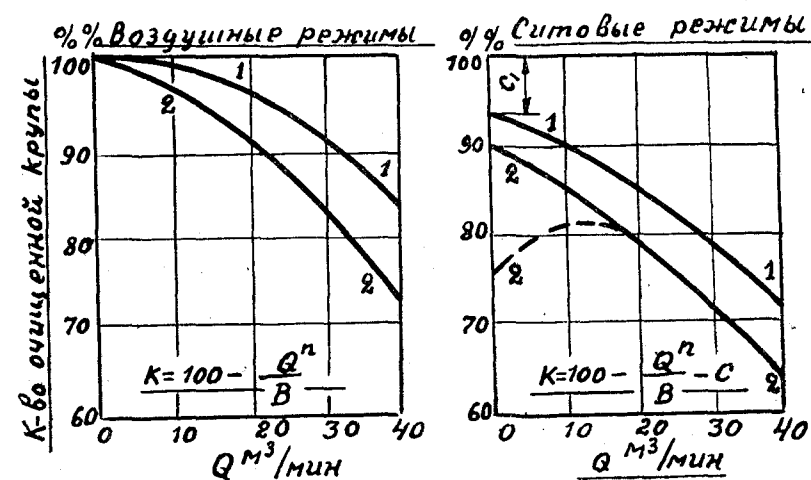


Рис. 3. Основные виды режимов работы ситовейки в графическом изображении их (кривые выхода крупки).

Воздушные режимы характеризуются кривой выхода крупы, исходящей из точки 0—100%. Течение кривой (1 или 2) зависит от степени густоты сит и нагрузки их: чем более густы сита и чем более нагружены они продуктом, тем ниже проходит кривая (2) выхода крупки.

Ситовые режимы характеризуются кривой выхода крупы, обязательно имеющей точку 0—K_к, меньшую 100%, и проходящей точно так же тем ниже, чем гуще сита и чем более нагружены они (сплошная 2' в сравнении с 1). Следует отметить, что для некоторых видов крупок воздух ощутительно

увеличивает выход очищенной крупки (пунктирная 2), улучшая условия самосортирования продукта на сите, резко увеличивая севкость сит.

Так как основной целью данной работы являлось исследование эффективности работы ситовеек в зависимости от аспируемых от них объёмов воздуха, то поэтому все характеристики работы ситовеек в различных условиях даны в последующем изложении в зависимости от Q ; лишь только попутно, по мере крайней необходимости, частично рассмотрены вопросы влияния на работу вейки и других факторов (например, нумерации сит, нагрузки их и т. п.).

Найденное нами уравнение кривой выхода крупки для воздушных режимов может быть представлено в виде

$$K_k = 100 - \frac{Q^n}{B} \% ; \quad (3)$$

то же для ситовых режимов:

$$K_k = 100 - \frac{Q^n}{B} - C \% , \quad (4)$$

где B и C — постоянные, зависящие от соотношения между составом крупки, нумерацией и нагрузкой сит, а также наклоном сита и подвесок его; физический смысл постоянной C — сход с сита вейки при $Q = 0$ (см. рис. 3); n — показатель степени, больший единицы.

Общим является выражение для ситового режима (4), ибо выражение для воздушных режимов (3) является частным случаем его при $C = 0$.

Так как область ситовых режимов значительно обширнее области воздушных режимов, то для изучения особенностей различных режимов работы вейки нам представляется целесообразным разграничить эту большую область на две меньших:

1 — область высоких ситовых режимов работы вейки, характеризующаяся более высоким выходом очищенных крупок, чем

2 — область низких ситовых режимов.

Границей этих двух областей (рис. 4) принята кривая $K_k - Q$, проходящая через точку $K_k = 90\%$ при $Q = 0$. Точка эта избрана условно, исходя, однако, из следующих соображений: наиболее распространённые для ситовых режимов пределы колебаний выхода крупки при $Q = 0$ заключаются между 80% и 100% ; точка $K_k = 90\%$ при $Q = 0$ делит всю

область употребительных ситовых режимов, примерно, пополам.

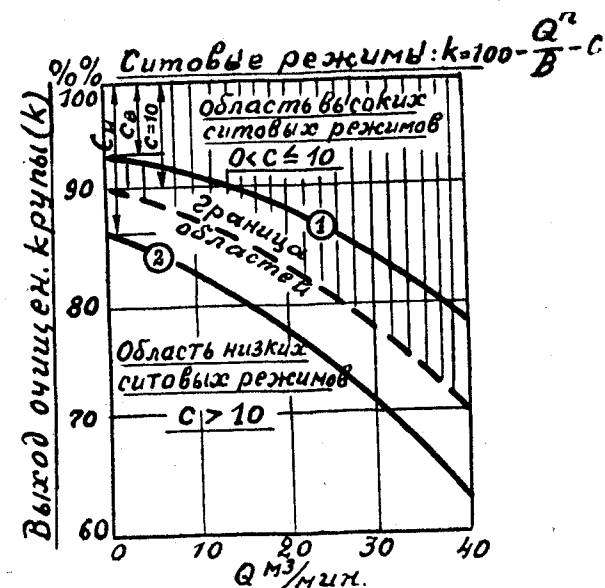


Рис. 4. Области высоких и низких ситовых режимов работы ситовейки.

Область высоких ситовых режимов характеризуется величиной C (формула 4), заключающейся в пределах

$$0 < C \leq 10\% ,$$

а область низких ситовых режимов — $C > 10\%$.

Таким образом, при двух основных видах режимов мы имеем три характерных режима работы ситовейки, показанных на рис. 5. 1 — воздушный режим; 2 — высокий ситовой режим; 3 — низкий ситовой режим.

Найденные нами значения величин B , C и n определены экспериментальным путём; очередной задачей последующих работ в этой области является аналитическое определение этих величин в зависимости от соотношения между составом крупки, нумерацией и нагрузкой сит и другими факторами.

Установленные выше два основных режима работы ситовейки, воздушный и ситовой, различаются между собой не только кривыми выхода, но и кривыми качества очищенной крупки.

Изображённые на рис. 3 кривые выхода крупки определяют собою характер изменения качества (зольности) крупки в зависимости от аспирируемых объёмов воздуха аналитически обоснованный следующими теоретическими соображениями; медленное вначале падение кривой $K_k - Q$, т. е. малое

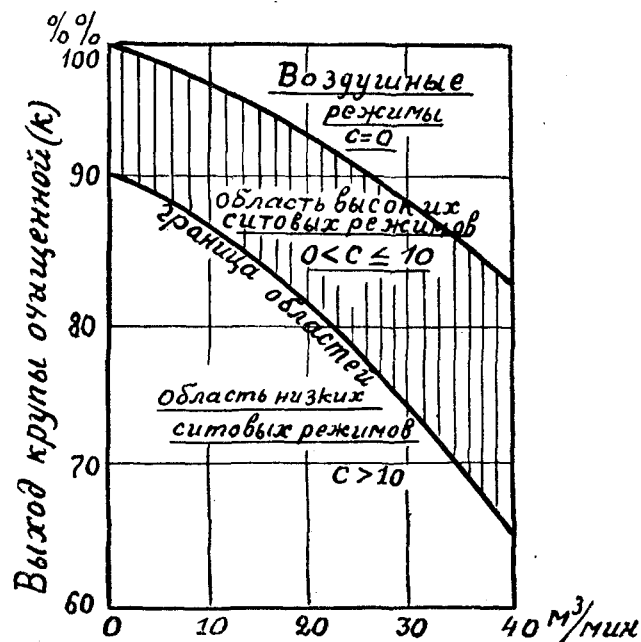


Рис. 5. Три характерных режима работы ситовейки: воздушный режим, высокий ситовой режим и низкий ситовой режим.

уменьшение выхода крупки и более крутое падение кривой $a_k - Q$ (рис. 2), т. е. весьма интенсивное при малых Q уменьшение зольности крупки, неизбежно обуславливается происходящим при этом отделением свободных оболочек, имеющих относительно малый вес и высокую зольность; однако, по мере освобождения крупки от свободных оболочек, падение относительной зольности должно замедляться, и кривая её должна стремиться к некоторому пределу при любом дальнейшем увеличении объема воздуха и связанном с ним уменьшении выхода крупки, который должен снижаться весьма интенсивно уже за счёт уноса тяжёлых добротных частиц в отходы и сход. Таким пределом в случае наличия в поступающей смеси

лишь только свободных оболочек является относительная зольность чистого эндосперма; при одновременном наличии связанных оболочек, предел этот тем выше, чем большее количество «краснобоких» частиц содержится в смеси, поступающей на вейку.

Общий характер кривых качества очищенной крупки, соответствующий произведенному выше анализу, показан на рис. 6 и различается для двух основных видов режима следующим: для воздушных режимов

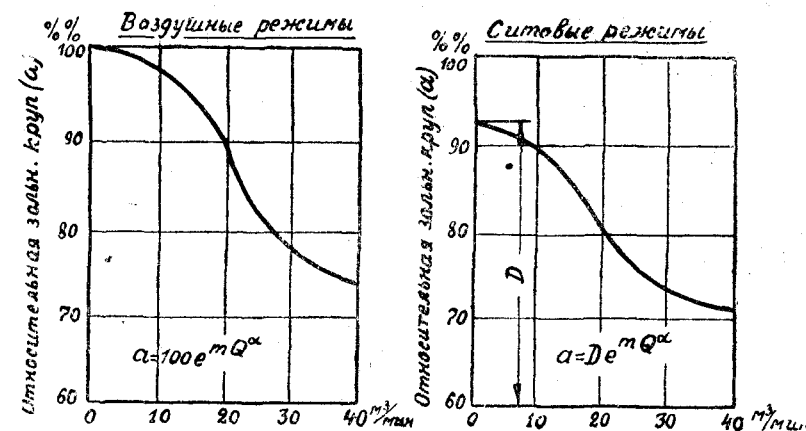


Рис. 6. Основные виды режимов работы ситовейки в графическом изображении их (кривые — качества крупки).

при $Q = 0$, $K = 100\%$ и, следовательно, $a_k = 100\%$; для ситовых режимов

при $Q = 0$, $K_k < 100\%$, и, следовательно, $a_k < 100\%$.

В остальном характер кривых $a_k - Q$ должен быть общим для обоих режимов, соответствующим общности характера кривых $K - Q$ и проведенному выше анализу процесса.

Полученное нами приближенное уравнение кривой относительной зольности очищенной крупки (кривой $a_k - Q$) может быть представлено для воздушных режимов в виде

$$a_k = 100e^{-mQ^\alpha}, \quad (5)$$

а для ситовых режимов

$$a_k = De^{-mQ^\alpha}, \quad (6)$$

где e — основание натуральных логарифмов;

D и m — постоянные, зависящие от тех же соотношений, что и величины B и C ;

α — показатель степени, большой единицы.

Как и для выражений K_k (3 и 4), общим является выражение для ситовых режимов, т. е. выражение 6, в котором $D = a_k$ при $Q = 0$, и численно легко определяется опытным путём. В частном случае воздушных режимов $D = 100$, ибо при них, по самому определению вида режима $K_k = 100\%$ и $a_k = 100\%$ при $Q = 0$.

Следует отметить, что приведенные выше выражения a_k (5 и 6), будучи относительно простыми по своему виду, недостаточно хорошо отражают характер зависимости между a_k и Q , нуждаясь в дальнейшем уточнении, которое, будучи найденным нами, приводило, однако, к значительному усложнению вида выражений a_k в зависимости от Q .

Зная общий вид K_k и a_k , мы можем определить общий вид показателя технологической эффективности работы вейки, а именно:

$$E = \frac{100 - \frac{Q^n}{B} - C}{De^m Q^\alpha} \quad (7)$$

или для частного случая воздушного режима

$$E = \frac{100 - \frac{Q^n}{B}}{100e^m Q^\alpha} \quad (8)$$

Общий характер кривых $E - Q$ показан на рис. 7 для обоих основных режимов работы ситовейки. По понятным причинам кривая $E - Q$ при $Q = 0$ начинается для воздушных режимов обязательно от $E = 1$, а для ситовых режимов, как правило, от $E \leq 1$ (лишь только в виде исключения при $K_k = a_k = 100$ кривая для ситовых режимов может начинаться также от $E = 1$).

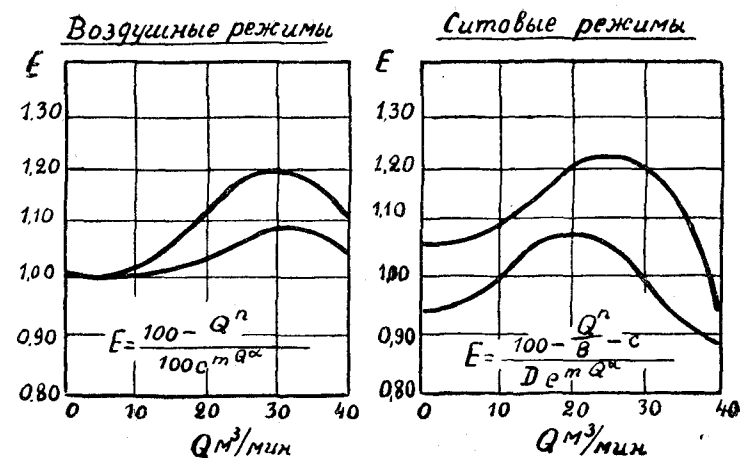


Рис. 7. Показатель технологической эффективности ситовейки для основных видов режимов работы её.

Результаты производственных исследований работы ситовеек

Исследования работы ситовейки, в основу которых положены приведенные выше теоретические положения, выполнены на средней, крупной и мелкой крупках в производственных условиях на половине двойной вейки «Главпродмаш» завода имени Воробьева, выпуска 1939 года.

Кинематические параметры сита во всё время испытаний были постоянны и имели следующие значения: а) число колебаний сита — 440 в минуту; б) амплитуда колебаний сита — 5 мм; в) уклон сита — $2^\circ 30'$; г) уклон подвесок от вертикали у приёмного и разгрузочного концов сит — 5° .

Положение клапанов для регулирования объёмов воздуха было предварительно найдено установочными экспериментами, а именно: второй, третий и четвёртый клапаны, считая от приёма были открыты полностью, а первый и пятый на 70%.

В нашем исследовании каждая отдельная серия опытов представляет собой нахождение $E = f(Q)$, т. е. определение экспериментальной зависимости между показателем технологической эффективности и объёмом воздуха при постоянной нагрузке, постоянной нумерации сит и при достаточно постоянном физическом составе крупок.

Результаты исследований по средней крупке приведены на трех сводных графиках (рис. 8, 9, 10).

На рис. 8, 9 изображены пять серий опытов на средней крупке с недосевом 7,9—9,6%. На рис. 10 три серии опытов с недосевом — 33,2%.

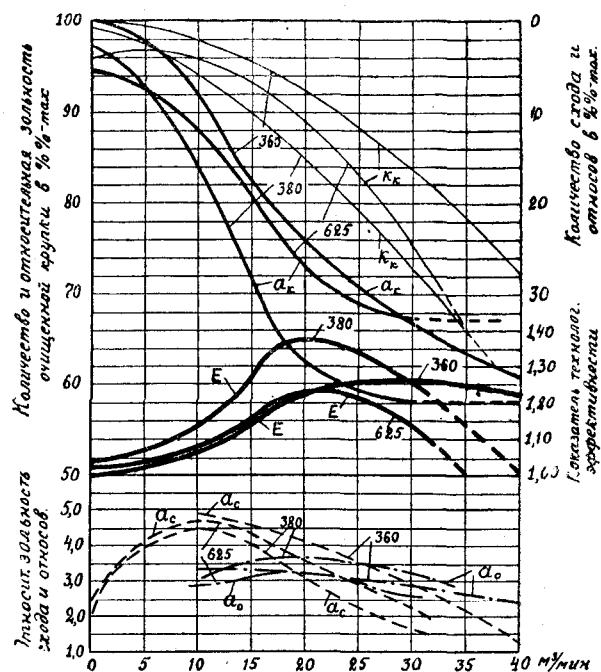


Рис. 8. Показатель технологической эффективности работы ситовой вейки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для средней крупки 105/150 (недосев — 7,9—9,6%) при следующих нагрузках и наборах сит:

360 кг/час $\times$ м² — 145 — 130 — 110 — 100;
380 » » » — 145 — 130 — 110 — 105;
625 » » » — 140 — 120 — 105 — 100.

Каждая серия опытов представлена пятью кривыми, характеризующими изменения в зависимости от объёмов воздуха, аспирируемых от вейки, количества и относительной зольности очищенной крупки, показателя технологической эффективности работы вейки, относительных зольностей сходов и отбросов (количество сходов и отбросов определялось в каждом отдельном опыте, но не показано на графике из соображений упрощения его чтения).

Характер изменения основных трёх кривых, выхода крупки, относительной зольности и показателя технологической

эффективности для всех серий опытов подчиняются общим законам, описанным приведенными выше уравнениями, и отличаются только значениями постоянных.

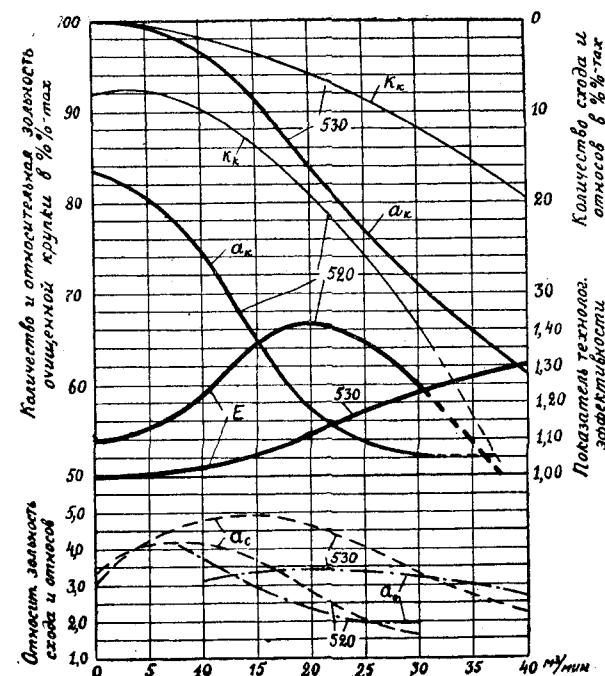


Рис. 9. Показатель технологической эффективности работы ситовой вейки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для средней крупки 105/150 (недосев — 7,9—9,6%) при следующих нагрузках и наборах сит:

530 кг/час $\times$ м² — 140 — 120 — 105 — 100;
520 кг/час $\times$ м² — 145 — 130 — 105 — 100.

Закономерности изменения выхода продуктов ситовой вейки

Количество очищенной крупки изменяется следующим образом: если при выключенной аспирации количество прохода равно 100%, то с увеличением объёма воздуха выход крупки уменьшается вначале незначительно, а затем, при дальнейшем увеличении объёма воздуха, снижение выхода крупки протекает всё более и более интенсивно. Так, например, в серии опытов при нагрузке 360 кг/м² час (рис. 8, кривая 360) при увеличении объёма воздуха с 10 до 20 м³/мин. выход крупки снижается на 5,4%, а при увеличении объёма воздуха на те же 10 м³/мин, но в пределах от 20 до 30 м³/мин выход крупки снижается на 10,3%.

Количество сходно растёт быстрее, чем количество отсосов; рост этот увеличивается при переходе от воздушного режима к ситовому и тем в большей степени, чем ярче выражен ситовый режим.

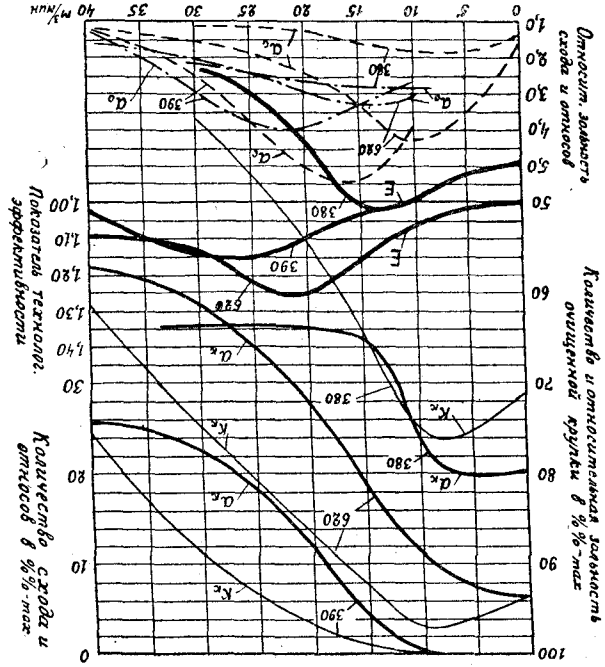


Рис. 10. Показатель технологической эффективности работы ситовыхки в зависимости от асфальтированных отбегов воздуха для средней крупности 105/150 (нефасе) — 33,2%) при среднем показании на шкале и напорах сит: 380 кг/час $\times$ м — 145 — 140 — 130 — 110; 390 и 620 » » — 145 — 130 — 110 — 105.

Так, например, количества сходов и откосов при воздушном режиме и нагрузке — $360 \text{ кг/м}^2 \times \text{час}$ и при ситовом режиме и нагрузке — $380 \text{ кг/м}^2 \times \text{час}$ получаются следующие:

Объём воздуха аспирируе- мые от вейки с шириной сит 500 мм в м³/мин		Количество сходов в %	Количество относов в %
	360	380	360
	0	0	0
	10	1,0	0,9
	20	4,5	3,3
	30	9,2	8,1
40	15,1	—	11,7

В общем виде наименее выхода крутки для случая воз-
душного режима было дано выше уравнением (3).
В применении к серии экспериментов, изображённых на
рис. 10 кривой 390, $n = 2,98$, $B = 2386$.
О степени соответствия рекомбинированного выражения (3)
фактическим показателям работы веки можно судить по
следующим данным:

Значения K_k по ф-ле (3)	σ м ³ /мин
100,0	0
99,6	10
98,7	15
96,8	20
94,2	25
89,5	30
75,6	40

Постоянная В и показатель степени n, в зависимости от физического состава крупки, нумерации сит, нагрузки на них и других факторов, принимают и другие значения, но общий закон изменений К_в в зависимости от объёма воздуха для воздушного режима, остаётся неизменным.

Количество схода растёт быстрее с увеличением объёма воздуха, нежели количество тяжёлых отбросов. С изменением только лишь объёма воздуха при любой иной постоянной нагрузке, или любом другом постоянном напоре сит (см. нн-же), количественный баланс продуктов веки не меняется точно, как это было показано на примере (рис. 10), т. е. в соответствии со следующей общей закономерностью: выход крупки снижается пропорционально увеличению отсыреваемого объёма воздуха в степени большей единицы.

Закономерности изменения качества продуктов ситовейки

Условия самосортирования или, точнее, рассеивания продукта на сите по мере увеличения объема воздуха уличаються. Лётики воздуха, пронизывая сито и лежащий на нём слой продукта, разрыхляют и превращают его в квазинизкое состояние, вследствие чего увеличивается подвижность продукта и возможность отгнанных частей, обладающих большей плотностью, перемещаться из нижних в верхние слои, и наоборот.

рот, частицам, обладающим меньшей парусностью, перемещается под влиянием силы тяжести из верхних в нижние слои, и далее проваливаться сквозь ячейки сит.

Увеличение объема воздуха снижает относительную зольность очищенной крупки путём:

1 — отделения воздушными потоками свободных оболочек, преимущественно в виде относов;

2 — взвешивания над ситом связанных оболочек в виде схода.

Этими двумя путями уменьшается выход очищенной крупки и понижается относительная зольность её.

В общем виде изменение относительной зольности крупки для случая воздушного режима было дано выше (уравнением 5).

В применении к серии экспериментов, изображённых на рис. 10, кривой 390, $m = 0,001$ и $\alpha = 1,6$.

О степени соответствия упрощённого выражения (5) фактическим показателям работы вейки можно судить по следующим данным:

Q м³/мин	Значение a_k по формуле (5) в %	Факт. получен. значения a_k в %
0	100,0	100,0
10	96,0	99,0
15	94,5	94,5
20	88,5	86,9
25	84,0	81,6
30	79,4	76,8
40	70,0	73,9

Экспериментальные исследования на средней крупке, результаты которых представлены на рис. 8, 9 и 10, полностью подтверждают описанные изменения качества очищенной крупки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха; относительные зольности схода и относов вначале растут до некоторого предела Q и затем падают за счёт уноса эндосперма при повышенных скоростях воздуха.

Характер изменения показателя технологической эффективности

Кривая показателя технологической эффективности имеет более резкий перепад при ситовых режимах (кривые 380, 520,

620, рис. 8, 9, 10) и более плавный при воздушных (кривые 360, 530, рис. 8 и 9).

Максимальные значения показателя технологической эффективности при ситовых режимах достигаются при меньших расходах воздуха, $E_{\max} = 1,36$ при 20 м³/мин (кривая 380, рис. 8), $E_{\max} = 1,41$ при 20 м³/мин (кривая 520, рис. 9), чем при воздушных режимах $E_{\max} = 1,25$ при 25—30 м³/мин и $E_{\max} = 1,30$ при 40 м³/мин (кривые 360 и 530, рис. 8 и 9).

Как уже отмечалось выше, условия расслоения крупок на ситах вейки улучшаются по мере увеличения объема аспирируемого воздуха, но в пределах Q при которых показатель технологической эффективности находится в пределах $E_{\max} \div E_0$ относительная зольность сходов и относов при этом достаточно высокая 3,0—4,0 и выше, а относительная зольность прохода низкая при сравнительно высоком выходе. При дальнейшем увеличении объема отсасываемого воздуха, при значениях $E < E_0$, показатели количественного и качественного состава продуктов вейки, особенно при $E < 1$, резко ухудшаются; выход крупок значительно снижается за счёт увеличения сходов и относов, относительная зольность которых уменьшается в связи с уносом частиц эндосперма и может доходить до зольности поступающего продукта (кривые 360, 380, 620, рис. 8 и 10).

Рассмотрение результатов серий опытов (рис. 8, 9 и 10) показывает, что лучшие условия рассортирования продуктов при лучших количественных и качественных показателях их, а также при меньшем расходе воздуха достигаются при работе ситовой вейки на высоком ситовом режиме (кривые 380 и 625, 520 и 620, рис. 8, 9, 10).

Такие же или близкие к ним результаты работы ситовой вейки могут быть достигнуты и при работе на воздушном режиме, но только при большем расходе воздуха (кривые 360 и 530, рис. 8 и 9 и кривые 390, рис. 10), равном 25—40 м³/мин при $E = \max$, в то время как при высоких ситовых режимах расход воздуха равен 15—20 м³/мин при $E = \max$.

Низкие ситовые режимы хотя и дают $E = \max$ при небольших расходах воздуха, например 15 м³/мин (кривая 380, рис. 10), однако условия сортирования продуктов при этом крайне низкие, что объясняется увеличением подвижности продукта на сите с увеличением аспирируемого от вейки объема воздуха.

Низкий ситовой режим характеризуется большим количеством схода (при Q = 0, $K_c = 28,9\%$, рис. 10). Небольшие изменения в сторону увеличения Q вызывают резкое падение выхода очищенной крупки (кривая — K_k), быстрый рост количе-

ства сходов (кривая K_c), при этом воздушные потоки не успевают рассортировать продукты по качеству, что приводит к низкому эффекту работы вейки.

В зависимости от требований, предъявляемых к вейке схемой помола, её работу следует вести при том или ином значении E , но обязательно находящемся на нисходящей ветви кривой $E - Q$, в пределах значений $E_{\max} \div E_0$.

При значениях $E < E_0$ на нисходящей ветви кривой $E - Q$ эффект работы вейки резко снижается за счёт попадания в срод тяжёлых отбросов чистых крупок, т. е. за счёт эндосперма.

Поэтому проектировать вейки и вентиляционные установки для них следует исходя из объёмов воздуха, полученных при значениях $E = E_0$ и определяемых уравнением (2).

Влияние нумерации сит на работу ситовой вейки

Нумерация набора сит вейки зависит не только от физических свойств поступающего продукта (гранулометрический состав, зольность и т. п.) и требований, предъявляемых к вейке технологическим процессом, но также тесно связаны с нагрузкой на единицу ситовой поверхности.

При работе вейки на данной крупке, нумерация сит обуславливает собой воздушный или какой-либо ситовой режим работы вейки и, следовательно, технологический эффект её.

Так, например, при работе ситовой вейки при нагрузках 360 и 380 кг/м² час (рис. 8) набор сит 145—130—110—100 обуславливает воздушный режим работы вейки, что указывает на редкую нумерацию набора сит, сход с сит равен нулю при выключенной аспирации, при этом $E_{\max} = 1,25$; набор сит 145—130—110—105 обуславливает высокий ситовой режим (сход равен 0,7% при $Q = 0$), при этом технологический эффект выше, $E_{\max} = 1,37$ при меньшем расходе воздуха.

Разрежение сит до 140—120—105—100 на этом же продукте даёт возможность повысить нагрузку до 625 кг/м² час (рис. 8) и до 520 кг/м² час (рис. 9) при достаточно высоком технологическом эффекте.

На крупках с большим недосевом в 33,2% при нагрузке 380 кг/м² час сгущение сит до 145—140—130—110 обуславливает низкий ситовой режим (кривая 380, рис. 10) и, следовательно, низкий технологический эффект работы вейки ($E_{\max} = 1,03$).

Низкий ситовой режим ($K_c = 28,9\%$ при $Q = 0$) показывает на необходимость разрежения сит.

Действительно, набор сит 145—130—110—105 повышает эффект работы вейки до $E_{\max} = 1,15$ (кривая 390, рис. 10), однако, вейка при этом работает в области воздушного режима.

Для этой нагрузки 390 кг/м² час этот набор сит оказался редким, в то же время для 620 кг/м² час (кривая 620, рис. 10) он обеспечивает высокий ситовой режим и хороший технологический эффект $E_{\max} = 1,25$.

Один и тот же набор сит для одних и тех же крупок может быть и редким и густым в зависимости от нагрузки ситовой поверхности.

Выше мы установили, что наилучший технологический эффект наблюдается при работе вейки на высоком ситовом режиме.

Следствием этого вывода является следующий рекомендуемый нами, практический приём эффективного подбора сит: выключив аспирацию вейки, подбирают такие номера сит, которые дают сход с сит не превышающий 10% ($0 < K_c < 10\%$).

Такой подбор сит для данной крупки гарантирует выгодное сочетание нумерации сит и нагрузки, т. е. работу ситовой вейки на высоком ситовом режиме. Высокий ситовой режим, в свою очередь, обеспечивает область высокоэффективной работы (в пределах $E_{\max} - E_0$) при меньшем расходе воздуха (кривые 380 и 625, рис. 8; кривая 520, рис. 9; кривая 620, рис. 10).

Основные результаты исследования вейки на средних крупках

Из рассмотренных опытов, проведенных на средних крупках, можно сделать следующие выводы.

1. Работу ситовой вейки следует вести только в области высоких ситовых режимов.

2. Для получения оптимального технологического эффекта при меньшем расходе воздуха сита на вейке следует подбирать так, чтобы наличие схода при выключенной аспирации было в пределах 3—10%, что явно обеспечивает высокий ситовой режим.

Сита на вейке следует считать редкими, если сход с сит при выключенной аспирации менее 3% (переход в область воздушных режимов); сита на вейке — излишне густые, если сход с сит при выключенной аспирации превышает 10% (переход в область низких ситовых режимов).

3. Нагрузка на 1 кв. метр ситовой поверхности допустима в широких пределах (в наших опытах) от 170 до 800 кг/м² час *);

*) Исследования при нагрузках в 170 и 800 кг/м² час не приведены на графиках. Однако изменения количественных и качественных показателей работы ситовой вейки в зависимости от Q аналогичны приведенным на рис. 8, 9 и 10.

наиболее высокий технологический эффект работы ситовой вейки получен при нагрузке 500 кг/м² час.

4. Для достижения одного и того же технологического эффекта необходимо меньшее количество воздуха при больших нагрузках при постоянном наборе сит.

5. Количество воздуха, необходимое для получения области высокоэффективной работы при высоком ситовом режиме ситовой вейки равно 40—55 м³/мин на один метр ширины сит или 22—30 м³/мин на один кв. метр ситовой поверхности.

Результаты исследования работы ситовой вейки на мелких крупках

Из результатов очистки мелких крупок мы приводим данные только четырех серий опытов при нагрузках 280 и 400 кг/м² час, набор сит 180—165—160—145 и при нагрузках 290 и 380 кг/м² час, набор сит 170—160—145—140 (рис. 11 и

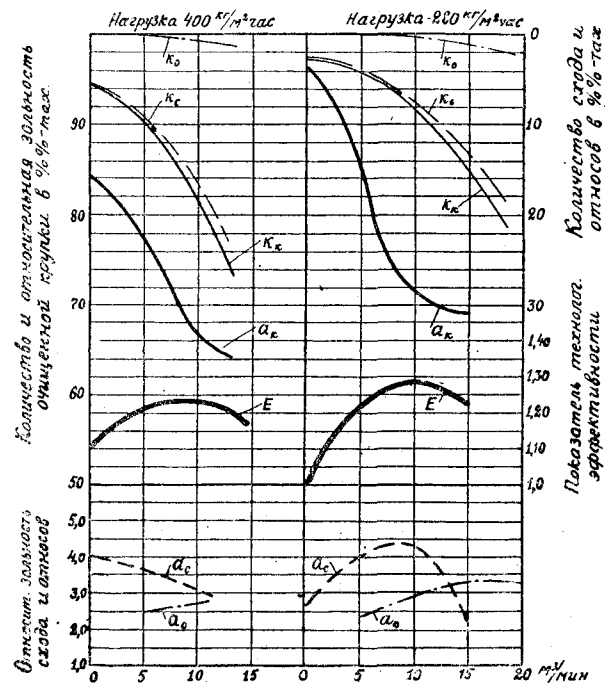


Рис. 11. Показатель технологической эффективности работы ситовой вейки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для мелкой крупки 150/180 при 480 и 280 кг/час $\times$ м² и наборе сит: 180—165—160—145.

12). Исследуемая крупка получена с сит 150/180, первой, второй и третьей драных систем, с недосевом в 17,2% (в том числе муки — 1,2%) и зольностью — 0,61 : 0,65%.

Рассмотрение результатов опытов, приведенных на рис. 11 и 12, подтверждает, что изложенные выше общие закономер-

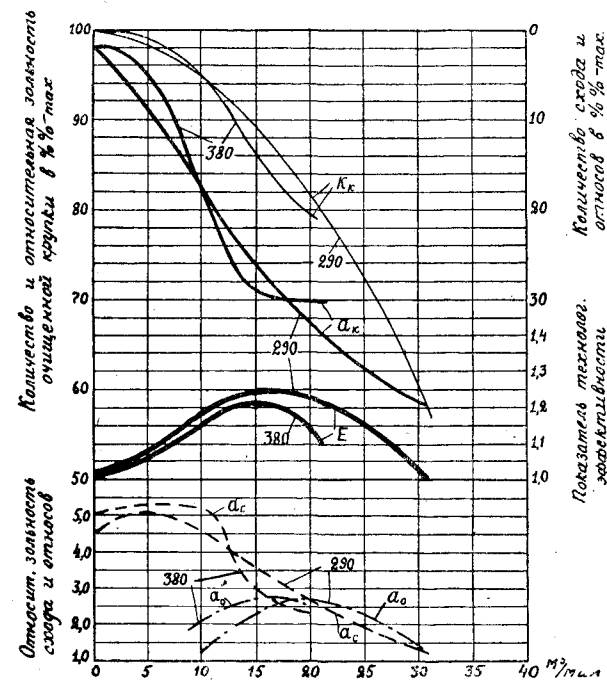


Рис. 12. Показатель технологической эффективности работы ситовой вейки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для мелкой крупки при 290 и 380 кг/час $\times$ м² и наборе сит: 170—160—145—140.

ности изменений количественных и качественных показателей работы ситовой вейки и правило подбора сит остаются справедливыми и для мелких крупок.

Однако максимальные значения показателя технологической эффективности, как и область высокоэффективной работы, достигается при меньших расходах воздуха, нежели на средних крупках.

Принимая $m = 0,5$ в уравнении (2), область высокоэффективной работы ситовой вейки на мелких крупках при высоких ситовых режимах (кривая 400, рис. 11 и кривая 380, рис. 12) получена при меньших расходах воздуха 10—17 м³/мин, в то время, как для воздушных режимов область высокоэффективной

Значения показателя технологической эффективности в области высоких ситовых режимов так же, как и для средних крупок, выше $E_{\max} = 1,24-1,29$ (рис. 11), чем при воздушных режимах, при которых значения $E_{\max} = 1,20-1,25$.

Исследование работы ситовойки на крупных крупах

Исследования проведены на крупных крупках 75/120 первой и второй драных систем с недосевом в 28,0%, зольностью 1,18—1,26%. Мы приводим только четыре серии опытов (рис. 13 и 14): при воздушном режиме — кривая 570, при низком

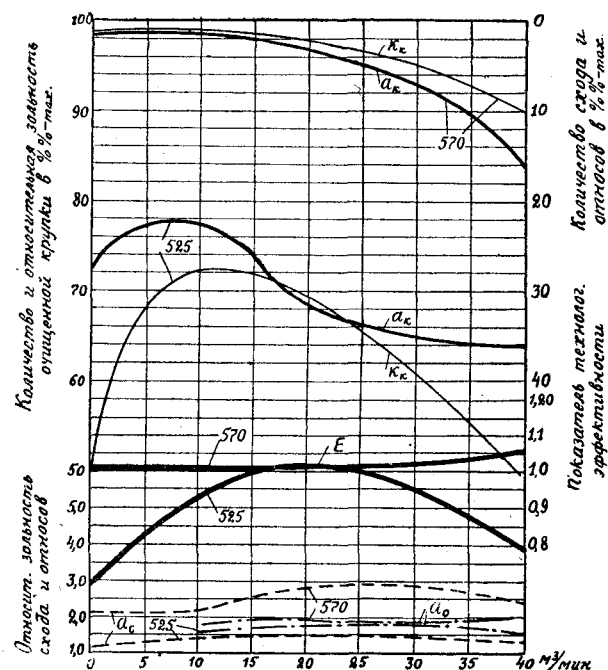


Рис. 13. Показатель технологической эффективности работы ситовойки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для крупной крупки 75/120 (недосев — 28%) при 525 и 570 кг/час $\times$ м² и наборе сит: 100 — 90 — 75 — 70.

Как воздушный режим работы ситовойки (кривая 570, рис. 13), так и низкий ситовой режим (кривая 525, рис. 13) в технологическом отношении мало эффективны. Высокий ситовой режим при нагрузках 440, 720 кг/м² час резко повышает техно-

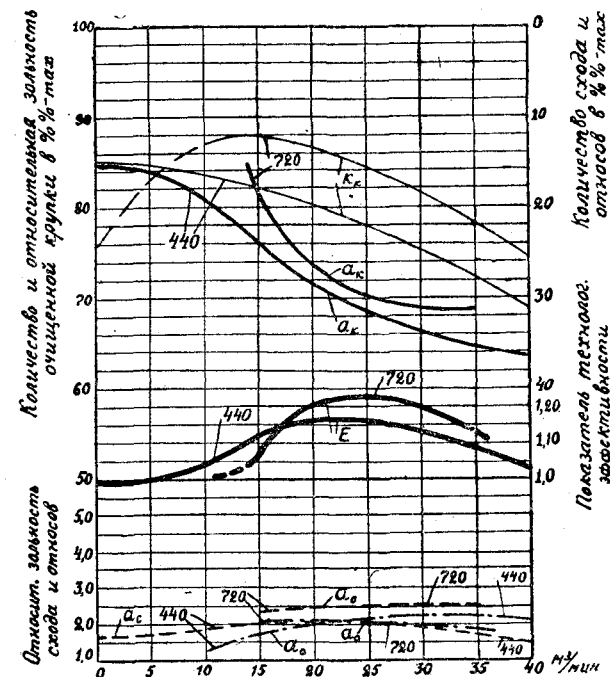


Рис. 14. Показатель технологической эффективности работы ситовойки в зависимости от аспирируемых объемов воздуха для крупной крупки 75/120 (недосев — 28%) при 440 кг/час $\times$ м²; сита: 100—90—75—75 при 720 кг/час $\times$ м²; сита: 110—105—90—70.

логический эффект (рис. 14) и подтверждает, как и опыты, приведенные на фиг. 13 общие закономерности работы ситовойки, изложенные выше.

Количество воздуха, необходимое для достижения работы ситовойки на крупных крупках в области высокоэффективной работы в пределах $E_{\max} - E_0$ даже при $m = 0,75$, требует больших расходов воздуха, чем для средних крупок, а именно: 25—32,5 м³/мин.

Обращает внимание подъём выхода крупок при увеличении объёма воздуха с 0 до 10 м³/мин (кривая 525, рис. 13), что

объясняется воздействием воздушной струи, как фактора, повышающего севкость сит при существующей конструкции щеток для очистки сит.

ВЫВОДЫ

1. Показатель технологической эффективности, принятый в нашей работе $E = \frac{K_k}{a_k}$, даёт возможность более определённо и объективно оценить технологический эффект работы вейки, благодаря доказанному наличию у этой величины выраженного максимума, величина и положение которого зависит от условий работы ситовой вейки.

2. Работа ситовой вейки может протекать в следующих областях её двух основных видов режимов — воздушного и ситового:

- 1 — в области воздушных режимов;
- 2 — в области высоких ситовых режимов и
- 3 — в области низких ситовых режимов.

3. Область воздушных режимов работы ситовеек характеризуется разделением поступающего на вейку продукта только лишь воздействием воздушных потоков.

Воздушный режим работы ситовой вейки обусловлен таким подбором сит для данной нагрузки и размеров частиц поступающей крупки, при котором с выключением аспирации сход с сита вейки отсутствует ($K_c = 0$, $K_k = 100\%$).

Все остальные возможные режимы работы ситовой вейки, при которых сход с выключением аспирации продолжает оставаться большим нуля ($K_c > 0$), являются ситовыми режимами работы.

Переход воздушного режима в ситовой может быть достигнут и без сгущения сит вейки, а именно — увеличением удельной нагрузки поверхности тех же сит.

4. Область высоких ситовых режимов работы ситовеек характеризуется разделением поступающего на вейку продукта, одновременной и гармоничной работой воздушных потоков и сит вейки.

Область эта характеризуется таким соответствием между плотностью сит, нагрузкой их и размерами частиц поступающих крупок, при котором количество схода с выключением аспирации доходит, примерно, до 10%. ($0 < K_c < 10$) для мелкой и средней крупки, до 25% для крупной крупки.

5. Область низких ситовых режимов работы ситовеек характеризуется разделением поступающего на вейку продукта, главным образом, при помощи сит.

Уменьшение роли воздушных потоков в этой области определяется таким несоответствием между плотностью сит, нагрузкой их и размерами частиц поступающих круп, при котором с выключением аспирации количество схода превышает величины, указанные в предыдущем пункте.

6. Практическое правило подбора сит может быть формулировано следующим образом: выключив аспирацию вейки, определяют количество схода с сит ($K_c\%$); если величина находится в пределах:

- для крупной крупки — $10\% < K_c < 25\%$;
- » средней крупки — $3\% < K_c < 10\%$;
- » мелкой крупки — $0 < K_c < 10\%$;

то сита подобраны в соответствии с заданными нагрузкой и размерами фракций поступающего продукта, т. е. обеспечено наличие высокого ситового режима работы вейки.

7. Допустимая нагрузка на один кв. метр ситовой поверхности колеблется в широких пределах при обязательном условии работы ситовой вейки в области высоких ситовых режимов.

В качестве ориентировочных нагрузок при проектировании технологического процесса можно рекомендовать:

- для крупной крупки 500—700 кг/м² час;
- » средней » 400—500 » »
- » мелкой » 300—350 » »

8. Чем больше размер частиц данной фракции крупки, тем меньше изменение в технологическом эффекте вызывает регулирование объёма воздуха, аспирируемого от вейки, или с увеличением размеров частиц крупки технологический эффект работы вейки более устойчив, будучи менее зависимым от аспирации вейки.

9. Количество воздуха, достаточное для достижения оптимального технологического эффекта, равно для двойной ситовой вейки типа «Реформ» завода им. Воробьёва:

- для крупных крупок — 50—65 м³/мин,
- » средних » 40—55 »
- » мелких » 20—35 »

10. Количество воздуха, необходимое для достижения оптимального показателя технологической эффективности при работе ситовой вейки на постоянном наборе сит уменьшается с увеличением нагрузки.

11. Недосев в крупке резко снижает технологический эффект работы веек, что особенно ярко выражено для мелкой крупки. На ситовой вейке следует направлять продукты с возможно меньшим недосевом, что значительно увеличивает технологический эффект работы их.

12. Очистка сит щётками, осуществлённая в ситовейках ти-

па «Реформ» завода им. Воробьева, недостаточно эффективна, и поэтому воздух, пронизывающий сита, является фактором, повышающим севкость их.

Воздух повышает севкость сит вейки в степени тем большей, чем крупнее частицы поступающего продукта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Инж. П. П. Тарутин, инж. П. Т. Эйдуз и инж. В. В. Сенаторский — Упрощение веечного процесса в схеме помола пшеницы. Труды Всесоюзного Научно-Исследовательского Института зерна и продуктов его переработки, вып. 10, 1933 г.
2. Инж. Е. П. Козьмина — Материалы по исследованию вейки, 1941 г. (диссертация).
3. Инж. Р. Р. Галицкий — Влияние нагрузки на эффект очистки круп на вейках, 1941 г. (диссертация).
4. Проф. П. А. Козьмин, инж. П. Т. Эйдуз, доц. Г. О. Барер, инж. Е. П. Козьмина — Мукомольное производство, 1940 г.

Канд. физико-математ. наук, доцент И. Л. РОЙХ

КИНЕТИКА ВЫДЕЛЕНИЯ ФОТОГРАФИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ АТМОСФЕРНОЙ КОРРОЗИИ МЕТАЛЛОВ

Введение

Целый ряд металлов способен произвести действие, подобное свету, если освободить их от поверхностной пленки окисла и поместить на небольшом расстоянии (порядка миллиметров) от чувствительной эмульсии фотопластины.

У нас исследованием фотографического действия металлов впервые начал заниматься А. А. Ульянов [1, 2], являющийся учеником академика В. А. Кистяковского. В. А. Кистяковский ожидал наличия электромагнитного излучения в процессе атмосферной коррозии, в связи с этим и были предприняты упомянутые исследования А. А. Ульянова.

Ожидавшееся В. А. Кистяковским электромагнитное излучение действительно существует в виде ультрафиолетовых лучей крайне слабой интенсивности, которое по этой причине и не могло быть обнаружено фотографическим путем. Покуда наиболее чувствительным оказался митогенетический метод, с помощью которого нам удалось установить наличие ультрафиолетового излучения и его спектр для некоторых металлов.

Что же касается фотографического действия металлов, то оно обязано не лучам, а частицам, которые по нашим исследованиям являются молекулами перекиси водорода.

Наиболее вероятным происхождением упомянутых частиц является атмосферная коррозия, в процессе которой они, повидимому, возникают.

Исследование кинетики выделения фотографически активных частиц и сравнение с кинетикой атмосферной коррозии должно показать существование связи между указанными процессами.

Методика постановки опытов

Суть опытов заключается в том, чтобы через равные промежутки времени перемещать металл, установленный под фотопластинкой [3]. Тогда, после проявления, получим такую интенсивность почернения, которая успела накопиться за время нахождения металла под данным местом фотопластинки. Скорость процесса поверхностного окисления со временем меняется, поэтому можно было ожидать появления изображения с различной оптической плотностью.

Поскольку эти опыты носят количественный характер, их постановка требовала особой тщательности. Самое главное заключалось в том, чтобы при перемещении сохранялось неизменным расстояние между фотопластинкой и металлом. Изменение этого расстояния делает совершенно бессмысленным проведение такого рода исследований, ибо как установлено [4], вертикальное распределение упомянутых частиц в воздухе подчиняется экспоненциальному закону:

$$n = n_0 e^{-\alpha h},$$

где n — число частиц, попадающих на фотопластинку, расположенную на расстоянии h от поверхности металла.

Постановка опытов понятна из рис. 1. А—А тщательно выверенные направляющие; В — стеклянная камера, которую перемещают вдоль направляющих; С — металлические опилки; D — фотографическая пластинка.

Фотопластинка жестко закреплялась с обеих сторон в нескольких местах, дабы избежать прогиба, который частично имеет место и может повлиять на точность результатов при использовании пластинок большой длины. Это устройство укреплялось в специальной камере, помещавшейся в тщательно затемненной комнате.

Перемещение металлов производилось через определенные промежутки времени. При этом, одновременно перемещалось от 2 до 6 металлов. Число изображений для одного металла оп-

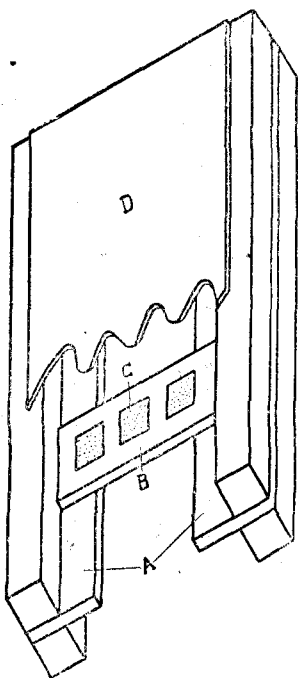


Рис. 1.

ределялось размерами фотопластинки. В наших опытах применялись фотопластинки длиной в 40 см.

Расстояние между металлическими опилками и фотопластинкой составляло 1 мм. Чувствительность фотопластинок — 70 по X. и Д. Температура в лаборатории 25°C. Влажность 65%. После экспозиции фотопластинки обрабатывались обычными способами.

Для измерения величины почернения мы пользовались фотоэлектрическим фотометром, собранным у нас в лаборатории. Его схема изображена на рис. 2.

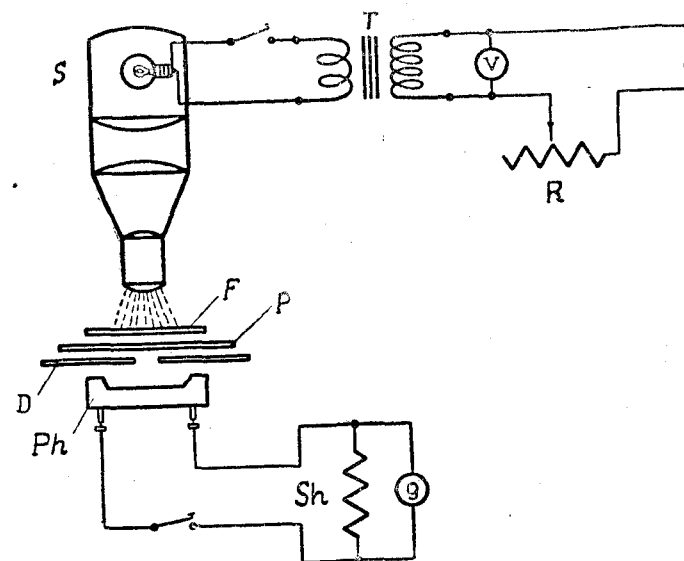


Рис. 2.

Переменный ток в 110 вольт из сети поступает через сопротивление R в первичную обмотку понижающего трансформатора T , который трансформирует его до 12 вольт и питает электрическую лампочку накаливания. Свет через систему линз попадает на молочное стекло F , служащее для рассеивания света; P — фотопластинка; Ph — селеновый фотоэлемент; Sh — шунт с постоянным сопротивлением.

Фототоки, возникающие при освещении фотоэлемента, регистрируются зеркальным гальванометром S , укрепленным на стене. Измерения производились с помощью отсчетной трубы.

Чувствительность гальванометра — $1 \frac{\text{мм}}{\text{м}} = 6,7 \cdot 10^{-9} \text{А}$.

Определение интенсивности почернения сводилось к измерению оптической плотности D — десятичного логарифма коэффициента потемнения $O = \frac{J_0}{J}$

$$D = \lg O = \lg \frac{J_0}{J}$$

Физический смысл оптической плотности, как известно, вытекает из нижеследующих соображений.

Закон Ламберта и Бера в видоизменении, данном ему Бунзеном, имеет вид

$$J = J_0 10^{-\epsilon^2 d},$$

где J_0 — сила света, входящего в слой; J — сила света, прошедшего через слой; d — толщина слоя; ϵ — концентрация в слое светопоглощающего вещества; ϵ — константа поглощения.

Нетрудно видеть, что

$$D = \epsilon^2 d,$$

т. е. оптическая плотность пропорциональна количеству светопоглощающего вещества, находящегося на пути света.

С помощью описанного выше фотоэлектрического фотометра нами определялись оптические плотности каждого изображения. Для этой цели приходилось измерять силу фототока при прохождении света через данное почернение и, кроме того, измерять силу фототока при прохождении света через рядом находящееся место фотопластинки, не подвергавшееся действию металла. Таким образом, нами определены были значения оптической плотности для каждого изображения.

Сравнение оптических плотностей, полученных на негативе от одного и того же металла между отдельными его перемещениями даст возможность судить о ходе изменения почернения, а последнее, по нашему мнению, связано с процессом окисления и образования защитной плёнки.

Результаты измерений

Прежде всего, рассмотрим кривые для алюминия. Мы приводим здесь три вида кривых, которые получены при перемещении алюминиевых опилок через каждые два часа; в следующей серии опытов перемещение имело место через каждые четыре часа, и, наконец, в третьей серии перемещение производилось через каждые сутки.

На рис. 3 изображена кривая, которая показывает, как изменяется почернение на фотопластинке в том случае, когда алюминиевые опилки перемещались через каждые два часа. На оси ординат откладывались значения оптической плотности, которые показаны на графике кружочками. На оси абсцисс отложено время в часах. Таким образом, каждый кружочек показывает ту интенсивность почернения, которая накопилась за прошедшие два часа. Мы получили плавную кривую, на которой экспериментальные точки ложатся довольно хорошо. Весь цикл данного исследования проводился на протяжении 20 часов.

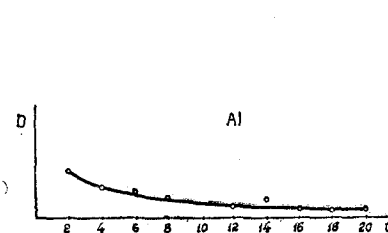


Рис. 3.

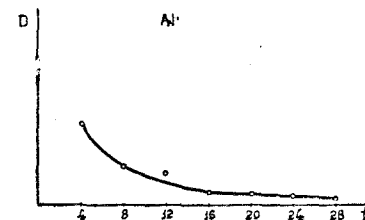


Рис. 4.

На следующей кривой, представленной на рис. 4, мы видим результат, полученный при перемещении алюминиевых опилок через каждые четыре часа.

И в этом случае получена кривая, аналогичная предыдущей. Эта кривая указывает на ход процесса, лежащий в интервале первых 28 часов. Следует отметить, что во всех опытах опилки изготовлялись непосредственно перед самым опытом и немедленно устанавливались под фотопластинку.

Физический смысл этих кривых, как и последующих, будет нами рассмотрен ниже. Заканчивая иллюстрацию кривых для алюминия, остановимся еще на одном цикле измерений, который охватывает 192 часа. Перемещения металла производились через каждые 24 часа. Результат представлен на рис. 5.

На оси ординат откладывались значения оптических плотностей, на оси абсцисс — время в часах.

И в данном случае получаем плавный ход кривой, на которой экспериментальные точки ложатся очень хорошо.

Такого рода исследования были проведены с несколькими металлами. Приведем результаты, полученные для магния, они представлены на рис. 6.

Кривая для магния показывает изменение почернения через каждые 24 часа. Рассматривая эту кривую и сравнивая ее

с аналогичной кривой для алюминия мы при некотором сходстве можем отметить следующие различия:

1. Магний дает большее почернение нежели алюминий — это следует из размеров ординат.

2. Кривая магния спадает более круто, что указывает на большую начальную скорость процесса.

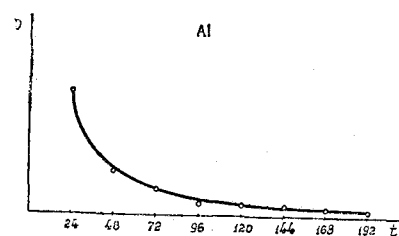


Рис. 5.

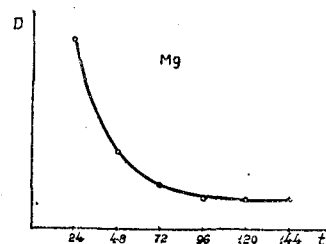


Рис. 6.

Совсем иным оказывается характер такого рода кривых для цинка. Сначала остановимся на результатах, полученных при перемещении цинковых опилок через каждые два часа.

Как видно из рис. 7, вначале происходит нарастание почернения, т. е. направление процесса совсем иное нежели у алюминия. В то время, как у алюминия после первых двух часов уже происходит уменьшение почернения, что можно объяснить образованием защитного фильма, который уже начал препятствовать дальнейшему окислению, у цинка происходит нара-

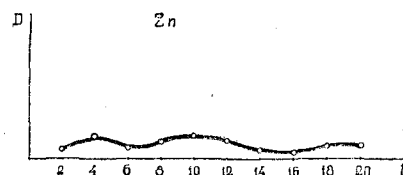


Рис. 7.

стание процесса. Сравнивая цинк с алюминием мы видим, что оптическая плотность для цинка значительно меньше, нежели для алюминия. А если мы к этому сравнению присовокупим данные для магния, то придем к выводу, что за первые два часа оптическая плотность убывает в следующем порядке: магний, алюминий, цинк. Вспомним, что такова же точно последовательность этих металлов в ряду напряжений.

Если воспользоваться не двухчасовыми данными экспози-

ции, а суточными, то последовательность почернений была бы иной и, кстати говоря, не совпадающей с рядом напряжений. Вот почему мы считаем уместным подчеркнуть существование большой сложности при сопоставлении с рядом напряжений, чем это может показаться при первом подходе к этому вопросу. Мы полагаем, что для проведения такого рода сравнения надобно получить кривые хода почернения для каждого металла в отдельности, применяя возможно меньшие интервалы.

Второе обстоятельство, заслуживающее внимания — это общий ход кривых для цинка, который носит характер пульсаций (мы не рискнули сказать периодичности). Действительно, вначале кривая растет, достигая максимума, затем происходит спадание до некоторого минимума, потом снова констатируем нарастание кривой и т. д.

Нет ли здесь заблуждения вследствие того, что экспериментальные точки соединены непосредственно друг с другом, не будет ли более правильным провести между ними прямую, а разброс отнести за счет погрешности измерения?

Рассмотрение этого вопроса приводит к следующему:

1. При проведении прямой разброс получается недопустимо большим.

2. Исследования алюминия и магния в таких же точно условиях не давали разброс и потому относить разброс точек только для цинка за счет погрешностей измерений нет оснований.

3. Кривые для цинка при других экспозициях носят такой же характер.

Действительно, остановимся еще на двух кривых для цинка

На рис. 8 дана кривая, полученная для цинка при перемещении через каждые 4 часа. Здесь уже оптическая плотность за первые 4 часа наибольшая, а затем происходит медленное спадание. Пульсационный характер кривой и здесь наличен.

Наконец, приведем еще одну кривую для цинка, которая представляет результат перемещения через каждые 24 часа.

Как видно из рис. 9, за первые 24 часа для цинка мы на-



Рис. 8.

блюдаем значительную величину оптической плотности, которая в дальнейшем испытывает существенное уменьшение. Хорошо заметна общая тенденция к снижению интенсивности почернения. Мы и тут обращаем внимание на сохранение характера пульсаций.

Таким образом, на основании приведенных здесь трех кривых, полученных при разных экспозициях, мы приходим к выводу о наличии в них общей формы, указывающей на пульсационные изменения оптической плотности. Эти изменения обязаны, по видимому, процессам окисления, разыгрывающимся на поверхности цинка. Мы не можем говорить о периодичности, так как представленный здесь материал не является серьезной основой для такого вывода. Более подробные сведения в этой области требуют специальных исследований.

Сравнение кинетики выделения фотографически активных частиц и кинетики атмосферной коррозии для алюминия

С целью установления связи выделения фотографически активных частиц с процессом атмосферной коррозии, сравним наши данные, полученные при перемещении алюминиевых опилок через каждые 24 часа с кинетикой роста оксидной пленки на алюминии, полученной Верноном [5].

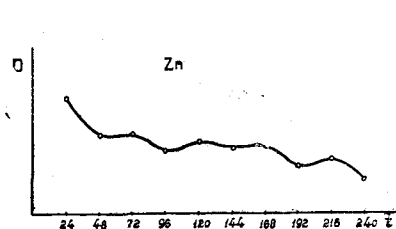


Рис. 9.

Вернон исследовал атмосферную коррозию алюминия путем взвешивания пластинки через определенные промежутки времени. Полученные числовые значения, изображены графически откладыванием на оси абсцисс времени, а на оси ординат привеса. Таким образом, полученная им кривая показывает, как изменяется привес со временем. Тем самым мы получаем сведения о скорости нарастания защитной оксидной пленки.

Для большей ясности рассмотрим этот вопрос подробнее. Мы исходим из того, что изменение толщины пленки L со вре-

менем t подчиняется следующему уравнению:

$$\frac{dL}{dt} = k \frac{1}{L},$$

где k — некоторый коэффициент.

Так как приращение толщины пленки должно быть пропорционально ее весу, то можно вышенаписанное уравнение изобразить так

$$\frac{dL}{dt} \sim \frac{1}{W},$$

где W — вес окисла.

Стало быть, если мы воспользовались кривой Вернона будем откладывать не привес W , как это делал автор, а величину, обратную ей, то получим кривую, которая показывает, как изменяется приращение толщины пленки со временем.

На рис. 10 изображена кривая, полученная нами указанным способом из кривой Вернона; на оси ординат отложены значения $\frac{1}{W}$, а на оси абсцисс — часы.

Масштаб для оси абсцисс данной кривой избран таким же, какой мы применяли для кривой изменения оптической плотности при перемещении алюминия через 24 часа.

Мы видим плавный ход кривой, которая показывает, как изменяется приращение толщины окисла со временем на алюминиевой пластинке.

Теперь сравним кривые на рисунках 10 и 5. Мы не ожидаем здесь полного совпадения, т. к. 1) наши определения и измерения Вернона производились в отличных условиях; 2) измерения отвечают различным факторам: у нас — почернению, у Вернона — весу; 3) мы пользовались различными образцами.

Однако, форма видоизмененной кривой Вернона для алюминиевой пластинки и нашей кривой для алюминиевых опилок обладает довольно близким сходством.

Отсюда можно сделать заключение, что между величиной почернения и толщиной оксидной пленки существует определенная зависимость. Это следует хотя бы из того, что со временем происходит как уменьшение почернения, так и уменьшение прироста толщины пленки. Таким образом, кинетика выделения фотографически активных частиц может служить характеристикой процесса атмосферной коррозии.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Ульянов — Доклады Академии Наук СССР, 16, № 4, 213 (1937).
2. А. А. Ульянов — Труды совещания по вопросам коррозии, стр. 325 — (1940).
3. И. Л. Ройх — Доклады Академии Наук СССР, 63, № 2, 119 (1948).
4. И. Л. Ройх — Доклады Академии Наук СССР, 70, № 2, 253 (1950).
5. Цит. по N. Mott, Nature, 145, 792 (1940).

ТРУДЫ ОДЕССКОГО ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ МУКОМОЛЬНОЙ
ПРОМЫШЛЕННОСТИ И ЭЛЕВАТОРНОГО ХОЗЯЙСТВА
имени И. В. СТАЛИНА

Том IV

Канд. физико-математ. наук Д. М. РАФАЛОВИЧ

ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА И СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННЕГО ФОТОЭФФЕКТА В СМЕШАННЫХ КРИСТАЛЛАХ ГАЛОИДНЫХ СОЛЕЙ СЕРЕБРА

Введение

Между процессами, происходящими при поглощении света и внутреннем фотоэффекте, с одной стороны, и процессами, связанными с образованием фотографического изображения, с другой стороны, существует тесная связь. Поэтому оптические и фотоэлектрические свойства применяющихся в фотографии галоидных солей серебра подвергались подробному исследованию.

Однако почти все исследования посвящены однокомпонентным кристаллам, состоящим только из одной галоидной соли серебра (AgCl , AgBr , AgI).

Между тем, наряду с эмульсиями, содержащими только одну галоидную соль серебра, в фотографии широко применяются и эмульсии, содержащие смесь различных галоидных солей серебра. Поэтому представляет интерес исследование оптических и фотоэлектрических свойств смешанных кристаллов галогенидов серебра.

Брейдо и Гороховский [1] исследовали спектральную чувствительность смешанных фотографических эмульсий и нашли, что примесь AgI к AgBr сдвигает кривую спектральной чувствительности в сторону больших длин волн.

Структура смешанных кристаллов галогенидов серебра была изучена Вильсеем [2]. Он установил, что хлористое и бромистое серебро образуют однородные смешанные кристаллы при любых концентрациях компонент. Бромистое и иодистое

серебро образуют однородные смешанные кристаллы лишь в том случае, если концентрация не превышает 30 моль %. Эти смешанные кристаллы обладают такой же кубической решеткой, как AgCl и AgBr.

В настоящей статье излагаются результаты исследования длинноволновой части собственного поглощения и спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в смешанных кристаллах AgBr — AgJ и AgCl — AgBr.

Изготовление препаратов

Хлористое, бромистое и иодистое серебро изготавливались из материалов, подвергшихся многократной перекристаллизации. Затем различные галоидные соли серебра сплавлялись в платиновом тигле в течение 3—4 часов. Препараты изготавливались в виде тонких кристаллических слоев между двумя плоско-параллельными кварцевыми пластинками по методу, сходному с описанным Левитской и Королевым [3]. При этом две зеркально отшлифованные кристаллические кварцевые пластинки накладывались одна на другую. Размеры нижней пластинки были несколько больше, чем размеры верхней. На нижнюю пластинку помещалось несколько крупинок соответствующей соли. Затем эти пластинки помещались в муфельную печь и подогревались до температуры несколько более высокой, чем температура плавления соответствующей соли. При этом расплавленная соль подтекала под верхнюю пластинку, и между верхней и нижней кварцевыми пластинками получался однородный кристаллический слой соответствующей соли. Толщина этих слоев составляла 5—60 μ . Она определялась по формуле

$$d = \frac{P}{\rho S},$$

где P — вес кристаллического слоя (определялся на микровесах), S — площадь слоя, ρ — удельный вес соответствующей соли.

Измерительная установка и порядок измерений

Источниками света служили 500-ваттная кинопроекторная и ртутная лампы, питаемые аккумуляторной батареей. Свет проходил через два монохроматора Цейсса светосилой 1:5 со сменной стеклянной и кварцевой оптикой. Кварцевый конденсор фо-

кусировал свет, прошедший через монохроматоры, на препарат.

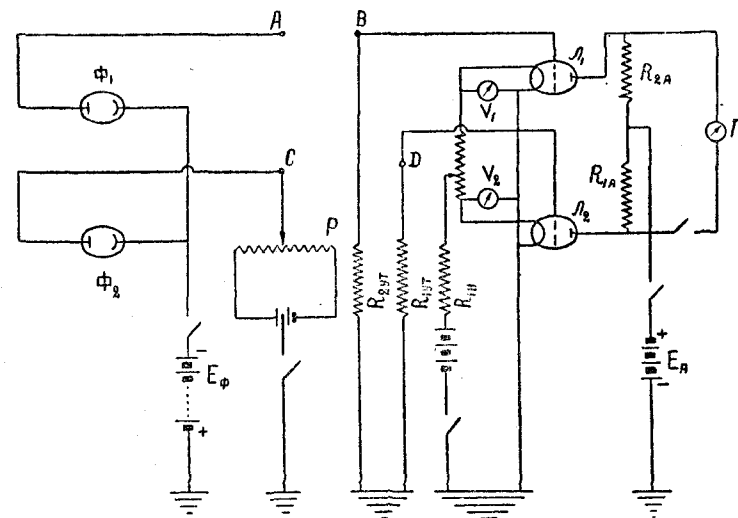


Рис. 1.

Электрическая часть установки (рис. 1) была собрана по схеме мостика. На рис. 1 L_1 и L_2 — две лампы типа СИ; Φ_1 и Φ_2 — пустотные кварцевые натриевые фотоэлементы; E_A — анодная батарея; EE_ϕ — батарея накала; G — зеркальный гальванометр; P — потенциометр Рапса, R_{1ym} и R_{2ym} — сопротивления утечки, порядка 10^8 — 10^9 ом.

Сопротивления анодных цепей R_{1A} и R_{2A} подбирались так, чтобы ток в цепи гальванометра при отсутствии освещения был равен нулю. При небольших изменениях потенциала сетки одной из ламп существовала линейная зависимость между величиной этого изменения и силой тока в цепи гальванометра. Такая линейная зависимость наблюдалась, в частности, для небольших изменений потенциала сетки одной из ламп, имевших место при измерениях. Вольтовая чувствительность установки определялась при помощи потенциометра Рапса и составляла 0,8—1,2 $\cdot 10^{-4}$ в. При изменениях коэффициента поглощения света два препарата различной толщины (d_1 и d_2) помещались рядом. Сначала свет пропусклся через один препарат, затем этот препарат отодвигался в сторону, и на его место помещался второй препарат. Позади освещаемого препарата помещался фотоэлемент. Интенсивность отраженного света не измерялась, так как для обоих препаратов коэффици-

ент отражения можно было считать одинаковым. Коэффициент поглощения k находился по формуле:

$$\ln \frac{J_2}{J_1} = k(d_1 - d_2),$$

где I_1 — интенсивность света, прошедшего через первый препарат.

I_2 — интенсивность света, прошедшего через второй препарат.

Вследствие малой толщины применявшихся кристаллических слоев, измерение поглощения производилось только в той области спектра, в которой коэффициент поглощения был больше 1 мм^{-1} .

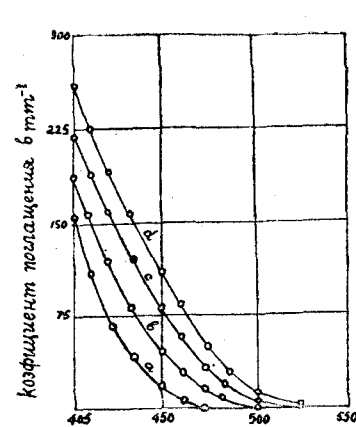
Для каждого рода препаратов исследовалось пять пар кристаллов. Полученные значения коэффициента поглощения усреднялись. Отклонения результатов отдельных измерений от среднего значения не превышали 10 проц. При измерении спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в вышеописанную установку помещалось вместо двух фотоэлементов два препарата с напыленными электродами, на которые при помощи потенциометра P подавалось напряжение. Сопротивления утечки брались другими. Один из препаратов освещался, и измерялась величина фототока в произвольных единицах. При помощи термостолбика Молля была получена кривая спектрального распределения энергии света, падающего на препарат. Фототок пересчитывался на единицу падающей световой энергии.

Результаты измерений

Кривые поглощения бромистого серебра и смешанных кристаллов бромистого и иодистого серебра приведены на рис. 2. Измерение поглощения производилось в спектральной области 405—525 $\text{м}\mu$. Как видно из рисунка, кривые поглощения смешанных кристаллов AgBr—AgJ смещены по сравнению с кривой поглощения AgBr в сторону более длинных волн. Это смещение тем больше, чем выше концентрация AgJ . При этом увеличение концентрации AgJ в 5 раз (с 2,5 моль проц. до 12,5 моль проц.) увеличивает смещение кривой поглощения только в 2—3 раза.

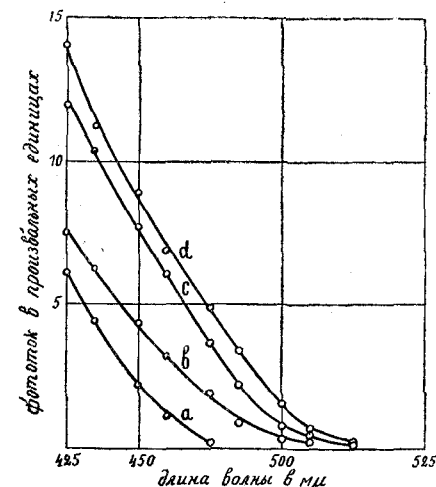
На рис. 3 приведены длинноволновые части кривых спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в смешанных кристаллах AgBr—AgJ . Так как спектральное распределение внутреннего фотоэффекта зависит от толщины препарата, то на рис. 3 изображены кривые спектрального распределения

для слоев приблизительно одинаковой толщины. Из сравнения рис. 2 и 3 видно, что наблюдается качественное соответствие между ходом длинноволновых частей кривых поглощения и спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в смешанных кристаллах AgBr—AgJ .



а — кривая поглощения AgBr ,
б — кривая поглощения $\text{AgBr} + 2,5 \text{ моль \% AgJ}$,
в — кривая поглощения $\text{AgBr} + 5 \text{ моль \% AgJ}$,
г — кривая поглощения $\text{AgBr} + 12,5 \text{ моль \% AgJ}$.

Рис. 2.



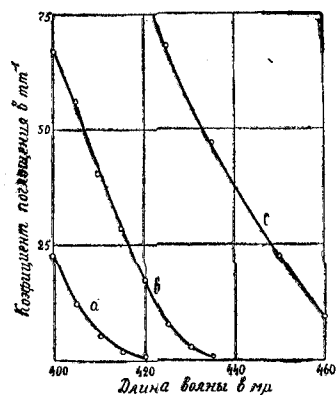
Длинноволновые части кривых спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в кристаллах AgBr(a) , $\text{AgBr} + 2,5 \text{ моль \% AgJ(b)}$, $\text{AgBr} + 5 \text{ моль \% AgJ(c)}$ и $\text{AgBr} + 12,5 \text{ моль \% AgJ(d)}$.

Рис. 3.

Нами также было произведено измерение спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в этих смешанных кристаллах в ультрафиолетовом свете. В AgBr и в смешанных кристаллах AgBr—AgJ максимум фототока наблюдался при $\lambda = 365 \text{ м}\mu$, при этом в смешанных кристаллах этот максимум более размыт, чем у бромистого серебра.

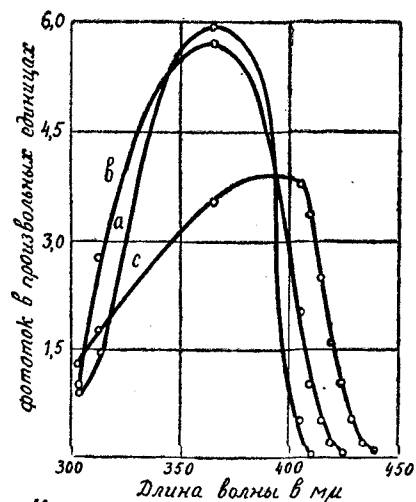
Коэффициент поглощения смешанных кристаллов AgCl—AgBr измерялся в спектральном интервале 400—435 $\text{м}\mu$. Кривые поглощения и кривые спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в этих смешанных кристаллах приведены на рис. 4 и 5. Сравнивая их, видим, что имеется качественное соответствие между ходом длинноволновой части кривых поглощения и спектрального распределения внутреннего фотоэффекта в смешанных кристаллах AgCl—AgBr . Примесь AgBr смещает эти кривые по сравнению с кривыми для AgCl в сторону более длинных волн. Это смещение тем больше, чем выше концентрация.

Как указывалось выше, кривые поглощения и спектрального распределения внутреннего фотоэффекта смешанных кристаллов $\text{AgBr}-\text{AgI}$ смещены в сторону длинных волн по сравнению с соответствующими кривыми для кристаллом AgBr . Поэтому не-сенситизированные смещенные эмульсии, состоящие из бромистого и иоди-



Длинноволновая часть кривых поглощения
а - в смешанных кристаллах $\text{AgBr} + 5\text{ моль \% AgI}$
б - в смешанных кристаллах $\text{AgBr} + 25\text{ моль \% AgI}$
с - в кристаллах AgBr

Рис. 4.



Кривые спектрального распределения внутреннего фотоэффекта.

а - в кристаллах AgBr
б - в смешанных кристаллах $\text{AgBr} + 5\text{ моль \% AgI}$
с - в смешанных кристаллах $\text{AgBr} + 25\text{ моль \% AgI}$

Рис. 5.

стого серебра, будут чувствительны к более длинноволновому свету, чем эмульсии, содержащие только бромистое серебро.

Аналогичное смещение кривой спектральной чувствительности эмульсии должна вызывать примесь бромистого серебра к хлористому.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Брейдо и Ю. Н. Гороховский — Журнал физической химии, 18, 152, 1944 г.
2. Wilsey—Jornal of the Franklin Institute 20, 739, 1925.
3. А. М. Левитская и А. М. Королев — Журнал технической физики, 7, 760, 1937 г.

Доктор химич. наук Ф. И. ТРИШИН

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ПРИБОР «ЭЛЕКТРОХРОНОМЕТР» ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО И КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИОНОВ

Автоматический прибор электрохронометр, представленный на рис. 1, состоит: из стабилизатора тока (I), электролизера (II), реле, которое управляет часовым механизмом и потенциометром (III) и контактных часов (IV).

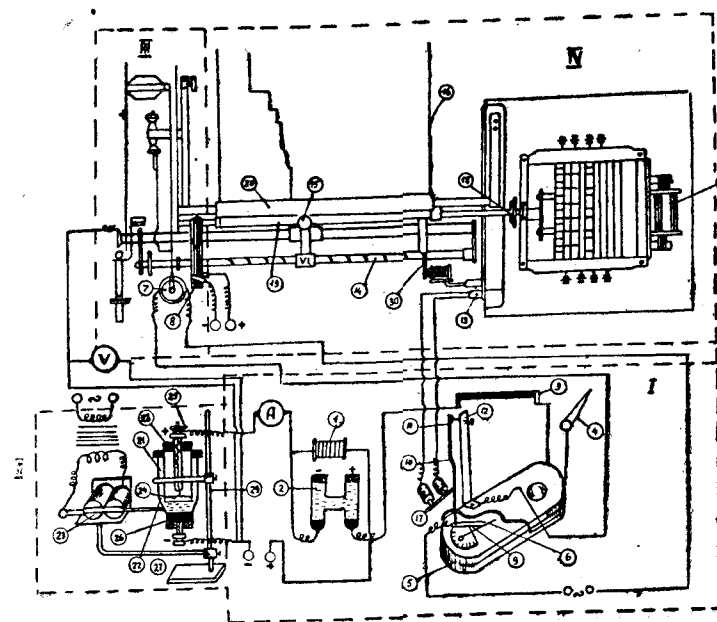


Рис. 1.

Принципиальная схема предлагаемого прибора впервые описана автором и опубликована в 1945 году (авторское свидетельство № 65077 [1]). Настоящая работа излагает детальное описание прибора.

Стабилизатор тока

Стабилизатор тока состоит из постоянного сопротивления (1), включенного в цепь тока. Сопротивление его равно 1,018/0,16 ом (см. позицию I). Следовательно, сопротивление вычислено в расчете, что при прохождении через него тока силой в 0,1608 ампера падение потенциала будет равняться 1,018, т. е. напряжению нормального элемента Вестона.

Параллельно сопротивлению подключены, соединенные последовательно: элемент Вестона (2), высокоомное сопротивление на 5000 ом (3), выключатель (4) и контактный гальванометр (5). Элемент Вестона включен параллельно сопротивлению, т. е. так, что направление тока в этой боковой цепи совпадает с направлением тока в постоянном сопротивлении (1), поэтому, если падение потенциала в сопротивлении будет равно напряжению элемента Вестона, то гальванометр не будет показывать прохождение тока через цепь Вестона. Если же в результате понижения тока падение потенциала на постоянном сопротивлении будет меньше, чем напряжение элемента Вестона, то стрелка (6) контактного гальванометра отклонится в сторону от нуля.

Это произойдет вследствие того, что при таком положении стрелки (6) будет включено и сработано реле (7), в результате чего движок (8) потенциометра переместится по проволоке потенциометра до более высокого потенциала, обеспечивающего заданную силу тока. Включение реле при перемещении стрелки гальванометра произойдет вследствие того, что регулятор (9), падавший периодически на стрелку, на этот раз не встретит ее на своем пути и опустится ниже обычного своего положения, отчего связанный с ним стерженек (10), несущий платиновый контакт (11), коснется штифта (12) и, таким образом, будет замкнута цепь тока, в которой включено реле. Реле сработает и приведет в действие часовой механизм, вращающий червячный вал (14), служащий для передвижки пера (15) на движущейся бумажной ленте (16) и одновременно произведет передвижение движка на потенциометре (V), делителя потенциала, что приведет к повышению потенциала, и, следовательно, к повышению силы тока. Это повышение в свою очередь заставит стрелку гальванометра перемещаться вправо, и после того, как она достигнет нуля, контакт перестанет замыкаться; действие реле, часового механизма, передвижение движка потенциометра прекратится.

Таким образом, при заданной величине тока перо не будет перемещаться и прочертит на движущейся ленте прямую линию, а при отклонении тока от заданной величины, именно, при уменьшении его, произойдет автоматическая регулировка тока до заданной величины, и одновременно перо покажет повышение потенциала. Периодическое опускание регулятора (9) на стрелку и отметка времени на ленте производится с помощью электромагнитов (17), приводимых в действие через равные промежутки времени импульсами тока, посылаемыми контактными часами, с вращающейся частью которых связан зубчатой передачей (18) лентопотяжный механизм, состоящий из ведущего (19) и пожимного (20) валиков, обтянутых резиной.

Для того, чтобы стрелка гальванометра не смялась, регулятор делается роговым, а к стерженьку прикрепляется пластинка, служащая воздушным тормозом-демпфером (на рисунке не показано). Опускание регулятора производится периодическими импульсами тока, посылаемыми контактными часами через штепсель (13).

Электрическая схема прибора электрохронометра приводится отдельно на рис. 2. На этой схеме показано присоединение аккумулятора и вольтметра к потенциометру (позиции 5 и 7).

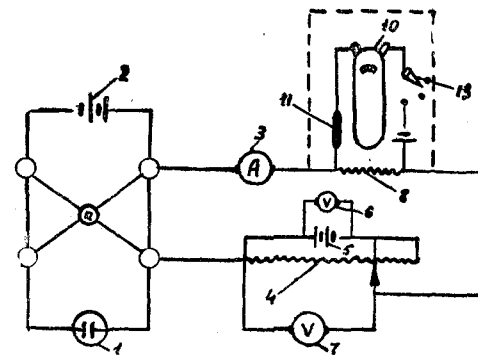


Рис. 2.

1 — электролизер; 2 — аккумулятор; 3 — амперметр; 4 — потенциометр; 5 — аккумулятор потенциометра; 6 — вольтметр потенциометра; 7 — вольтметр добавочного потенциометра; 8 — сопротивление стабилизатора; 9 — элемент Вестона; 10 — контрольный гальванометр; 11 — предохранительное сопротивление; 12 — клеммы; 13 — выключатель стабилизатора.

Электролизер

Электролизер приведенный на рис. 1 состоит из анодного (21) и катодного (22) сосудов. Для ускорения диффузии при-

менен электромагнитный вибратор (23). В качестве анода служит платиновая сетка (24), ток к которой подведен с помощью контактного приспособления (25). Катодом служит ртуть (26) к ней подведен ток с помощью контакта (27). Анодный сосуд закреплен на катодном в определенном положении (28). Все детали электролизера смонтированы на одном штативе (29).

Потенциометр

В качестве потенциометра взят цилиндр диаметром в 40 мм (рис. 3) с винтовой нарезкой в 11 витков, имеющий шаг в 1 мм. В углубление нарезки уложена константановая проволока диаметром в 0,8 мм. Под виток проволоки подведен подвижной контакт (8), укрепленный на оси цилиндра таким образом, что при вращательном движении цилиндра скользящий контакт постепенно проходит по всей длине проволоки, приподнимая ее при своем прохождении из углубления винтовой нарезки. Такое приспособление позволяет плавно изменять потенциал.

Скользящий контакт жестко связан с червячным валом (14), который имеет спиральную нарезку. Назначение спиральной нарезки — перемещать муфту вдоль вала при вращении его. Это перемещение происходит вследствие того, что в углублении нарезки из муфты опущен стержень, удерживаемый в этом положении пружиной.

При 11 оборотах вала муфта перемещается на расстояние 110 мм, так как каждый шаг равен 10 мм. В это же время

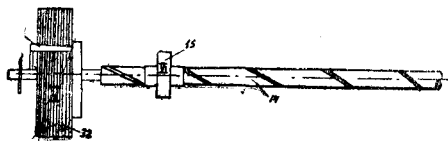


Рис. 3.

скользящий контакт (8) пройдет по всей проволоке (32) непрерывно и плавно изменяя потенциал, так как с муфтой связано перо, скользящее по поверхности бумаги, протягиваемой лентопротяжным механизмом с равномерной скоростью; на бумаге будет записана кривая, на которой будут отражены изменения потенциала, происшедшие в результате перемещения контакта на проволоке потенциометра.

Перемещение контакта произойдет под влиянием импульса, полученного от реле при изменении силы тока.

Контактные электрочасы

Электрочасы (IV) служат для графической регистрации времени, потраченного на выделение ионов. Эти функции выполняются отметчиком времени (30), подключенным к электрочасам.

Механизм часов приводится в движение синхронным электромотором (31) при подключении к сети переменного тока в 120 вольт.

Время, потраченное на выделение ионов, записывается аппаратом электрохронометром графически в виде кривых на движущейся бумажной ленте через каждые 10 сек. При усовершенствовании прибора, отметка времени может производиться через каждые 0,5 секунды, что в значительной степени повысит точность анализов.

Выводы

1. Сконструирован автомат «электрохронометр» для качественного и количественного определения ионов.

2. Сконструирован и изготовлен электролизер, в котором производится определение ионов.

3. Изготовленная модель автомата при опытах безотказно выполняла следующие функции:

а) автоматическую стабилизацию силы тока;

б) автоматическую регистрацию вольтажа электролизера, являющегося при заданных условиях функцией потенциала выделения иона;

в) автоматическую регистрацию времени, затраченного на выделение иона.

Таким образом, автомат названный автором электрохронометром, производит количественное определение находящихся в растворе ионов и по потенциалам их выделения, регистрируемым автоматически, дает возможность судить о роде выделяемых ионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. И. Тришин — Бюллетень бюро изобретений Государственной Плановой Комиссии Совета Министров СССР, № 7—8 (1945).

Доктор химич. наук Ф. И. ТРИШИН

ОСНОВЫ НОВОГО МЕТОДА ЭЛЕКТРОХРОНОМЕТРИИ

Вступление

Развитие аналитической химии и особенно количественного анализа стало возможным благодаря открытию основных законов химии великими русскими учеными М. В. Ломоносовым и Д. И. Менделеевым, а также благодаря классическим работам русских ученых В. М. Севергина, Н. Н. Бекетова, В. М. Меншуткина и др.

Наиболее правильным, с нашей точки зрения, аналитически определять элементы, исходя из расположения их в периодической системе Менделеева.

Менделеев назвал свою периодическую систему естественной системой химических элементов. И в химии, и в других областях науки создание естественной классификации — самый правильный путь для решения важных проблем.

«Менделеевская периодическая система элементов ясно показывает, какое большое значение в истории природы имеет возникновение качественных изменений из изменений количественных».

Сталин, Сочинения, т. I, стр. 301.

Классический химический метод анализа, основанный на искусственной классификации определения ионов, стал преградой в области развития аналитической химии.

Поэтому назрел вопрос замены классического метода более совершенным методом анализа.

Первоначально мы также вели исследования в области усовершенствования существующих методов анализа путем отыскания специфических неорганических и органических реакти-

вов для качественного и количественного определения ионов. В этом направлении нами выполнено ряд работ [1 — 3].

Наряду с этим, нами велась исследовательская работа в области отыскания новых путей в развитии аналитической химии. Используя для этой цели достижения в других областях науки, в частности в области электрохимии, физико-химии, оптики, автоматики, мы поставили своей целью разработать новый электрохронометрический метод анализа. В этом направлении нами уже выполнен ряд работ [4 — 6].

Новый метод анализа заключается в том, что исследуемый раствор подвергается электролизу автоматически стабилизированной силой тока.

Количество вещества определяется по продолжительности выделения иона, род иона — по потенциалу.

Следовательно, для определения количества вещества мерой служит время, для качества — потенциал.

Новый метод осуществляется при помощи сконструированного нами автомата. Принципиальная схема автомата описана нами ранее [4—5].

Основные положения нового метода

В предлагаемом методе количество вещества определяется не измерением веса или объема, а измерением количества кулонов, пошедших на выделение грамм-эквивалента вещества. На выделение 1 грамм-эквивалента расходуется тока 26,8 ампер-часов или $26,8 \cdot 60 = 1608$ ампер-минут или на 1 миллиграмм-эквивалент 1,6 ампер-минут; следовательно:

на n	»	»	It	»
откуда				

$$n = \frac{It}{1,6}$$

Прежде чем приступить к определению отдельных ионов и их смесей необходимо в самом начале определить нужную силу тока, так как от выбора силы тока зависит продолжительность выделения ионов. Поскольку время служит мерой вещества, то целесообразно, чтобы единица времени выражала единицу количества вещества. Это можно определить из фор-

мулы $n = \frac{It}{1,6}$, решив ее относительно I. При условии, что $t = n$

$$I = \frac{n \cdot 1,6}{t} \quad \text{или} \quad I = 1,6A$$

Таким образом, в одну минуту током в 1,6 А выделяется один миллиграмм-эквивалент. Для электролиза целесообразно брать силу тока в десять раз меньшую и тогда на выделение одного миллиграмм-эквивалента пойдет 10 минут.

При выделении ионов на ртутном катоде необходимо считаться с явлением поляризации ртутного катода, особенно в тех случаях, когда потенциал разложения или потенциал выделения металла на ртутном катоде должен служить индикатором. В этом случае необходимо по возможности уменьшить поляризацию катода. Увеличение ртути в ртутном катоде понижает концентрацию амальгамы, однако скорость диффузии амальгамы в ртуть для некоторых металлов при высокой плотности тока может оказаться недостаточной для того, чтобы выделяемый на ртутном катоде металл успевал продиффундировать в виде амальгамы в ртуть. В результате этого будет расти концентрация амальгамы, а следовательно, и потенциал катода. Чтобы избежать этого нежелательного явления, приходится прибегать к средствам, повышающим диффузию. Одним из таких средств, с нашей точки зрения, наиболее эффективных, является вибрация поверхности ртути.

Таким образом, весьма важным условием для проведения электролиза является электромагнитная вибрация ртутного катода и электролита, усиливающая диффузию в понижающую поляризацию. При анализе раствора, содержащего несколько ионов, род иона (его химическая природа) определяется по потенциалу его выделения на ртутном катоде в виде амальгамы. Этот потенциал регулируется и записывается автоматически. На границе выделения ионов при питании электролизера (содержащего анализируемый раствор при постоянной силе тока, поддерживаемой автоматически), имеют место характерные перегибы экстремы, которые и будут являться индикатором конца выделения одного иона и началом выделения другого. При измерении количества вещества по параметру времени эти перегибы служат исходными и конечными точками для линейного измерения времени, потраченного на выделение иона.

Таковы в кратких чертах основные положения нового метода анализа.

Основные положения методики и условия проведения опытов

Для определения количества вещества мерой служит время, для качества — потенциал; таким образом, основной принцип метода заключается в том, что выделение иона, имеющего определенный потенциал, производится при постоянном токе. Так как по мере выделения иона падает концентрация его, то

для поддержания постоянства тока с помощью стабилизатора производится компенсация изменения напряжения разложения путем добавки вольтажа от дополнительной аккумуляторной батареи.

Чтобы изменение напряжения разложения E было функцией катодного потенциала (стало быть, удовлетворять условию $E = f(\phi)$), необходимо обеспечить на время электролиза постоянство не только силы тока I , но и всех факторов, влияющих на величину потенциала, а именно: сопротивление r и анодного потенциала e_a , находящихся в функциональной зависимости от определяемой концентрации C по уравнению:

$$E = e_0 + \frac{RT}{nF} \lg C + Ir + e_a.$$

Рассмотрим условия обеспечения постоянства.

Так как $r = \frac{l}{\mu s}$, то расстояние между электродами l , сечения электролита — s , проводимость — μ , должны быть постоянными для обеспечения постоянства r .

$$\mu = f(t, C').$$

Поэтому необходимо обеспечить постоянство и этих величин, — функции температуры — t и концентрации ионов буферного электролита — C' .

Постоянство l — расстояние между электродами достигается прибавлением постоянного количества электролита (1 мл), отмеряемого микробюреткой или пипеткой Мора, применением определенного количества ртути и неизменной установкой в фиксированном положении анодного сосуда.

$$l = \frac{v}{s} = \frac{v}{\pi r^2},$$

где v — объем электролита один мл,

r — радиус диафрагмы,

s — площадь диафрагмы.

Для обеспечения постоянной электропроводимости анолита применяется пересыщенный раствор KCl. Анализируемый раствор-катодит готовится на насыщенном растворе буферной соли. Таким образом, хлористый калий, как буферная соль, обеспечивает постоянство анолита. При этих условиях μ католита изменяется очень мало, лишь по мере выделения катиона. При уменьшении концентрации катиона μ падает, а, следо-

вательно, растет E , что повышает чувствительность показаний прибора, так как

$$E = IR_k = \frac{I}{\mu S}.$$

Выяснение характера электродной поляризации и получение электрохронометрических кривых

Вопрос об электродной поляризации довольно широко освещен в литературе [7]. Экспериментальные и теоретические работы по изучению влияния на величину и характер поляризации таких факторов, как плотность тока, природа и состав растворителя, материал электрода, позволяют нам правильно подойти к решению вопроса о поляризации применительно к электрохронометрии, т. е. при качественном и количественном определении ионов новым методом анализа.

При процессах ионных перезарядок могут иметь место следующие причины появления поляризации:

- а) малая скорость диффузии ионов (концентрационная поляризация);
- б) затруднения, вызванные образованием пленок на электроде;
- в) замедленная диффузия комплексных или сольватированных ионов;
- г) затруднения, связанные непосредственно с переходом электрона с электрода на ион и обратно.

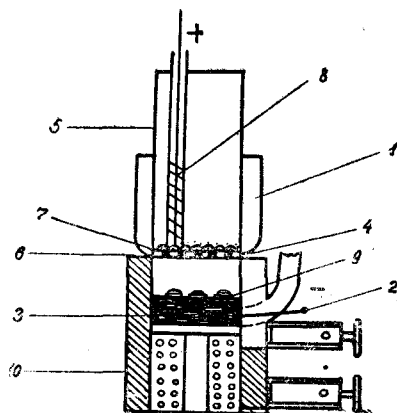


Рис. 1.

Электролизер: 1 — наружный сосуд; 2 — платиновый контакт; 3 — ртутный катод; 4 — уступ сосуда; 5 — анодный сосуд; 6 — диафрагма; 7 — платиновая сетка; 8 — анод; 9 — стерженьки в ампулах; 10 — электромагнит.

Для выяснения значений поляризации в электрохронометрии мы проводим наши опыты в электролизере, показанном на рис. 1. При этом полученная кривая выделения цинка на ртутном катоде из 1n раствора сернокислой соли представлена на рис. 2. Для выделения цинка в качестве основного электролита применена соль калия. Электролиз производился без перемешивания. Эта кривая получена с помощью визуальной установки, схема которой приведена на рис. 3. При повторных опытах получались кривые аналогично, приведенной на рис. 2.

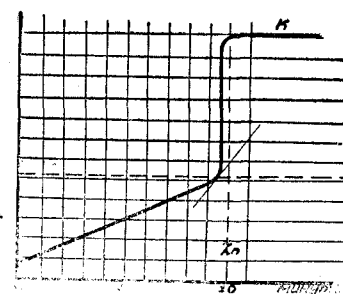


Рис. 2.

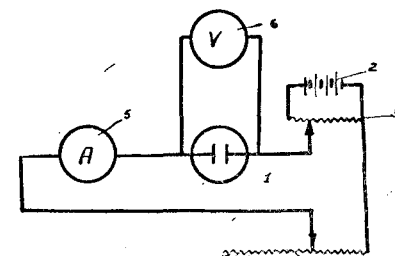


Рис. 3.

1 — электролизер; 2 — аккумулятор; 3 — делитель потенциала; 4 — реостат; 5 — амперметр; 6 — вольтметр.

Как показали наши исследования, форма электрохронометрических кривых зависит от концентрации основного электролита, концентрации анализируемого раствора, температуры, плотности тока, скорости перемешивания ртути и анализируемого раствора.

Кривая, приведенная на рис. 2, свидетельствует о том, что при электролизе наблюдается непрерывный рост потенциала. Этот рост потенциала объясняется концентрационной поляризацией.

Зависимость концентрационной поляризации от поверхности ртутного катода, концентрации электролита и перемешивания

Для выяснения зависимости концентрационной поляризации от таких факторов, как поверхность ртутного катода, концентрация анализируемого раствора, концентрация буферных солей и перемешивание ртути и электролита, был поставлен ряд опытов в различных условиях.

Результаты опытов показывают, что с увеличением поверхности ртутного катода уменьшается концентрационная поляризация,

Так, например, увеличение концентрации анализируемого раствора и основного электролита (от 0,5—1 п и выше) при достаточном количестве металлической ртути (до 1 мл), концентрационная поляризация сильно уменьшается.

На рис. 4 приводим результаты выделения меди на ртутном катоде. Эта кривая получена при электролизе сульфата меди. Электролиз производится с помощью той же визуальной установки, схема которой приведена на рис. 3. В качестве основного электролита применялась соль калия.

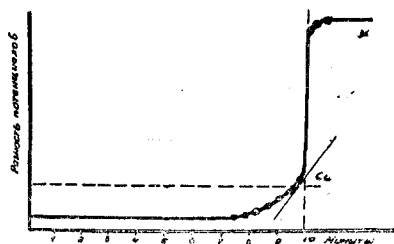


Рис. 4.

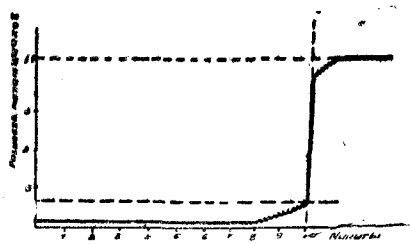


Рис. 5.

На рис. 5 приведены результаты выделения меди с помощью автомата электрохронометра.

Выделение меди производилось при сильном перемешивании анализируемого раствора и ртути.

На основании проведенных опытов мы считаем возможным сделать вывод о том, что при увеличении поверхности ртути при анализах небольших объемов исследуемого вещества с применением буферных солей и сильном перемешивании, концентрационная поляризация практически устраняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. И. Тришин — Швидке якісне визначення кадмію та свинцю. Український хімічний журнал, 29 (1933).
2. Ф. И. Тришин — Метод быстрого определения ртути. Журнал прикладной химии, 7, 1285 (1934).
3. Ф. И. Тришин — Новый метод определения кадмия. Журнал прикладной химии, 8, 1269 (1935).
4. Ф. И. Тришин — Устройство для измерения концентрации ионов. Бюллетень изобретений 7—8 (1945).
5. Ф. И. Тришин — Описание схемы регистрирующего автомата для качественного и количественного определения ионов. — Журнал аналитической химии, III, 29, (1948).
6. Ф. И. Тришин — Электрохронометрический метод анализа. Журнал аналитической химии, III, 21 (1948).
7. А. Заринский. — Перенапряжение водорода ГОНТИ (1938).

Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ

НОМОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧИ ЗУБЧАТОЙ ЦЕПЬЮ

При проектировании цепных передач часто приходится производить неоднократные предварительные расчёты по выбору оптимальных значений основных параметров передачи. Для таких расчётов, естественно, удобно пользоваться номограммами.

В литературе [1] приводятся номограммы для выбора зубчатых цепей, по которым можно определить допускаемую мощность на 1 см ширины цепи. Такие номограммы даются отдельно для каждого шага зубчатой цепи. По сути дела, они удобны только для поверочных расчётов.

В настоящей работе рекомендуется номограмма для проектного расчёта передач зубчатой цепью.

Как известно, зависимость для выбора основных параметров зубчатой цепи имеет следующий вид [1]:

$$b \geq \frac{N}{3,1v} \frac{900 + n \cdot k_z}{d \sqrt{z}} \frac{k_d}{k_n}, \quad (1)$$

где: N — мощность в л. с.;
 v — скорость цепи в м/сек;
 z — число зубьев меньшей звёздочки;
 n — число оборотов в мин. той же звёздочки;
 d — диаметр валика зубчатой цепи в мм;
 k_d — коэффициент центробежного воздействия;
 k_z — коэффициент эксплуатации передачи;
 b — ширина цепи в мм.

Принимая приближенно, что $v \cong \frac{ztn}{60 \cdot 1000}$, можно форм. (1) привести к такому виду:

$$bdt \sqrt{z^3} \geq 19350 \frac{N(900+n)}{n} k \quad (2)$$

Здесь t — шаг цепи в мм;

коэффициент $k = \frac{k_9}{k_d}$.

Из зависимости (2) нетрудно видеть, что для заданных условий нагружения, т. е. при постоянных значениях N , n и k , можно получить много вариантов передачи с различными значениями t , b и z (диаметр валика d является функцией шага t).

На рис. 1 приведена номограмма для проектного расчёта, по которой можно одновременно определить ряд возможных вариантов основных параметров передачи.

На нижней горизонтальной оси номограммы помещена шкала значений N в л. с. Тонкие наклонные линии даны для соответствующих чисел оборотов ведущей звёздочки n .

В наклонных прямых, показанных более толстыми линиями, даны значения шага t и числа зубьев ведущей звёздочки z .

Там же показано предельное число оборотов $n_{\max}$ ведущей звёздочки для этих значений t и z , определяемое из зависимости (1)

$$t \leq \frac{5800}{\sqrt[3]{n^2 z}},$$

откуда

$$n_{\max} \cong \frac{44200}{\sqrt{t^3 z}}.$$

На каждой наклонной линии показаны возможные варианты значений шага t и числа зубьев z (округлённого до целого числа) для одной и той же ширины цепи b . Так, например, при одной и той же ширине цепи вариантами равной износостойкости на основании зависимости (2) являются:

$$\begin{array}{ll} t = 1/2'' & z = 58 \\ t = 5/8'' & z = 46 \\ t = 3/4'' & z = 35 \\ t = .1'' & z = 26 \end{array}$$

На номограмме численные значения t , z и $n_{\max}$ показаны в

условном обозначении, которое характеризуется таким примером:

$$t = 1\frac{1}{4}'' , z = 35, n_{\max} = 415 \text{ об/м}$$

обозначение: $1\frac{1}{4} - 35 - 415$.

На верхних горизонтальных прямых нанесены шкалы для значений ширины цепи b . Для удобства пользования номограммой даны две шкалы, на которых непосредственно нанесены деления из нормального ряда значений ширины цепей, изготавливаемых отечественными заводами. Причём на одной из шкал даны значения ширины для цепей с внутренними направляющими, на другой — с боковыми направляющими.

Если через точку, определяемую заданными значениями N и n , провести прямую, параллельную оси абсцисс, то точки её пересечения с наклонными более толстыми прямыми линиями дают ряд значений t и z при соответствующей ширине цепи b .

Номограмма рассчитана на наибольшее рекомендуемое значение коэффициента $k = 3,5$ (основная шкала), что примерно соответствует предельно рекомендуемым значениям $k_s = 2,5$ и $k_n = 0,7$ [1].

Если для заданных условий работы передачи коэффициент k имеет другое значение, то указанную прямую, параллельную оси абсцисс, следует сместить до такого же условного деления на соответствующей вспомогательной вертикальной шкале (слева), что и на основной шкале.

На номограмме (рис. 1) показан штрих — пунктирными линиями пример использования для заданных значений: $N = 10$ л. с., $n = 750$ об/м, $k = 1,5$.

Для рассмотренного примера показано несколько возможных вариантов.

Вместе с тем горизонтальная прямая, проведенная через полученное деление 15 на шкале для заданного значения $k = 1,5$, пересекает и другие наклонные прямые.

Проведя из каждой такой точки пересечения вертикальную прямую вверх, можно получить ещё дополнительные варианты значений t и z при соответствующей ширине цепи b .

Таким образом определяется много вариантов, которые удовлетворяют рекомендуемой расчётной зависимости [1].

Задавшись одним из вариантов значений шага t и числа зубьев ведущей звёздочки z , обозначенных на наклонных прямых, можно получить ширину цепи b . При необходимости можно выбрать промежуточные значения t и z путём интерполирования расстояния между наклонными прямыми.

При выборе варианта, кроме конструктивных и других со-

ображений, необходимо учесть следующие ограничения для параметров передачи:

1. Число зубьев ведомой (большей) звёздочки не должно превышать максимально допустимого значения $z_{\max} = 140$.

2. Шаг и число зубьев должны удовлетворять условиям предельного числа оборотов $n_{\max}$, значения которого, как выше было указано, даны на номограмме.

3. Ширина цепи должна быть в пределах нормального ряда значений для данного шага цепей, изготавливаемых в СССР [1].

4. Цепь должна удовлетворять условиям прочности, определяемым по разрушающей нагрузке.

Варианты, не удовлетворяющие указанным условиям, отбрасываются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Энциклопедический справочник «Машиностроение», том 2, Машгиз, 1948 г.

Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ

НЕКОТОРЫЕ ПРИЕМЫ РАСЧЕТА ТРАНСМИССИОННЫХ ВАЛОВ

Так как вычислительные работы, которые необходимо выполнить для расчета многоопорных трансмиссионных валов, весьма громоздки, то диаметры валов обычно определяются по упрощенным методам расчета, а именно на кручение.

Целью настоящей работы является разработка приемов расчета валов на сложное сопротивление при помощи таблиц и номограмм, облегчающих технику вычислений.

В нашей опубликованной ранее работе *) приведен способ определения опорных моментов вала как неразрезной балки. Ясно, что если известны опорные моменты, то упомянутая задача сводится к расчету каждого пролета вала как балки на двух шарнирных опорах.

Определение изгибающих моментов

Введем следующие обозначения:

N — мощность в л. с., передаваемая шкивом,

D — диаметр шкива в см,

n — число оборотов вала в мин.,

Q — давление на вал.

$$c = \frac{a}{l} \text{ (рис. 1).}$$

Если принять, что $Q = 3,5P$, то максимальный изгибающий момент для вала, нагруженного одним шкивом в пролете (рис. 1)

*) А. Д. Короб, «О раскрытии статической неопределимости мельничных трансмиссионных валов». Труды ОИИМП и ЭХ, 1948 г.

$$M = \frac{Qa(l-a)}{l} = Qc(1-c) \approx 5 \cdot 10^5 c(1-c) \frac{l}{n} \frac{N}{D}$$

или $M = \delta \frac{l}{n} \frac{N}{D},$ (1)

где $\delta = 5 \cdot 10^5 c(1-c)$

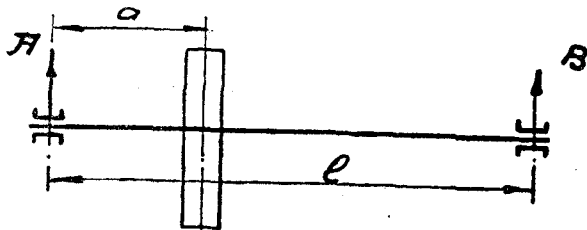


Рис. 1.

Значения этого коэффициента δ , численно равного максимальному изгибающему моменту при условии $\frac{l}{n} \frac{N}{D} = 1$, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Значения $\delta = 5 \cdot 10^5 c(1-c)$									
c	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
	0,9	0,85	0,8	0,75	0,7	0,65	0,6	0,55	0,5
δ	45000	63750	80000	93750	105000	113750	120000	123750	125000

В случае расположения в пролете двух или трех шкивов (рис. 2-а) изгибающие моменты M_1 , M_2 и M_3 соответственно в сечениях I, II и III можно определить путем суммирования ординат эпюр (рис. 2-б), построенных для каждой нагрузки в отдельности, в результате чего после соответствующих преобразований для трех шкивов в пролете, получим:

$$M_1 = \frac{e}{n} \left(\delta_{11} \frac{N_1}{D_1} + \delta_{12} \frac{N_2}{D_2} + \delta_{13} \frac{N_3}{D_3} \right) \dots (2)$$

$$M_2 = \frac{e}{n} \left(\delta_{21} \frac{N_1}{D_1} + \delta_{22} \frac{N_2}{D_2} + \delta_{23} \frac{N_3}{D_3} \right) \dots (3)$$

$$M_3 = \frac{e}{n} \left(\delta_{31} \frac{N_1}{D_1} + \delta_{32} \frac{N_2}{D_2} + \delta_{33} \frac{N_3}{D_3} \right) \dots (4)$$

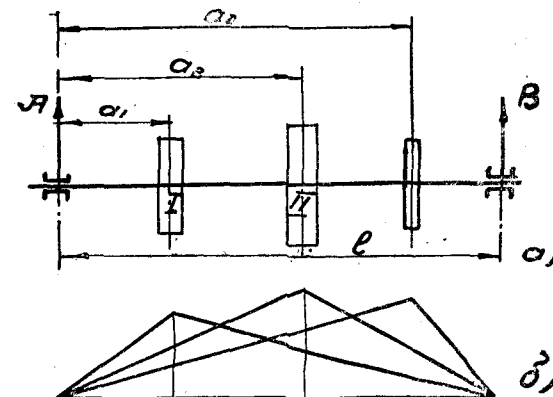


Рис. 2.

В приведенных уравнениях индексы при коэффициентах δ показывают, для каких шкивов следует брать значение величин c . Так, например,

$$\delta_{12} = 5 \cdot 10^5 c_1(1-c_2); \quad \delta_{13} = 5 \cdot 10^5 c_1(1-c_3);$$

$$\delta_{23} = 5 \cdot 10^5 c_2(1-c_3) \text{ и т. д.}$$

Значения этих коэффициентов δ , уменьшенные в 100 раз, в функции от двух значений c приведены в таблице 2.

Таблица 2

Значения $0,01\delta_{12} = 5 \cdot 10^3 c_1(1-c_2)$									
$c_2 \backslash c_1$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	450	900	1350	1800	2250	2700	3150	3600	4050
0,2	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600
0,3	350	700	1050	1400	1750	2100	2450	2800	3150
0,4	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700
0,5	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2000	2250
0,6	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
0,7	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350
0,8	100	200	300	400	500	600	700	800	900
0,9	50	100	150	200	250	300	350	400	450

Понятно, что для вертикальных и горизонтальных составляющих изгибающих моментов при различных углах наклона ремней к вертикали φ формулы (2 — 4) примут соответственно такой вид:

$$M_{1 \text{ верт}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{11} \frac{N_1}{D_1} \cos \varphi_1 + \delta_{12} \frac{N_2}{D_2} \cos \varphi_2 + \delta_{13} \frac{N_3}{D_3} \cos \varphi_3 \right) \dots (5)$$

$$M_{1 \text{ гор}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{11} \frac{N_1}{D_1} \sin \varphi_1 + \delta_{12} \frac{N_2}{D_2} \sin \varphi_2 + \delta_{13} \frac{N_3}{D_3} \sin \varphi_3 \right) \dots (6)$$

$$M_{2 \text{ верт}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{21} \frac{N_1}{D_1} \cos \varphi_1 + \delta_{22} \frac{N_2}{D_2} \cos \varphi_2 + \delta_{23} \frac{N_3}{D_3} \cos \varphi_3 \right) \dots (7)$$

$$M_{2 \text{ гор}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{21} \frac{N_1}{D_1} \sin \varphi_1 + \delta_{22} \frac{N_2}{D_2} \sin \varphi_2 + \delta_{23} \frac{N_3}{D_3} \sin \varphi_3 \right) \dots (8)$$

$$M_{3 \text{ верт}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{31} \frac{N_1}{D_1} \cos \varphi_1 + \delta_{32} \frac{N_2}{D_2} \cos \varphi_2 + \delta_{33} \frac{N_3}{D_3} \cos \varphi_3 \right) \dots (9)$$

$$M_{3 \text{ гор}} = \frac{e}{n} \left(\delta_{31} \frac{N_1}{D_1} \sin \varphi_1 + \delta_{32} \frac{N_2}{D_2} \sin \varphi_2 + \delta_{33} \frac{N_3}{D_3} \sin \varphi_3 \right) \dots (10)$$

Вычисления величин изгибающих моментов по формулам (5 — 10), а также (2 — 4) облегчается применением номограммы для определения значений δ_{11} и $\delta_{11} \cos \varphi_1$ (рис. 3).

Пользование номограммой иллюстрируется решением примера, показанного пунктирными линиями на таковой.

Что касается изгибающих моментов от нагружения опорными моментами M_α и M_β , то отметим только, что они могут быть определены по следующим простым формулам:

$$M_1(m) = \frac{M_\beta - M_\alpha}{l} a_1 = (M_\beta - M_\alpha) c_1 \quad (11)$$

$$M_2(m) = (M_\beta - M_\alpha) c_2 \quad (12)$$

$$M_3(m) = (M_\beta - M_\alpha) c_3 \quad (13)$$

Определение опорных реакций

Известные формулы для определения опорных реакций можно привести к такому удобному для пользования виду.

При одном шкиве в пролете (рис. 1).

$$A = \frac{Q(l-a)}{l} \approx 5 \cdot 10^5 \frac{1-c}{n} \frac{N}{D} = A_0 \frac{N}{D} \quad (14)$$

$$B \approx 5 \cdot 10^5 \frac{c}{n} \frac{N}{D} = B_0 \frac{N}{D} \quad (15)$$

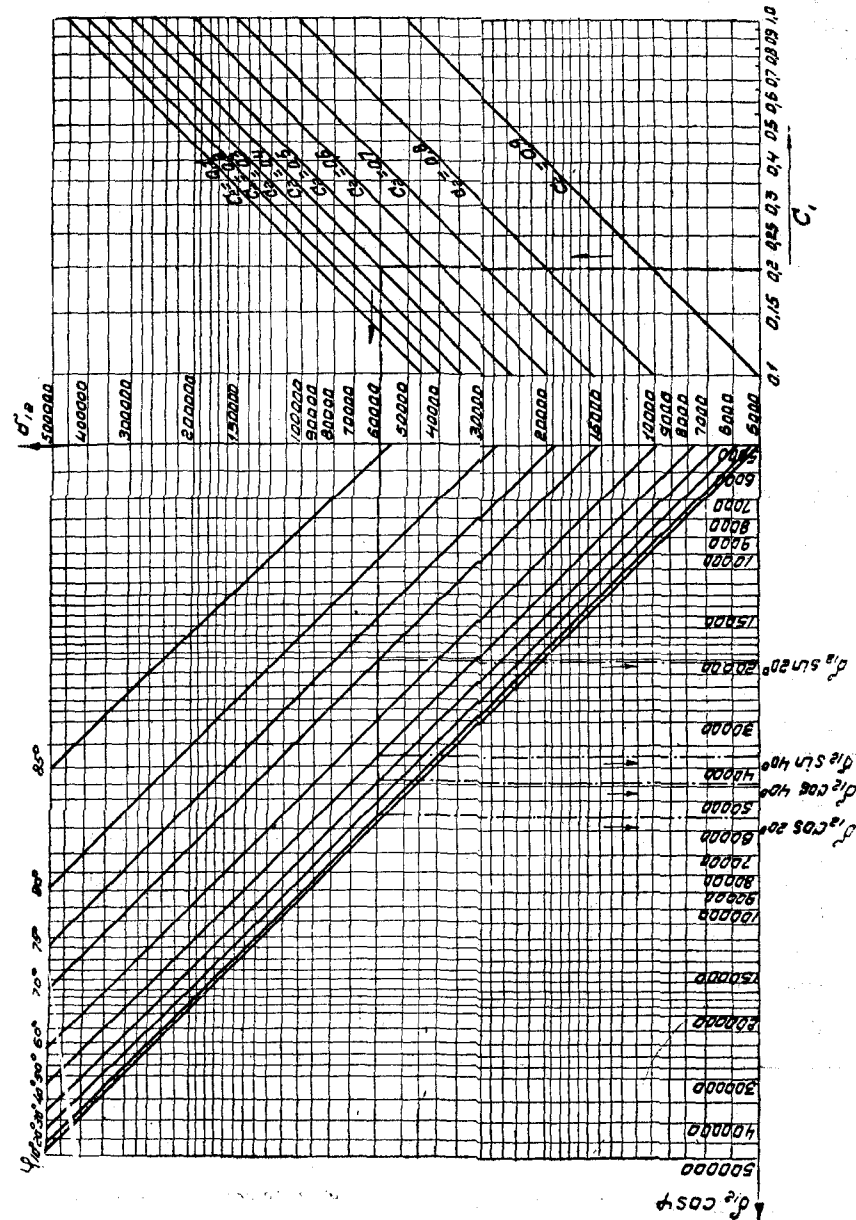


Рис. 3.

Выражения для вертикальных и горизонтальных составляющих опорных реакций при двух или нескольких шкивах в пролете можно записать соответственно так:

$$A_{\text{верт.}} = \sum A_{oi} \frac{N_i}{D_i} \cos \varphi_i \dots \dots \dots (16)$$

$$A_{\text{гор.}} = \sum A_{oi} \frac{N_i}{D_i} \sin \varphi_i \dots \dots \dots (17)$$

$$B_{\text{верт.}} = \sum B_{oi} \frac{N_i}{D_i} \cos \varphi_i \dots \dots \dots (18)$$

$$B_{\text{гор.}} = \sum B_{oi} \frac{N_i}{D_i} \sin \varphi_i \dots \dots \dots (19)$$

где

$$A_{oi} = \frac{5 \cdot 10^5 (1 - c_i)}{n} \quad \text{и} \quad B_{oi} = \frac{5 \cdot 10^5 c_i}{n}$$

— соответствующие значения опорных реакций при $\frac{N}{D} = 1$, приведенные в таблице 3 в функции от величин c и n .

Таблица 3

Значение A_0, B_0										
$\frac{n}{c_\alpha}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
100	4500	4000	3500	3000	2500	2000	1500	1000	500	100
150	3000	2667	2333	2000	1667	1333	1000	667	333	150
200	2250	2000	1750	1500	1250	1000	750	500	250	200
250	1800	1600	1400	1200	1000	800	600	400	200	250
300	1500	1333	1167	1000	834	667	500	333	167	300
350	1280	1137	995	853	711	569	426	284	142	350
400	1125	1000	875	750	625	500	375	250	125	400
450	1000	889	778	667	555	444	333	222	111	450
500	900	800	700	600	500	400	300	200	100	500
550	820	728	637	546	455	364	273	182	91	550
600	750	667	583	500	417	333	250	167	83	600
	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	$\frac{n}{c_\beta}$

Примечание. При определении A_0 значения c (c_α) принимаются по верхней строке, для B_0 —значения c_β принимаются по нижней строке.

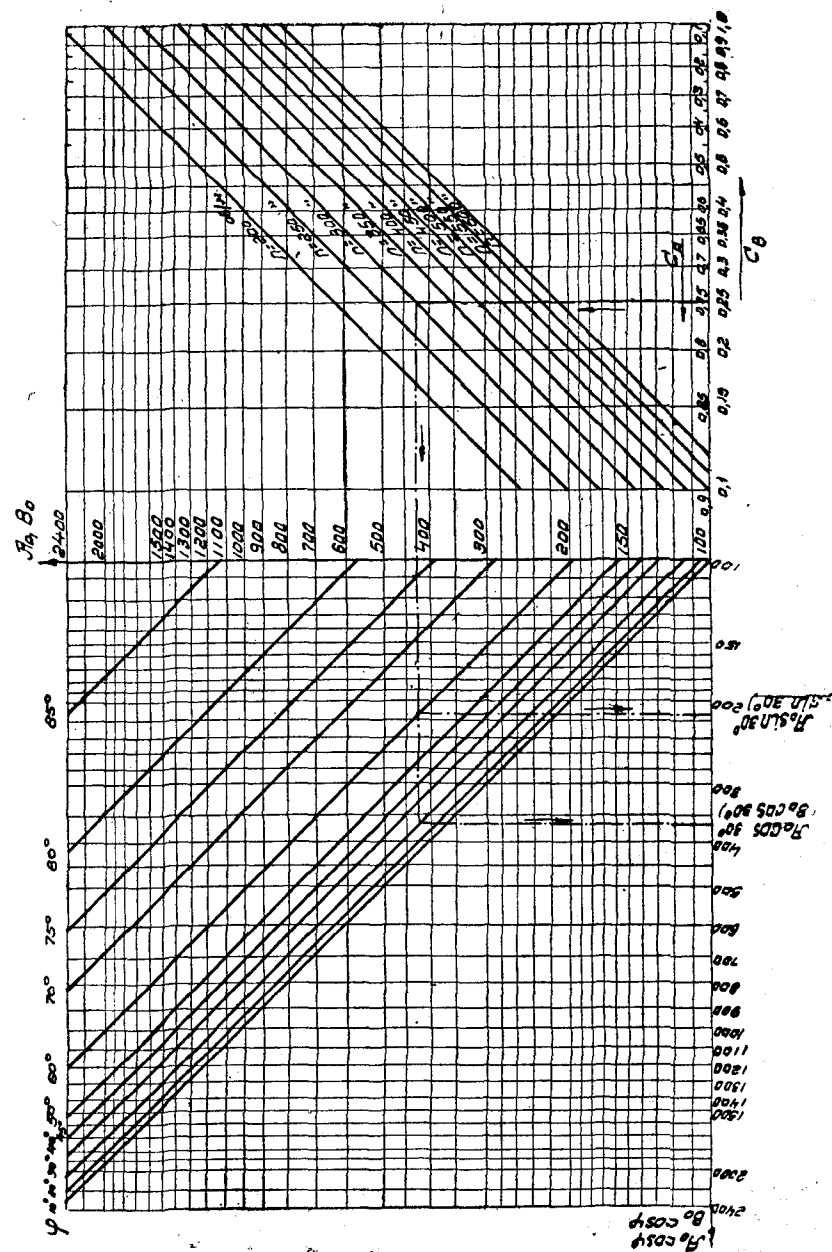


Рис. 4.

Для определения значений опорных реакций A_0 , B_0 , а также их составляющих $A_0 \cos \varphi$ и $B_0 \cos \varphi$ при условии, что $\frac{N}{D} = 1$ на рис. 4 приведена номограмма.

Применение номограммы поясняется нанесенными на ней пунктирными линиями. Следует отметить, что при нахождении левых опорных реакций A_0 значения $c(c_\alpha)$ отсчитываются справа налево, а правых опорных реакций c_β слева направо.

Учет собственного веса шкивов

Практически в большинстве случаев собственные веса шкивов G_i мало влияют на результаты расчета и ими можно пренебречь.

Однако при необходимости учета опорных реакций $A_{ш}$ и $B_{ш}$ от весов шкивов их можно определить по формулам:

$$A_{ш} = \Sigma G_i (1 - c_i) \quad (20)$$

$$B_{ш} = \Sigma G_i c_i. \quad (21)$$

Изгибающие моменты от веса шкивов нетрудно определить по опорным реакциям.

Численный пример

Определить максимальный изгибающий момент в пролете вала (рис. 5) без учета собственного веса шкивов и опорных моментов.

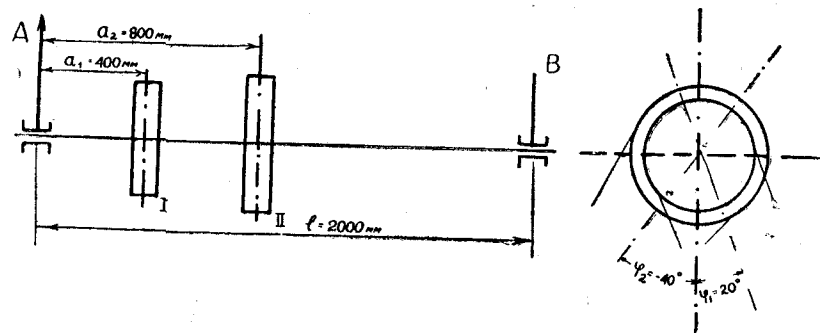


Рис. 5.

Данные: $n = 400$ об/мин, $N_1 = 10$ л. с., $N_2 = 8$ л. с.,
 $D_1 = 400$ мм, $D_2 = 500$ мм, $l = 2000$ мм, $a_1 = 400$ мм,
 $a_2 = 800$ мм, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\varphi_2 = -40^\circ$.

Определяем характеристики:

$$\frac{l}{n} = \frac{200}{400} = 0,5; \quad \frac{N_1}{D_1} = \frac{10}{40} = 0,25;$$

$$\frac{N_2}{D_2} = \frac{8}{50} = 0,16$$

$$c_1 = 0,2; \quad c_2 = 0,4.$$

По номограмме рис. 3 находим:

$$\delta_{11} \cos 20^\circ = 75000; \quad \delta_{11} \sin 20^\circ = 27000$$

$$\delta_{12} \cos (-40^\circ) = 45000; \quad \delta_{12} \sin (-40^\circ) = -38000$$

$$\delta_{22} \cos 20^\circ = 56000; \quad \delta_{22} \sin 20^\circ = 20500$$

$$\delta_{22} \cos (-40^\circ) = 92500; \quad \delta_{22} \sin (-40^\circ) = -77000$$

Подставив эти значения в формулы (5—8), получим:

$$M_{1 \text{ верт}} = 0,5 (0,25 \cdot 75000 + 0,16 \cdot 45000) = 12975 \text{ кг см.}$$

$$M_{1 \text{ гор}} = 0,5 (0,25 \cdot 27000 - 0,16 \cdot 38000) = 335 \text{ " "}$$

$$M_{2 \text{ верт}} = 0,5 (0,25 \cdot 56000 + 0,16 \cdot 92500) = 14400 \text{ " "}$$

$$M_{2 \text{ гор}} = 0,5 (0,25 \cdot 20500 - 0,16 \cdot 77000) = 3600 \text{ " "}$$

Максимальный суммарный изгибающий момент в сечении II:

$$M_{\text{сумм}} = \sqrt{14400^2 + 3600^2} = 14900 \text{ кг см.}$$

Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

К ТЕОРИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ШАРНИРНЫХ ЧЕТЫРЕХЗВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

В 1946 году нами были опубликованы *) уравнения, связывающие относительные размеры шарнирного четырёхзвённого механизма с переменными его параметрами, и приведены примеры применения упомянутых уравнений для решения некоторых задач проектирования таких механизмов.

Вывод уравнений основывался на обращении движения механизма и построении повернутого плана скоростей обращённого механизма. Ниже сообщается более простой вывод тех же уравнений.

На рис. 1 изображена кинематическая схема шарнирного четырёхзвённого механизма ABCD, в котором:

- r_1 — длина ведущего звена (кривошипа) AB;
- r_2 — длина шатуна BC;
- r_3 — длина ведомого звена CD;
- r_4 — длина стойки AD;
- φ — угол поворота кривошипа, отсчитываемый от стойки;
- ψ — угол между осями ведомого звена и стойки;
- γ — угол, определяющий взаимоположение шатуна и ведомого звена;
- α — угол наклона шатуна к стойке;
- ω_1 — угловая скорость ведущего звена;
- ω_3 — угловая скорость ведомого звена;
- $i = \frac{\omega_3}{\omega_1}$ — передаточное отношение механизма.

На основании известной из курса теоретической механики

*) В. Я. Белецкий. Новый метод синтеза шарнирных четырёхзвённых механизмов. «Вестник инженеров и техников», № 11—12, 1946.

«Теоремы о трёх мгновенных центрах вращения», заключаем, что мгновенный центр в относительном движении звеньев AB и CD находится в точке P (рис. 1) — на пересечении осевых линий звеньев AD и BC.

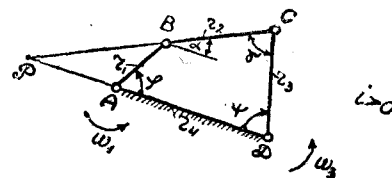


Рис. 1.

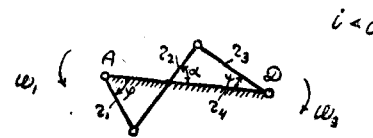


Рис. 2.

Поэтому относительная линейная скорость точки P равна нулю и, следовательно, абсолютные линейные скорости точки P как в системе звена AB, так и в системе звена CD одинаковые, т. е.

$$\omega_1 (PA) = \omega_3 (PD). \quad (1)$$

Это равенство можно представить в следующем виде:

$$\frac{(PD) - (PA)}{(PD)} = 1 - i.$$

А так как $(PD) - (PA) = r_4$ (см. рис. 1), то:

$$r_4 = (PD)(1 - i). \quad (2)$$

Из треугольника PCD на основании теоремы синусов будем иметь:

$$(PD) = r_3 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}. \quad (3)$$

В силу этого, взамен уравнения (2) получаем:

$$\frac{r_4}{r_3} = (1 - i) \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}. \quad (4)$$

Полученная таким образом формула (4) даёт величину отношения длин двух звеньев шарнирного четырёхзвённого механизма, а именно: стойки и ведомого звена.

Из треугольника PAB видно, что

$$(PA) = r_1 \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\sin \alpha}.$$

Так как $(PA) = (PD) - r_4$, то, принимая во внимание уравнение (2), имеем:

$$(PA) = r_4 \left(\frac{1}{1-i} - 1 \right).$$

На основании двух последних равенств находим:

$$\frac{r_4}{r_1} = \left(\frac{1}{1-i} - 1 \right) \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\sin \alpha}. \quad (5)$$

Итак, найдена вторая формула, определяющая величину отношения другой пары длин звеньев шарнирного четырехзвенного механизма — стойки к кривошипу. Нам ещё осталось отыскать аналогичную формулу, выражающую отношение длин шатуна и любого другого звена механизма.

Применяя к треугольнику PCD ещё раз теорему синусов, находим:

$$(PC) = (PD) \frac{\sin \psi}{\sin \gamma},$$

или так как (см. фиг. 1):

$$(PC) = r_2 + (PB) = r_2 + [(PD) - r_4] \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)},$$

то в силу (2) получаем:

$$\frac{r_4}{r_2} = \frac{1-i}{\frac{\sin \psi}{\sin \gamma} - i \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi - \alpha)}}. \quad (6)$$

Кроме того (см. рис. 1):

$$\alpha + \psi + \gamma = 180^\circ. \quad (7)$$

Вышеприведённые уравнения (4), (5), (6) применимы для двухкривошипных и кривошипно-коромысловых механизмов, если в рассматриваемом положении механизма ведущее и ведомое звенья вращаются в одинаковых направлениях, как показано на рис. 1.

Читателю не составит никакого труда убедиться самому в том, что рассматривая те положения шарнирного четырехзвенного механизма, в которых ведущее и ведомое звенья (рис. 2) вращаются в прямо противоположных направлениях, и применяя изложенный выше метод, мы получим уравнения, вполне аналогичные по структуре приведенным выше, но только передаточное отношение механизма i будет иметь отрицательный знак и угол поворота ведущего звена φ следует измерять в направлении, указанном на рис. 2.

Что касается уравнения (7), то и во втором случае оно остаётся без изменения.

Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ,

Канд. физико-математ. наук доцент М. С. СЛУЦКИЙ

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА ПО ДВУМ ЗАДАННЫМ ЕГО ПОЛОЖЕНИЯМ

Для двух положений шарнирного четырехзвенного механизма на основании уравнений (4) — (7) публикуемой в настоящем сборнике статьи В. Я. Белецкого «К теории проектирования шарнирных четырехзвенных механизмов» будем иметь:

$$(1-i_1) \frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha_1} = (1-i_2) \frac{\sin \gamma_2}{\sin \alpha_2}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{i_1} - 1 \right) \frac{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1} = \left(\frac{1}{i_2} - 1 \right) \frac{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}{\sin \alpha_2}, \quad (2)$$

$$\frac{1-i_1}{\frac{\sin \psi_1}{\sin \gamma_1} - i_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}} = \frac{1-i_2}{\frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_2} - i_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}}, \quad (3)$$

$$\alpha_1 + \psi_1 + \gamma_1 = 180^\circ, \quad (4)$$

$$\alpha_2 + \psi_2 + \gamma_2 = 180^\circ. \quad (5)$$

Покажем как можно при помощи этих уравнений (1) — (5) решать конкретные задачи синтеза шарнирного четырехзвенного механизма по двум заданным его положениям. Но прежде заметим, что число уравнений равно пяти, а общее число входящих в них неизвестных равно десяти. Следовательно, при проектировании шарнирного четырехзвенного механизма по двум

его положениям можно задаться не более, чем пятью параметрами или пятью условиями.

Задача первая. Спроектировать шарнирный четырёхзвенный механизм по двум заданным соответственным положениям шатуна и ведомого звена и одному положению ведущего звена.

Следовательно, условиями проектирования заданы величины: α_1 ; α_2 ; ψ_1 ; ψ_2 ; φ_1 (либо φ_2), требуется найти отношение длин звеньев механизма, удовлетворяющего заданным условиям. Для этого придётся решить систему уравнений (1) — (5), к чему и переходим.

При помощи уравнений (4) и (5) легко можно найти величины углов γ_1 и γ_2 .

Уравнение (3) запишем в следующем виде:

$$M = \frac{A_1 - B \cdot i_1}{A_2 - i_2 \cos \alpha_2 - i_2 \operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2) \sin \alpha_2}, \quad (6)$$

где

$$M = \frac{1 - i_1}{1 - i_2}, \quad (7)$$

либо в силу (1)

$$M = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1}; \quad (8)$$

$$A_1 = \frac{\sin \psi_1}{\sin \gamma_1}; \quad (9)$$

$$A_2 = \frac{\sin \psi_2}{\sin \gamma_2}; \quad (10)$$

$$B = \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (11)$$

Из уравнения (2) получим:

$$M \cdot R \frac{i_2}{i_1} = \sin(\varphi_2 - \alpha_2), \quad (12)$$

где

$$R = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \sin(\varphi_1 - \alpha_1). \quad (13)$$

Учитывая зависимость, существующую между котангенсом

и синусом одного и того же угла, на основании (12) будем иметь:

$$\operatorname{ctg}(\varphi_2 - \alpha_2) = \frac{1}{M \cdot R \cdot i_2} \sqrt{i_1^2 - M^2 \cdot R^2 \cdot i_2^2}. \quad (14)$$

Подставляя это значение в уравнение (6) и принимая во внимание, что согласно (7)

$$i_1 = 1 - M(1 - i_2), \quad (15)$$

находим:

$$M = \frac{A_1 - B + B \cdot M(1 - i_2)}{A_2 - i_2 \cos \alpha_2 - \frac{\sin \alpha_2}{M \cdot R} \sqrt{(1 - M + M \cdot i_2)^2 - M^2 \cdot R^2 \cdot i_2^2}}.$$

Отсюда:

$$C + L \cdot i_2 = \sqrt{(1 - M + M \cdot i_2)^2 - M^2 \cdot R^2 \cdot i_2^2} \sin \alpha_2, \quad (16)$$

где:

$$C = R(M \cdot A_2 + B - A_1 - M \cdot B) \quad (17)$$

и

$$L = R \cdot M(B - \cos \alpha_2). \quad (18)$$

Уравнение (16) есть квадратное уравнение относительно неизвестной величины i_2 . Следовательно, оно позволяет определить i_2 .

В общем случае получится два значения. Пользуясь зависимостью (15), найдём соответствующие значения i_1 . И, наконец, из уравнения (12) находим величину φ_2 .

Из уравнения (16) следует, что его корни будут вещественными, если выполняется условие

$$(1 - M + M \cdot i_2)^2 > M^2 \cdot R^2 \cdot i_2$$

или

$$2M(1 - M)i_2 + i_2^2 \cdot M^2(1 - R^2) > -(1 - M)^2.$$

Ввиду того, что величина передаточного отношения должна быть меньше единицы (см. уравнения в упомянутой выше статье), то подставляя в только что полученное неравенство значение $i_2 = 1$, т. е. усиливая это неравенство, получаем:

$$M^2 \cdot R^2 < 1,$$

или

$$|M| |R| < 1,$$

или же согласно (8) и (9):

$$\left| \sin(\varphi_1 - \alpha_1) \right| < \left| \frac{\sin(\alpha_1 + \psi_1)}{\sin(\alpha_2 + \psi_2)} \right|. \quad (19)$$

Условие, выраженное неравенством (19), является ничем иным как ограничением, налагаемым на величины, заданные условиями проектирования механизма. Если эти величины не удовлетворяют неравенство (19), то это означает, что спроектировать механизм невозможно. И поэтому величина, хотя бы одного из заданных параметров должна быть изменена так, чтобы неравенство (19) было удовлетворено.

Таким образом, неравенство (19) является весьма важным критерием для суждения о возможности спроектировать механизм по заданным параметрам.

Укажем, что уравнение (16) можно представить ещё и таким образом:

$$m \cdot i_2^2 = n + 2p \cdot i_2, \quad (20)$$

где

$$m = \frac{L}{\sin^2 \alpha_2} + M^2 \cdot R^2 - M^2,$$

$$n = (1 - M^2) - \frac{C^2}{\sin^2 \alpha_2},$$

$$p = M(1 - M) - \frac{C \cdot L}{\sin^2 \alpha_2}.$$

Разобьём уравнение (20) на два следующих:

$$y = m \cdot i_2^2 \quad (20.1)$$

и

$$y = n + 2p \cdot i_2. \quad (20.2)$$

Построив графики каждой из этих функций, получим в первом случае параболу, а во втором — прямую, пересечение которых определяет величину i_2 .

Воспользуемся изложенным для решения конкретной задачи.

Пример 1. Спроектировать четырёхзвенный шарнирный механизм по двум заданным положениям шатуна $\alpha_1 = 15^\circ$ и $\alpha_2 = 20^\circ$, двум заданным положениям ведомого звена $\psi_1 = 125^\circ$ и $\psi_2 = 60^\circ$ и одному положению ведущего звена (кривошипа) $\varphi_1 = 45^\circ$ (рис. 1).

Прежде всего убеждаемся в том, что заданные параметры удовлетворяют неравенство (19) и, следовательно, требуемый механизм принципиально может быть спроектирован.

Согласно зависимостям (4), (5), (8), (9), (10), (11), (13), (17) и (18) соответственно находим:

$$\gamma_1 = 40^\circ; \quad \gamma_2 = 100^\circ; \quad M = 1,2; \quad A_1 = 1,3; \quad A_2 = 0,9;$$

$$B = 1,4; \quad R = 0,65; \quad C = -0,34; \quad L = 0,36.$$

Подставляя только что найденные значения постоянных величин в уравнение (16) и возводя обе его части в квадрат, после приведения подобных получаем:

$$i_2^2 - 5,5 i_2 + 2,7 = 0.$$

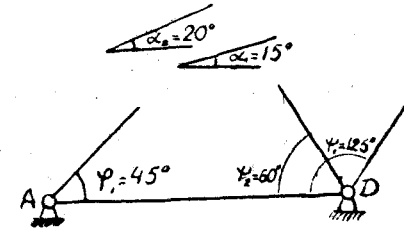


Рис. 1.

Отсюда находим:

$$i_2^{(1)} = 0,6 \quad \text{и} \quad i_2^{(2)} = 4,5.$$

Так как (как уже отмечено выше), $i_2 \gg 1$, то имеем лишь один корень $i_2 = 0,6$. Согласно уравнению (15) $i_1 = 0,46$.

При помощи уравнений (4), (5) и (6), содержащихся в упомянутой вначале статье, соответственно находим:

$$\frac{r_4}{r_3} = 1,33; \quad \frac{r_4}{r_1} = 2,1; \quad \frac{r_4}{r_2} = 0,9.$$

Кинематическая схема искомого шарнирного четырёхзвенового механизма изображена на рис. 2.

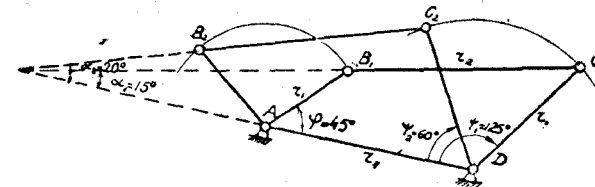


Рис. 2.

Задача вторая. Спроектировать четырёхзвенный шарнирный механизм по двум заданным соответственным поло-

жениям ведущего и ведомого звеньев и положению шатуна в одном из этих положений механизма.

Стало быть, заданными величинами являются $\psi_1; \psi_2; \varphi_1; \varphi_2$ и α_1 (либо α_2). Необходимо при этих условиях решить систему уравнений (1) — (5).

Из уравнения (4) находим величину γ_1 .

Разделив почленно уравнение (4) на уравнение (2), после элементарных преобразований получим:

$$\frac{i_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)} = \frac{i_1 \cdot \sin \gamma_1}{\sin \gamma_2 \cdot \sin(\varphi_1 - \alpha_1)}. \quad (21)$$

Подставляя в только что полученное уравнение значение i_2 , взятое из (1), после преобразований и упрощений получаем:

$$i_1 = \frac{a \cdot \sin(\psi_2 + \alpha_2) - k \cdot \sin \alpha_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2) - k \cdot \sin \alpha_2}, \quad (22)$$

где

$$a = \frac{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{\sin \gamma_1} \quad (23)$$

и

$$k = \frac{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)}{\sin \alpha_1}. \quad (24)$$

Уравнение (3), принимая во внимание выражение (1) и (2), можно привести к следующему виду:

$$i_1 = a \frac{b - c \cdot \sin \alpha_2}{d - e \cdot \sin \alpha_2}, \quad (25)$$

где величина a сохраняет своё значение согласно уравнению (23),

$$b = \sin \alpha_1 \cdot \sin \psi_2, \quad (26)$$

$$c = \sin \psi_1, \quad (27)$$

$$d = \sin \alpha_1 \cdot \sin \varphi_2, \quad (28)$$

$$e = \sin \varphi_1. \quad (29)$$

Задаваясь рядом последовательных произвольных значений угла α_2 , строим графики зависимостей (22) и (25) в пря-

моугольной прямолинейной системе координат. Точка пересечения этих двух кривых определит (своими координатами) истинные значения величин i_1 и α_2 .

После этого находим по уравнению (5) величину угла γ_2 и вычисляем по формуле (21) величину i_2 .

Так как величина передаточного отношения i_1 всегда меньше единицы, то на основании уравнения (25) заключаем, что

$$1 > |a| \frac{|b - c \cdot \sin \alpha_2|}{|d - e \cdot \sin \alpha_2|}.$$

Откуда после простейших преобразований, в силу того, что $\sin \alpha_2 < 1$, получим следующее условие, связывающее заданные по условиям проектирования величины:

$$|e| + |a \cdot c| > |a \cdot b| + |d|. \quad (30)$$

Итак, если неравенство (30) не удовлетворяется, то спроектировать механизм по заданным условиям невозможно, и эти условия необходимо соответствующим образом изменить.

Пример 2. Спроектировать четырёхзвенный шарнирный механизм по следующим условиям (рис. 3): $\varphi_1 = 65^\circ$; $\varphi_2 = 150^\circ$; $\psi_1 = 80^\circ$; $\psi_2 = 40^\circ$ и $\alpha_1 = 30^\circ$ (рис. 3).

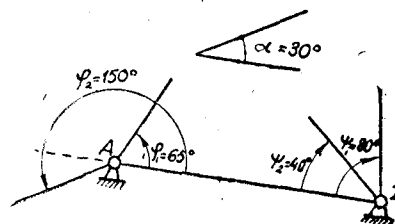


Рис. 3.

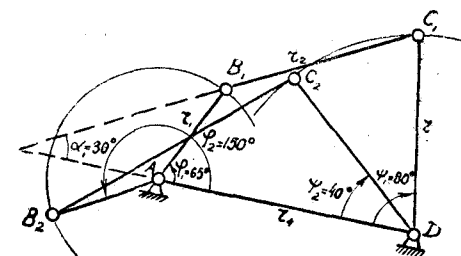


Рис. 4.

Прежде всего, при помощи уравнения (4) находим, что $\gamma_1 = 70^\circ$.

Далее из зависимостей (23), (26), (27), (28) и (29) соответственно получаем:

$$a = 0,6; \quad b = 0,32; \quad c = 0,98; \quad d = 0,25; \quad e = 0,9$$

Подставляя в неравенство (30) значения соответствующих величин, убеждаемся в том, что оно удовлетворяется. Следовательно, решение задачи можно продолжить.

Согласно формуле (25) имеем:

$$i_1 = 0,6 \frac{0,32 - 0,98 \sin \alpha_2}{0,25 - 0,9 \sin \alpha_2}.$$

Задавая рядом произвольных значений угла α_2 , получаем ряд соответствующих значений i_1 , по которым строим кривую.

Воспользовавшись выражением (24), находим, что $k = 1,12$. Это даёт возможность найти согласно (22) новую зависимость, а именно:

$$i_1 = \frac{0,6 \sin(40^\circ - \alpha_2) - 1,12 \sin \alpha_2}{\sin(150^\circ - \alpha_2) - 1,12 \sin \alpha_2},$$

основываясь на которой, строим новую кривую.

Координаты точки пересечения обеих кривых определяют истинные значения величин

$$i_1 = 0,33 \text{ и } \alpha_2 = 20^\circ.$$

С помощью известных нам формул можем теперь найти:

$$\frac{r_4}{r_3} = 1,35; \quad \frac{r_4}{r_1} = 2,65; \quad \frac{r_4}{r_2} = 1,25.$$

Кинематическая схема искомого механизма показана на рис. 4.

В заключение отметим, что приведённые выше две задачи решены нами в порядке выполнения плана научно-исследовательских работ Института в 1948 году. В 1949 г. нами решены некоторые другие задачи проектирования шарнирного четырёхзвенного механизма по заданным передаточным отношениям механизма.

В конце 1949 г. вышла в свет работа канд. техн. наук, доц. В. А. Зиновьева: «Проектирование шарнирного четырёхзвенника по заданным положениям кривошипа и коромысла», опубликованная в Трудах семинара по теории машин и механизмов (т. VII, вып. 25. Изд. АН СССР, 1949).

В этой работе дан метод решения задачи по двум и более положениям кривошипа и коромысла; однако положения шатуна не являются при этом заданными (или варьируемыми), в отличие от приведенных здесь задач, что, как отмечает сам В. А. Зиновьев, является недостатком его метода.

Канд. техн. наук, доцент В. Ф. МАЛЬЦЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ БЕССТУПЕНЧАТОЙ ИМПУЛЬСИВНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Введение

Важность вопроса бесступенчатого регулирования скоростей объясняет тот огромный интерес, который за последние годы вызывает бесступенчатое регулирование со стороны инженерно-технической мысли самых различных отраслей нашего народного хозяйства. Невозможно перечислить все случаи, где находят применение бесступенчатые передачи и весьма трудно оценить эффективность их применения; приведем только некоторые наиболее характерные примеры.

С применением бесступенчатых передач производительность металлорежущих станков значительно увеличивается. Применение в тракторах бесступенчатой передачи вместо ступенчатой далось бы возможность увеличить на $\frac{1}{3}$ производительность трактора. Кроме того, третий пленум Всесоюзной Академии сельскохозяйственных наук им. Ленина в 1936 г. отметил, что из-за недостатков, присущих ступенчатой передаче, тракторный парк излишне расходует в день тысячи тонн топлива.

Установка соответствующей бесступенчатой передачи на автомобиле может дать значительную экономию топлива, улучшить динамические качества, упростить управление им, увеличить долговечность трансмиссии и уменьшить износ шин за счет плавного изменения усилий.

Очень важно отметить большое значение бесступенчатых передач при выполнении задач, поставленных перед промышленностью нашей страны, производящей предметы потребления. В директивах XIX съезда партии по пятому пятилетнему плану на 1951-55 г.г. указывается: «Широко внедрить автома-

тизацию и механизацию процессов производства по выработке продовольственных и промышленных товаров». Большую услугу в деле выполнения этой задачи усовершенствования технологических процессов и их автоматизации уже оказывают и еще в большей мере должны оказать в ближайшем будущем бесступенчатые передачи.

Особо удобна для целей автоматической регулировки рассматриваемая ниже управляемая импульсивная бесступенчатая передача, которая при большой компактности и диапазоне регулирования (0—1000 об/мин), высоком КПД (до 0,9), бесшумности в работе, высоких эксплуатационных качествах, может быть с успехом использована в ряде отраслей промышленности.

Принцип действия передачи

Схема механизма передачи дана на рис. 1. На ведущий вал 1 последовательно насажены одна на другую следующие детали: эксцентрики 2 и 3, шариковый подшипник 4 и диск 5 с кольцевым пазом. В паз диска входит ролик 6, вращающийся на кривошипном пальце коромысла 7, жестко закрепленного на промежуточном валу 8. Последний в правой своей части представляет внутреннюю обойму муфты свободного хода. Наружная обойма этой муфты выполнена в виде зубчатого венца 9, находящегося в постоянном зацеплении с шестерней 10, жестко закрепленной на ведомом валу 11. В механизме передачи (рис. 2) имеется пять одинаковых групп, состоящих из деталей 6, 7, 8 и 9, расположенных вокруг оси передачи на равных расстояниях одна относительно другой.

Ведущий вал (рис. 1) приводится в движение непосредственно от вала электродвигателя и вращает систему, состоящую из эксцентрика 2, 3 внутреннего кольца шарикового подшипника. Диск 5 при концентричном расположении относительно оси ведущего вала всегда неподвижен, так как суммарный момент трения между роликами 6 и их осями вращения превосходит момент трения в шариковом подшипнике.

Поворачиванием эксцентрика 2 относительно вала 1 и эксцентрика 3 достигается изменение эксцентриситета диска 5. При эксцентричном расположении диск 5 совершает сложное плоско-параллельное движение, вызывая колебания рычагов 7. Эти рычаги через муфты свободного хода и шестерни 9 и 10 сообщают вращение валу 11 в одном и том же направлении. Благодаря наличию пяти систем, состоящих из деталей 6—9 ведомый вал 11, за каждый оборот ведущего вала, совершает

пять прерывистых круговых перемещений — пять импульсов — в равные промежутки времени.

Эти импульсы в такой мере перекрывают друг друга, что они обуславливают не только непрерывное движение ведомого вала, но и вращение его с небольшой неравномерностью. Амплитуда колебаний рычагов 7 однозначно связана с измене-

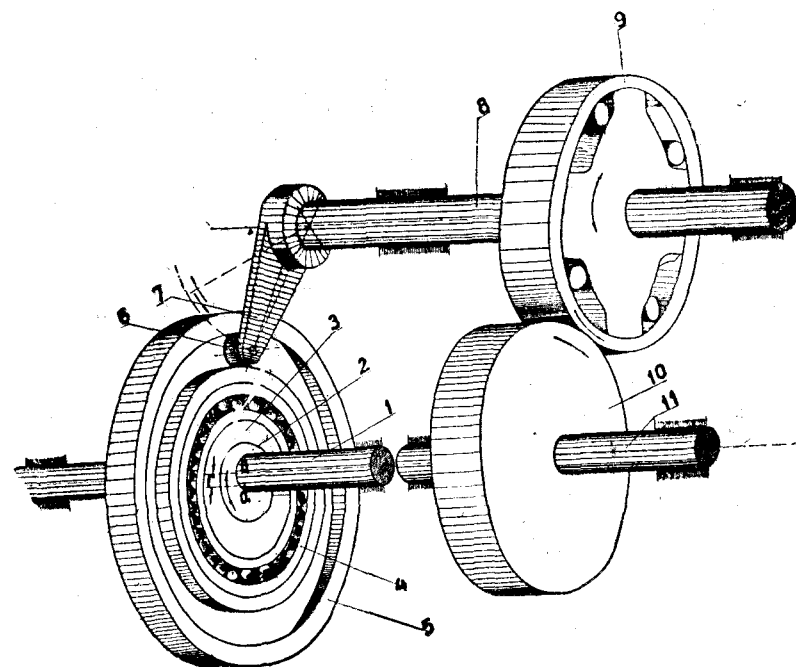


Рис. 1.

нием величины эксцентриситета диска 5, возрастаая с увеличением его и убывая с уменьшением. За изменением амплитуды колебания рычагов следует изменение величины кругового перемещения ведомого вала за один импульс, а следовательно, и скорости его непрерывного вращения. Плавным изменением величины эксцентриситета r можно добиться бесступенчатого регулирования скорости ведомого вала передачи в диапазоне от 0 до 1000 об/мин.

На рис. 2 представлена конструкция импульсивной бесступенчатой передачи. Ведущий вал 1, с насаженными на него эксцентриками 2 и 3, приводит в движение диск 4, смонтиро-

ванный на шариковом подшипнике 5. Диск 4, в свою очередь, приводит в движение рычаги 6 с роликами 7 и весь комплект деталей, передающих движение ведомому валу 8.

Изменение эксцентриситета диска 4, т. е. регулирование скорости ведомого вала, производится на ходу. Для этого поворачивается из своего среднего положения на некоторый угол

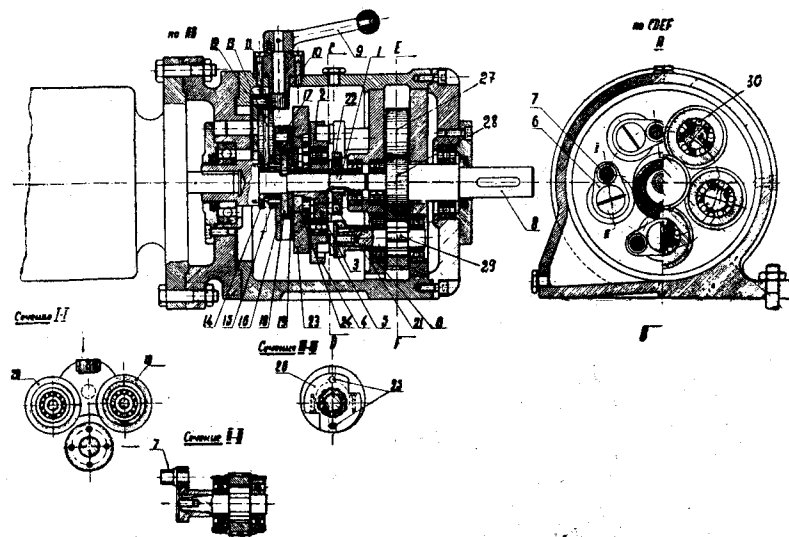


Рис. 2.

в ту или иную сторону ручка 9, которая жестко закреплена на одной оси с реечной шестерней 10. Поворачивание ручки 9 в одну сторону, например на себя, вызывает перемещение рейки 11 и поворот щеки 12 вокруг своей оси так, что шестерня 13, имеющая два зубчатых венца, входит в зацепление с шестернями 14 и 15. Зубчатая передача 14—13—15 имеет передаточное отношение $i < 1$, поэтому поворачивание шестерни 15 вместе с диском 16 относительно ведущего вала будет происходить в сторону, противоположную направлению вращения. Диск 16 является водилом планетарной зубчатой передачи и несет ось сателита 17. Последний, обкатываясь вокруг солнечного колеса 18, заклиненного на валу 1, приводит в относительное движение шестерню 19. При этом поворачивается относительно ведущего вала эксцентрик 2, жестко соединенный с шестерней 19, и следовательно, будет изменяться эксцентри-

ситет r диска 4. Ручка 9 удерживается в повернутом положении до тех пор, пока ведущий вал не получит нужной скорости. После этого ручку ставят в исходное среднее положение (как показано на рис. 2), при этом шестерня 13 выходит из зацепления с шестернями 14 и 15 и относительное поворачивание эксцентрика 2 прекращается, — фиксируется постоянная скорость ведомого вала.

Для уравнивания динамических усилий движущихся масс предусмотрен противовес 23. Противовес представляет диск, в отверстие которого запрессован эксцентрик 24. Эксцентрики 3 и 24 имеют одинаковые эксцентриситеты и посредством хвостовых шпонок 25, входящих цилиндрической частью в отверстия разъемного кольца 26 (сеч. III—III), а призматической частью — в пазы самих эксцентриков, лишены возможности относительного поворота и могут лишь перемещаться в радиальном направлении. Оба эти эксцентрика насажены на эксцентричные концы эксцентрика 2. Последний, изготовлен так, что его эксцентричные части имеют равные, но противоположно направленные эксцентриситеты. Таким образом, эксцентриситет диска 4 при любом положении эксцентрика 2 равен эксцентриситету противовеса и направлен в противоположную сторону.

Кинематика механизма передачи

А. Структура передачи

Кинематический режим любой передачи вращательного движения характеризуется двумя параметрами: угловой скоростью ведущего вала ω_1 и угловой скоростью ведомого вала ω . В механических бесступенчатых передачах не импульсивного типа при установившемся движении обе эти величины постоянны, в то время как в импульсивных передачах при постоянной угловой скорости ω_1 угловая скорость ω периодически меняется. Следовательно, импульсивные бесступенчатые передачи работают циклически; в этом и состоит их основное отличие от других видов бесступенчатых передач.

На рис. 3 приведена кинематическая схема механизма главного движения передачи, который состоит из двухповодковых групп ABO_1 , расположенных под углом $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{5}$ одна относительно другой.

Все эти группы присоединены к одному общему кривошипу AO , являющемуся ведущим звеном передачи. Коромысла BO_1 ,

приводят в движение посредством муфт свободного хода ведущие шестерни Z_1 , через которые движение передается центральной шестерне Z_2 ведомого вала.

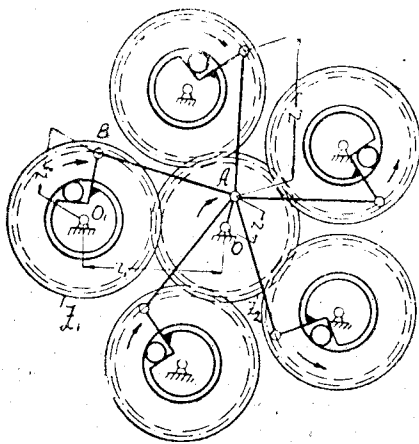


Рис. 3.

Механизм $ОАВО_1$ представляет собой шарнирный кривошипно-коромысловый механизм, в котором: кривошип $ОА = r$ — эксцентриситет пазового диска 4 (рис. 2), шатун $АВ = r_1$ — средний радиус диска 4, коромысло $ВО_1 = r_2$ — длина коромысла 6, стойка $ОО_1 = r_3$ — расстояние между осями зубчатых колес.

Б. Скорости и ускорения элементов передачи

Рассмотрим отдельно один кривошипно-коромысловый механизм $ОАВО_1$, рис. 4а.

Скорость V_A точки А кривошипа равна:

$$V_A = \frac{2\pi n_1}{60}, \quad (1)$$

где n_1 — постоянное число об/мин кривошипа (двигателя).

Зная скорость V_A построим из точки О как из полюса повернутые планы скоростей в масштабе кривошипа, а также годограф скорости V_B точки В в том же масштабе (пунктирная кривая — К). Масштаб скорости μ_2 при этом определяется следующим уравнением:

$$\mu_2 = \omega_1 \mu_1, \quad (2)$$

где μ_1 — масштаб чертежа механизма.

По годографу скорости V_B строим график — g изменения величины этой скорости в зависимости от угла φ в полярных координатах, принимая начало координат в точке О.

Так как угловая скорость коромысла равна

$$\omega_2 = \frac{V_B}{r_2},$$

то этот график будет изображать также и изменение угловой скорости коромысла в функции угла φ и в масштабе μ_3 , причем

$$\mu_3 = \frac{\omega_1 \mu_1}{r_2}. \quad (3)$$

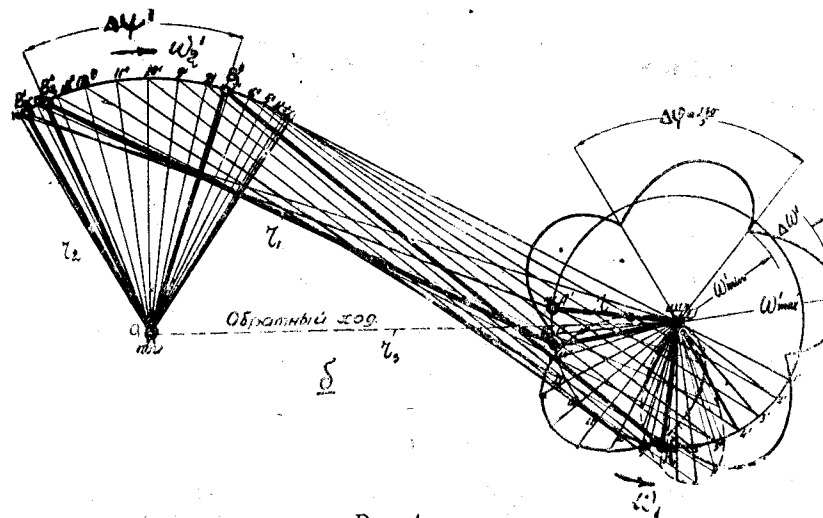
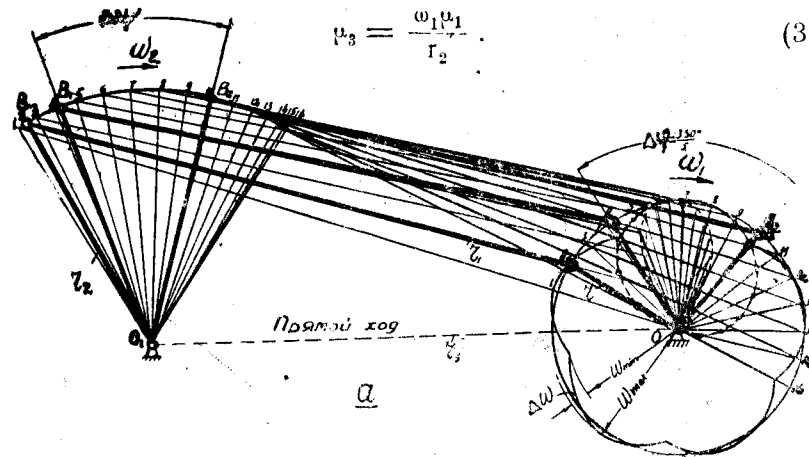


Рис. 4.

Принимая во внимание, что графики $\omega_2(\varphi)$ других коромысел будут сдвинуты один относительно другого на фазовый угол $\Delta\varphi$ и помня, что движение передается каждым коромыслом только в тот период, когда его скорость будет наибольшей и положительной, можно построить диаграмму (рис. 4а) изменения угловой скорости ω ведомого вала в зависимости от φ в полярных координатах.

Угловая скорость ведомого вала равна:

$$\omega = \frac{\omega_2}{i_3} = \frac{\omega_2 z_1}{z_2}, \quad (4)$$

где i_3 — передаточное число зубчатой передачи, z_1 и z_2 — числа зубцов ведущей и ведомой шестерен.

Следовательно, масштаб диаграммы $\omega(\varphi)$ равен:

$$\mu_4 = \frac{\omega_1 \mu_1}{i_3 i_2}. \quad (5)$$

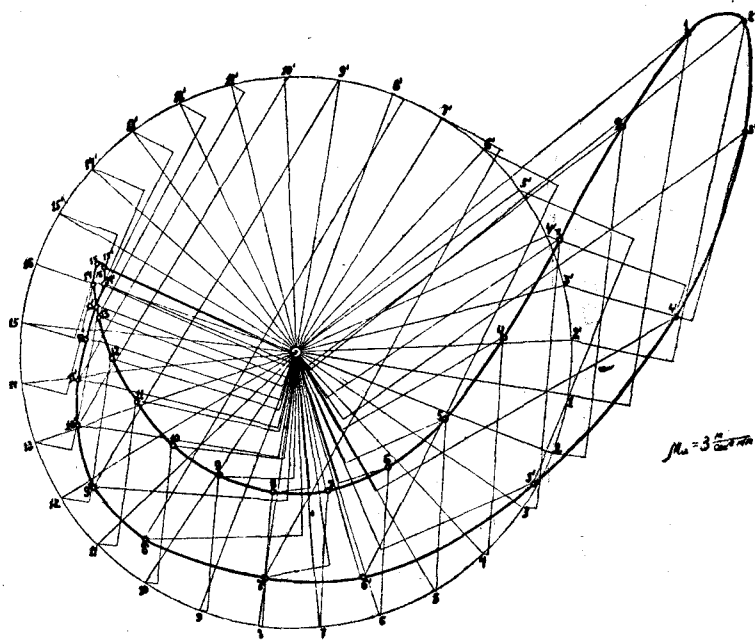


Рис. 5.

На рис. 4а положительное направление скорости коромысла совпадает с направлением кривошипа — прямой ход коромысла.

Здесь в период прямого хода за угол поворота кривошипа $\Delta\varphi$ осуществляется рабочее движение каждого из коромысел. Изменив направление вращения кривошипа (вала двигателя), будем иметь направление положительной скорости коромысла противоположным направлению скорости кривошипа — обратный ход коромысла. Нужно заметить, что ведомый вал вращается в одну и ту же сторону при любом направлении вращения ведущего вала. На рис. 4б рабочее движение коромысла происходит в период обратного хода. Здесь теми же методами построена диаграмма $\omega(\varphi)$ изменения угловой скорости ведомого вала в функции угла φ . Диаграммы $\omega(\varphi)$ и $\omega'(\varphi)$ показывают, что за один оборот ведущего вала угловая скорость ведомого вала периодически изменяется столько раз, сколько имеется двухповодковых групп и шестерен в системе механизма.

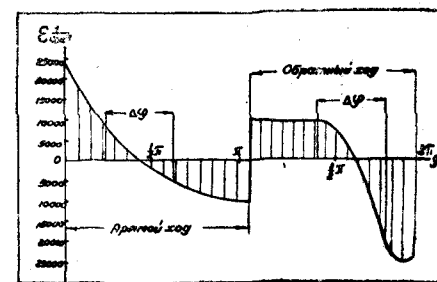


Рис. 6.

На рис. 5 построены планы ускорений и годограф ускорений точки В коромысла. С помощью планов ускорений на рис. 6 построен график ε_2 изменения углового ускорения коромысла за один оборот ведущего вала.

В. Передаточное отношение передачи

На рис. 7 изображена схема шарнирного четырехзвенного и зубчатого механизмов передачи.

Истинная (мгновенная) величина передаточного отношения равна:

$$i_u = \frac{\omega_1}{\omega}. \quad (6)$$

Она, как это видно из формулы (6), не постоянная, а в течение одного цикла движения ведомого вала изменяется в соответствии с изменением угловой скорости ω (рис 4).

Передаточное отношение можно записать в следующем виде:

$$i_u = i_{12} i_3, \quad (7)$$

где i_{12} — передаточное отношение между кривошипом 1 и коромыслом 2. Из $\triangle OAB$ — изображающего повернутый план

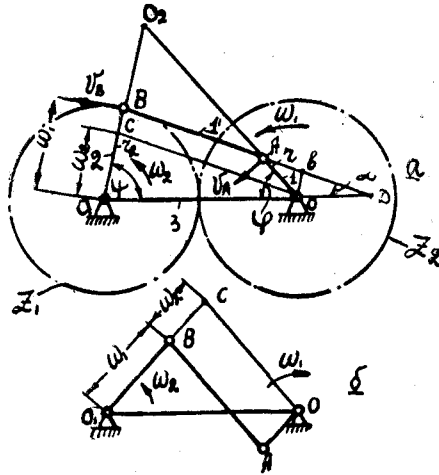


Рис. 7.

скоростей шарнирного четырехзвенника $OABO_1$, в масштабе кривошипа, следует, что

$$\frac{r}{Ob} = \frac{\sin(\psi + \alpha)}{\sin(\varphi - \alpha)},$$

где

$$Ob = \frac{\omega_2 r_2}{\omega_1}.$$

Подставляя значение Ob получим

$$i_u = i_3 \frac{r_2}{r} \cdot \frac{r_3 \sin \psi - r \sin(\varphi + \psi)}{r_3 \sin \varphi - r_2 \sin(\varphi + \psi)}. \quad (8)$$

Гораздо проще определяется передаточное отношение графическим методом. Продлим направления кривошипа и шатуна до пересечения в точке O_2 и проведем из точки O прямую, параллельную шатуну AB до пересечения ее с коромыслом в точке C . Точка O_2 является мгновенным центром вращения звена 1¹.

По известному свойству М. Ц. В.

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AO_2}{BO_2}.$$

Так как

$$V_A = \omega_1 r$$

и

$$V_B = \omega_2 r_2,$$

то

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\omega_1 r}{\omega_2 r_2} = \frac{AO_2}{BO_2}. \quad (9)$$

Кроме того, имеем:

$$\frac{AO_2}{BO_2} = \frac{r}{BC}.$$

Подставляя в (9) и принимая во внимание (7), получим

$$i_u = \frac{r_2}{BC} i_3. \quad (10)$$

На рис. 7б показано построение для определения величины BC при обратном ходе коромысла.

Если принять, что в период рабочего движения коромысла

$$V_A \approx V_B,$$

то приближенно передаточное отношение передачи

$$i_u = \frac{r_2}{r} i_3. \quad (11)$$

Наибольший интерес для практических целей представляет среднее передаточное отношение i . Как видно из рис. 4а, за время поворота кривошипа на угол $\Delta\varphi = \frac{360^\circ}{5}$ коромысло BO_1 а следовательно, и связанная с ним ведущая шестерня, повернутся на угол $\Delta\psi$. Принимая во внимание передаточное отношение зубчатой пары Z_1 и Z_2 (рис. 3), замечаем, что ведомый вал повернется при этом на угол $\frac{\Delta\psi}{i_3}$. Все 5 механизмов за один оборот ведущего вала, очевидно, повернут ведомый вал на угол равный $\frac{5\Delta\psi}{i_3}$. Отношение угла поворота ведущего вала

к углу поворота ведомого вала дает среднее передаточное отношение, или просто передаточное отношение передачи:

$$i = \frac{2\pi i_3}{5\Delta\psi} \quad (12)$$

В общем виде для К — коромыслов получим

$$i = \frac{2\pi i_3}{K\Delta\psi} \quad (13)$$

На рис. 4 определены углы поворота коромысел $\Delta\psi$ и $\Delta\psi^1$ в период рабочего движения при прямом и обратном ходе. Для

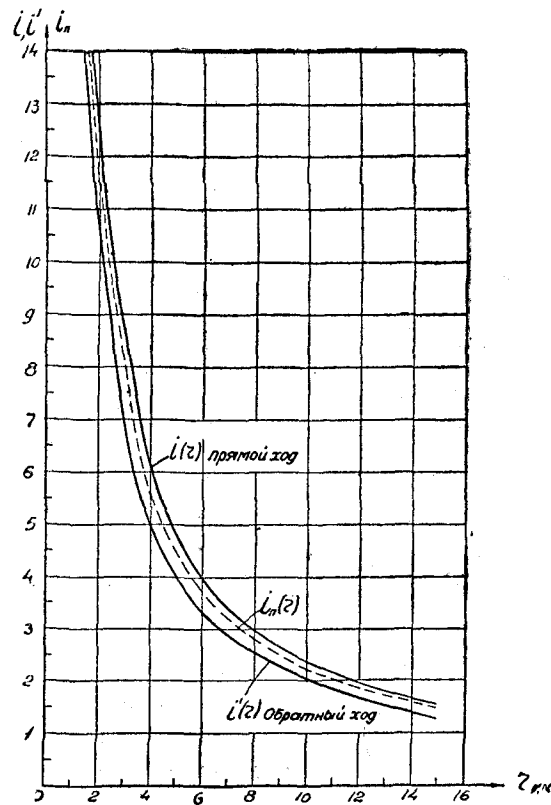


Рис. 8.

этого из крайних точек A_1 и A_2 дуги окружности, стягивающей центральный угол $\Delta\varphi$ (рис. 4а). Методом засечек найдены

точки B_1 и B_2 , определяющие дугу окружности соответствующую углу $\Delta\psi$; аналогично определена величина угла $\Delta\psi^1$. Из сравнения углов $\Delta\psi$ и $\Delta\psi^1$ следует, что $\Delta\psi < \Delta\psi^1$, т. е. передаточное отношение прямого хода больше, чем обратного. А это значит, что для асимметричного механизма при обратном ходе число n об/мин ведомого вала больше, чем при прямом.

Следует отметить, что построение графика $\omega(\varphi)$ в полярных координатах с началом координат в точке O (рис. 4а и б) не только удобно в построении, но оно, кроме того, дает возможность весьма просто определить среднее передаточное отношение передачи и решить вопрос о кинематической равномерности движения ведомого вала.

Выше отмечалось, что передаточное отношение рассматриваемого механизма зависит от величины g .

На рис. 8 изображены графики $i(g)$ для прямого хода и $i'(g)$ для обратного хода.

Пунктирной линией изображен график изменения приближенного передаточного отношения i_n в зависимости от g .

На основании этих графиков можно сделать следующие выводы:

1. Передаточное отношение i передачи изменяется в зависимости от g по кривой близкой к равнобокой гиперболы. Если регулирующий механизм изменяет g пропорционально времени, то по мере уменьшения g понижается плавность регулировки.

2. Различие между i и i_n относительно невелико, особенно в области больших значений g .

3. В исследуемом диапазоне для каждого значения g наблюдаем

$$i > i_n > i'$$

Динамика передачи

А. Движение элементов передачи

Общая схема передачи совместно с электродвигателем и рабочей машиной изображена на рис. 9.

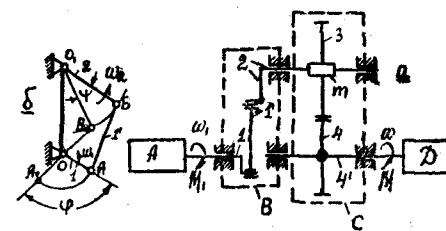


Рис. 9.

От электродвигателя А движение передается через вал 1 преобразующему механизму В. Этот механизм, может быть

условно заменен шарнирным четырехзвенником (рис. 9б). Колебательные движения вала 2 трансформируются выпрямляющим механизмом С в непрерывное вращательное движение ведомого вала 4'. Механизм С включает в себя систему муфт свободного хода m и зубчатых колес 3 и 4. С валом 4' соединен приводной вал рабочей машины Д.

В дальнейшем предполагается, что:

- а) муфты свободного хода работают без пробуксовки, т. е. мгновенно соединяют и разъединяют вал 2 и шестерню 3;
- б) все детали передачи абсолютно жесткие;
- в) скорость вращения вала электродвигателя постоянна;
- г) потерями на трение можно пренебречь.

Примем следующие обозначения:

- φ_1 ω_1 — угол поворота и угловая скорость кривошипа 1;
- $\psi_2, \omega_2, \varepsilon_2$ — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение коромысла 2;
- $\varphi, \omega_3, \varepsilon_3$ — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение шестерни 3;
- J_3 — момент инерции шестерни 3 относительно оси вращения;
- J_4 — момент инерции шестерни 4 и ведомого вала 4' относительно оси вращения;
- J_a — приведенный момент инерции механизма рабочей машины;
- J_n — приведенный момент инерции ведомой части передачи;
- M_c — приведенный момент сил сопротивления;
- i_3 — передаточное отношение зубчатого механизма;
- ω — угловая скорость ведомого вала;
- $\Delta \varphi$ — угол поворота кривошипа 1 за один цикл;
- $\Delta \psi$ — угол поворота коромысла 2 за один цикл;
- i_z — среднее передаточное отношение;
- K — число коромыслов 2.

Рассмотрим работу передачи с учетом действующих сил и движущихся масс при наличии односторонней связи между валом 2 и шестерней 3. Движение механизма начнем рассматривать с момента, когда точка А кривошипа ОА (рис. 9б) находится в A_0 (крайнее положение).

Построим с помощью планов скоростей и ускорений диаграмму угловой скорости ω_2 и углового ускорения ε_2 коромысла 2 в зависимости от φ (рис. 10а).

В период возрастания ω_2 (рис. 10) шестерня 3 будет жестко соединена при помощи муфты свободного хода m с коромыслом 2 и будет двигаться совместно с последним. Достигнув своего максимального значения угловая скорость ω_2 на-

чинает убывать, при этом возможны два случая движения ведомой части передачи, под которой будем понимать ту часть передачи, которая включает в себя шестерни 3 и 4, ведомый вал 4' и механизм рабочей машины.

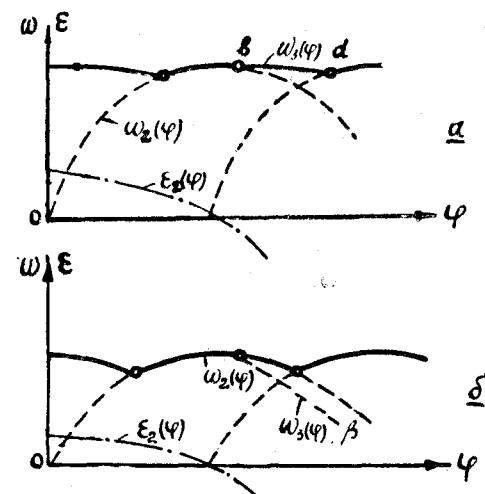


Рис. 10.

Первый случай движения ведомой части. Если кинетическая энергия ведомой части в период убывания угловой скорости ω_2 настолько велика, что угловая скорость ω_3 с некоторого момента соответствующего точке b (рис. 10) становится больше ω_2 , то шестерня 3 будет стремиться обогнать вал 2 и выключить муфту свободного хода. После выключения (на диаграмме точка b) муфты свободного хода массы ведомой части передачи движутся независимо от других звеньев, причем шестерня 3 вращается с угловой скоростью ω_3 , определенной по закону выбега — кривая bd . Период выбега продолжается до момента, определяемого точкой d , при котором угловая скорость ω_3 равна угловой скорости ω_2 смежного коромысла. В этот момент муфта свободного хода смежного коромысла заклинивается и шестерня 3 будет снова вращаться по закону движения коромысла 2. Таких циклов $d'bd$ (рис. 10) за один оборот ведущего вала будет столько, сколько коромысел имеется в системе механизма.

Необходимо заметить, что каждое коромысло передает движущее усилие не в течение всего цикла, а только на участке $d'b$.

Второй случай движения ведомой части. Если угловая скорость ω_2 , после достижения в точке А (рис. 10б) своего максимума начнет убывать менее резко, чем угловая скорость ω_3 , определенная по закону выбега ведомой части — пунктирная кривая АЗ, то расклинивания муфты свободного хода не произойдет; вращение шестерни 3 будет происходить вместе с коромыслом 2 и в период спада угловой скорости ω_2 . Этот случай движения звеньев механизма передачи был нами подробно рассмотрен при кинематическом исследовании, поэтому здесь рассмотрим движение передачи соответствующее первому случаю движения ведомой части.

Величина угловой скорости ω_2 и углового ускорения ε_2 определяется следующими уравнениями:

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{d\psi_2}{d\varphi} \quad (14)$$

$$\varepsilon_2 = \omega_1^2 \frac{d^2\psi_2}{d\varphi^2} \quad (15)$$

На основании этих уравнений строим графики величин ψ_2, ω_2 и ε_2 в функции угла φ (рис. 11а, б и в).

В период повышения угловой скорости ω_2 муфта свободного хода включена, причем шестерня 3 и вал 2 вращаются совместно, т. е. $\omega_2 = \omega_3$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

Это условие сохраняется до момента выключения муфты свободного хода в период спада ω_2 поэтому можно утверждать, что муфта m выключится в тот момент, когда угловое ускорение ε_2 будет равно угловому ускорению ε_3 шестерни 3, определенному по закону выбега ведомой части передачи.

После приведения сил и масс к звену приведения — шестерне 3, уравнение движения ведомой части передачи запишется так:

$$-M_c = \frac{1}{2} \omega_3^2 \frac{dI_n}{d\psi} + I_n \varepsilon_3. \quad (16)$$

Знак минус указывает на то, что приведенный момент M_c действует в сторону обратную вращению звена приведения.

Приведенный момент инерции:

$$I_n = 5I_3 + \frac{1}{i_3^2} I_4 + I_3. \quad (17)$$

Приведенный момент инерции I_n рабочей машины в общем случае величина переменная, но, чаще всего, те машины, для

привода которых может служить исследуемая передача (например токарный станок, фрезерный станок, привод конвейера и т. д.) имеют постоянную величину I_n . При $I_n = \text{const.}$ приведенный момент инерции ведомой части также будет величина постоянная. Тогда уравнение (16) можно записать следующим образом:

$$\omega_1^2 \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = -\frac{M_c}{I_n}. \quad (18)$$

Учитывая, что период выбега весьма мал и продолжается в течение долей секунды, можно принять

$$M_c = \tau \text{const.}$$

При этом график ускорения ε_3 выразится в виде прямой N—N параллельной оси абсцисс (рис. 11в).

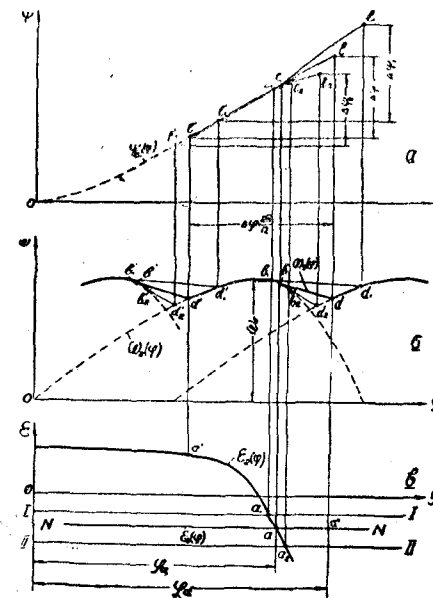


Рис. 11.

Точка а пересечения кривой $\varepsilon_2(\varphi)$ и прямой N—N определяет угол поворота φ_a кривошипа АВ, при котором выключается муфта свободного хода, после чего ведомая часть будет двигаться самостоятельно.

Проведя из точки a вертикальную прямую, найдем ее пересечение с кривой $\omega_3(\varphi)$ точку b , начиная с которой скорость шестерни 3 определяется уравнением:

$$\omega_1 \frac{d\omega_3}{d\varphi} = - \frac{M_c}{I_n} \quad (19)$$

Интегрируя выражение (19), получим:

$$\omega_3 = \omega_a - \frac{M_c}{\omega_1 I_n} (\varphi - \varphi_a). \quad (20)$$

Из последнего уравнения следует, что угловая скорость в период выбега изменяется по закону прямой линии, изображенной на графике в виде отрезка bd . Точка пересечения d этой прямой с кривой скоростей $\omega_3(\varphi)$ смежного коромысла определит угол поворота φ_a кривошипа, при котором муфта свободного хода смежного коромысла включится и ведомая часть передачи будет двигаться снова вместе с коромыслом.

Для построения графика углов поворота шестерни 3 в период выбега ведомой части, запишем уравнение (20) в следующем виде:

$$\omega_1 \frac{d\psi}{d\varphi} = \omega_a - \frac{M_c}{\omega_1 I_n} (\varphi - \varphi_a), \quad (21)$$

После интегрирования будем иметь:

$$\psi = \psi_a + \frac{\omega_a}{\omega_1} (\varphi - \varphi_a) - \frac{M_c}{2\omega_1^2 I_n} (\varphi - \varphi_a^2). \quad (22)$$

Выражение (22) является уравнением параболы. По этому уравнению на участке $\varphi - \varphi_a$ построена кривая cc изменения углов поворота $\psi(\varphi)$.

Таким образом, за один цикл движения закон изменения угла поворота $\psi(\varphi)$ шестерни 3 представлен кривой $e'se$ (рис. 11а); закон изменения угловой скорости $\omega_3(\varphi)$ в виде кривой d^1vd (рис. 11б) и закон изменения углового ускорения $\varepsilon_3(\varphi)$ в виде кривой $a'aa''$ (рис. 11в).

Из изложенного следует, что за время поворота кривошипа на угол $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{K}$ — соответствующего одному циклу, шестерня 3 повернется на угол $\Delta\psi$. При установившемся движении

передачи среднее передаточное отношение i_x между ведущим валом 1 и ведомым валом 4¹, равно:

$$i_x = \frac{2\pi i_3}{K\Delta\psi} \quad (23)$$

При $K = 5$ среднее передаточное отношение:

$$i_x = \frac{1,25i_3}{\Delta\psi} \quad (24)$$

Кривая угловой скорости $\omega(\varphi)$ ведомого вала изменяется подобно кривой $\omega_3(\varphi)$ и может быть построена делением ординат кривой $\omega_3(\varphi)$ на постоянное передаточное число i_3 между зубчатыми колесами 3 и 4.

Нетрудно заметить, что с изменением нагрузки, т. е. приведенного момента M_c при постоянных значениях ω_1 и I_n изменяются также передаточное отношение передачи и равномерность вращения ведомого вала. На рис. 11в кроме прямой $N-N$ углового ускорения $\varepsilon_3(\varphi)$, нанесены еще прямые $I-I$ и $II-II$ — графики этого ускорения. Прямая $I-I$ соответствует меньшему, чем в ранее рассмотренном случае приведенному моменту M_c , а прямая $II-II$ — большему приведенному моменту. Соответственно получены графики за один цикл $e_1'e_1e$ и $e_2'e_2e$ углов поворота $\psi(\varphi)$ $d^1v_1d_1$ и $d^2v_2d_2$ угловых скоростей $\omega_3(\varphi)$. Угол $\Delta\psi_1$ соответствует прямой $I-I$, а угол $\Delta\psi_2$ прямой $II-II$. Сопоставляя величины $\Delta\psi_1$ и $\Delta\psi_2$ видим, что с увеличением приведенного момента M_c (нагрузки) величина угла $\Delta\psi$ уменьшается, а следовательно, увеличивается передаточное отношение i_x и уменьшается угловая скорость ведомого вала.

Сопоставляя прямые vd , v_1d_1 и v_2d_2 , изображающие закон изменения угловой скорости ω_3 шестерни 3 в период выбега ведомой части, можно заключить, что с увеличением M_c наклон прямой $\omega_3(\varphi)$ увеличивается и, следовательно, уменьшается равномерность вращения ведомого вала. Произведя аналогичные построения для различных значений I_n , можно установить, что с увеличением I_n уменьшается среднее передаточное отношение передачи и увеличивается равномерность движения ведомой части.

Б. Равномерность вращения ведомого вала

В зависимости от настройки передачи на то или иное передаточное отношение будет изменяться характер движения ведомой части передачи. Чтобы иметь возможность судить о за-

конце изменения угловой скорости ω ведомого вала на всем диапазоне регулирования, на рис. 12 и 13 построены при помощи вышеизложенного метода графики изменения этой скорости (сплошные линии) в зависимости от угла поворота φ передачи для привода токарного станка.

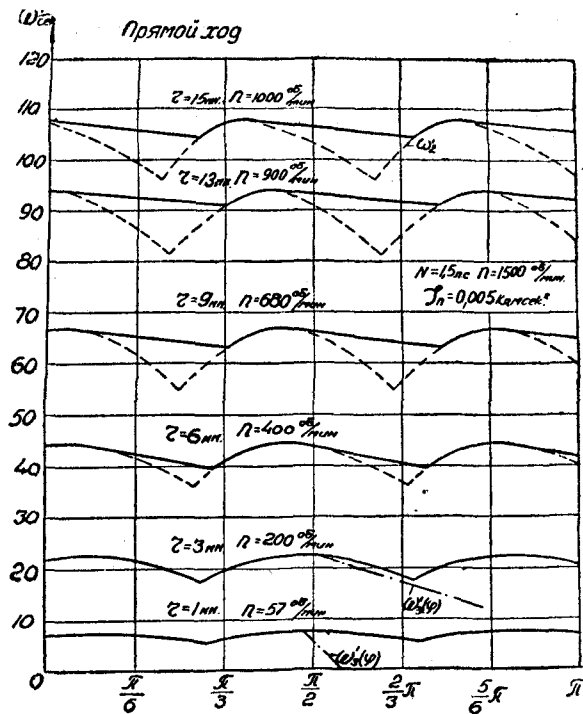


Рис. 12.

Графики выполнены для различных чисел оборотов n ведомого вала при номинальной нагрузке. В качестве рабочего хода на рис. 12 выбран прямой ход, а на рис. 13 обратный.

На основании этих графиков можно сделать следующие выводы:

1. В области 1000 до 200 чисел оборотов ведомого вала в минуту выбег ведомой части передачи в период спада угловой скорости коромысла соответствует рассмотренному выше первому случаю.

2. При $n < 200$ об/мин движение происходит без выключения муфт свободного хода в период спада угловой скорости коромысла (второй случай движения ведомой части).

Рассматривая (рис. 12 и 13) колебания величины угловой скорости ведомого вала в период установившегося движения, замечаем, что эти колебания для различных чисел оборотов n ведомого вала будут различны. А это значит, что с изменением n равномерность вращения ведомого вала также будет изме-

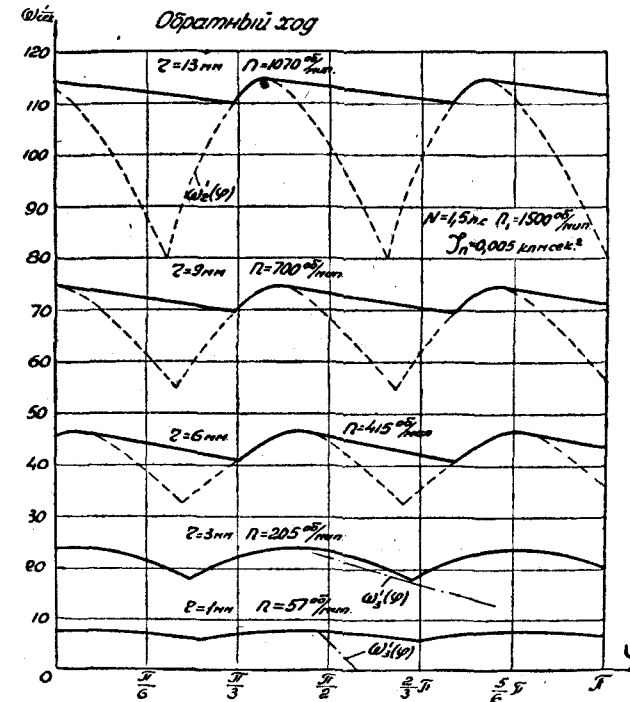


Рис. 13.

няться. При плавном изменении скорости, оценка неравномерности вращения ведомого вала может быть произведена через коэффициент неравномерности вращения δ , равный:

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{ср}}}, \quad (25)$$

где $\omega_{\max}$ и $\omega_{\min}$ — наибольшее и наименьшее значение угловой скорости ведомого вала,

$\omega_{\text{ср}}$ — средняя угловая скорость ведомого вала.

Средняя угловая скорость $\omega_{\text{ср}}$ равна:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{\Delta\varphi} \int_0^{\Delta\varphi} \omega d\varphi \quad (26)$$

или приближенно

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}}{2} \quad (27)$$

На основании (25) и (27) получаем:

$$\delta = \frac{2(\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}})}{\omega_{\text{max}} + \omega_{\text{min}}} \quad (28)$$

При помощи графиков рис. 12 и 13 и уравнения (28) были вычислены значения коэффициентов неравномерности вращения ведомого вала δ для прямого хода и δ^1 для обратного хода. Результаты этих вычислений представлены в виде кривых (рис. 14), изображающих изменение δ и δ^1 в функции числа оборотов n .

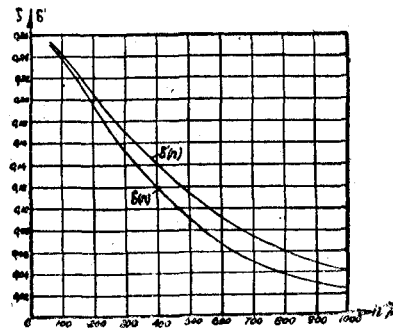


Рис. 14.

Эти кривые наглядно показывают изменение равномерности вращения ведомого вала при полной нагрузке передачи на всем диапазоне регулирования числа оборотов n . С уменьшением числа оборотов ведомого вала коэффициент неравномерности значительно возрастает как для прямого хода, так и для обратного, достигая при малых значениях недопустимо больших величин ($\delta = 0,25$ при $n = 57$ об/мин.). Коэффициент δ на всем диапазоне чисел оборотов меньше, чем δ^1 , т. е. при прямом ходе равномерность вращения больше, чем при обратном.

Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

СИНТЕЗ ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА ПО ТРЕМ ЗАДАННЫМ СКОРОСТЯМ ВЕДОМОГО ЗВЕНА

Для решения поставленной задачи воспользуемся уравнениями (4) — (7), содержащимися в публикуемой в настоящем сборнике статье В. Я. Белецкого: «К теории проектирования шарнирных четырехзвенных механизмов», а также рис. 1.

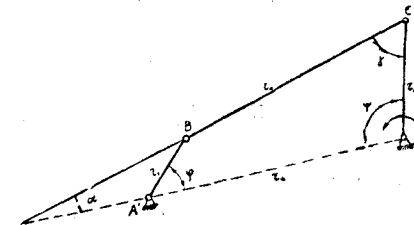


Рис. 1.

Упомянутые уравнения, будучи примененными для трёх положений механизма, доставят нам систему из девяти уравнений, содержащую пятнадцать неизвестных величин. Вследствие того, что три основных параметра — скорости ведомого звена заданы условиями проектирования, то ещё три параметра должны быть выбраны дополнительно.

В качестве таких дополнительных параметров могут быть следующие: три положения шатуна, три положения ведущего звена, три положения ведомого звена, три взаимоположения шатуна и ведомого звена и т. д.

Автор статьи не ставит перед собой цель дать здесь решение задачи при всех возможных комбинациях задания дополнительных параметров, а ограничивается лишь изложением методики решения. Для этого достаточно рассмотреть только одну какую-нибудь задачу, например:

Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм по трём заданным скоростям ведомого звена, соответствующих трём заданным положениям шатуна.

Введём следующие обозначения:

$$1 - i = B; \quad \frac{1}{i} - 1 = C;$$

$$\sin \alpha = D; \quad \cos \alpha = E; \quad \frac{B}{D} = F \quad \text{и} \quad \frac{C}{D} = L.$$

Примем во внимание, что первое слагаемое знаменателя уравнения (6) упомянутой статьи может быть представлено на основании (7) в следующем виде:

$$\frac{\sin \psi}{\sin \gamma} = Dx + E, \quad (1)$$

где

$$x = \operatorname{ctg} \gamma. \quad (2)$$

Отсюда следует, что

$$\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}. \quad (3)$$

На основании уравнений (4) — (7), содержащихся в упомянутой статье, принятых в ней обозначений и только что записанных зависимостей (1) — (3) для трёх положений механизма будем иметь нижеследующие уравнения:

$$\frac{F_2}{\sqrt{1+x_2^2}} = \frac{F_1}{\sqrt{1+x_1^2}}, \quad (4)$$

$$\frac{F_3}{\sqrt{1+x_3^2}} = \frac{F_1}{\sqrt{1+x_1^2}}, \quad (5)$$

$$L_2 \sin (\varphi_2 - \alpha_2) = L_1 \sin (\varphi_1 - \alpha_1), \quad (6)$$

$$L_3 \sin (\varphi_3 - \alpha_3) = L_1 \sin (\varphi_1 - \alpha_1), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{B_2}{D_2 x_2 + E_2 - i_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin (\varphi_2 - \alpha_2)}} = \\ & = \frac{B_1}{D_1 x_1 + E_1 - i_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin (\varphi_1 - \alpha_1)}}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{B_3}{D_3 x_3 + E_3 - i_3 \frac{\sin \varphi_3}{\sin (\varphi_3 - \alpha_3)}} = \\ & = \frac{B_1}{D_1 x_1 + E_1 - i_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin (\varphi_1 - \alpha_1)}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Эту систему из шести уравнений проще всего решить графическим путём. Рассмотрим сперва уравнения (4), (6) и (8). Дав величине φ_1 какое-нибудь частное значение, находим из уравнения (6) соответствующую ему величину угла φ_2 . Решая, затем, уравнение (8) относительно величины x_2 , будем иметь:

$$x_2 = P_2 x_1 + Q_2, \quad (10)$$

где:

$$P_2 = \frac{F_2}{F_1};$$

$$\begin{aligned} Q_2 = & F_2 \cdot k_1 - S_2 - F_2 \cdot M_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin (\varphi_1 - \alpha_1)} + \\ & + N_2 \frac{\sin \varphi_2}{\sin (\varphi_2 - \alpha_2)}; \end{aligned}$$

$$k = \frac{E}{B}; \quad M = \frac{i}{B}; \quad N = \frac{i}{D}; \quad S = \frac{E}{D}.$$

Подставляя в уравнение (4) значение x_2 согласно (10), получаем следующее уравнение:

$$x_1 = \frac{P_2^2 - Q_2^2 - 1}{2P_2 \cdot Q_2}. \quad (11)$$

Давая углу φ_1 ряд последовательных значений, определяем соответствующие величины угла φ_2 , а потом и величины P_2 и Q_2 . С помощью уравнения (11) находим тогда ряд значений x_1 , после чего можно вычертить в прямоугольной прямолинейной системе координат кривую $x_1 = f_2(\varphi_1)$.

Воспользовавшись уравнениями (5), (7) и (9), можно подобным же образом получить следующие уравнения:

$$x_1 = \frac{P_3^2 - Q_3^2 - 1}{2P_3 \cdot Q_3}, \quad (12)$$

где

$$P_3 = \frac{F_3}{F_1}$$

и

$$Q_3 = F_3 k_1 - S_3 - F_3 \cdot M_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)} + \\ + N_3 \frac{\sin \varphi_3}{\sin(\varphi_3 - \alpha_3)}.$$

Как и в предыдущем случае, с помощью уравнения (12) можно найти ряд парных значений величин φ_1 и x_2 и построить в упоминавшейся системе координат график $x_1 = f_3(x_1)$.

Координаты точки пересечения обеих кривых определяют истинные значения величин φ_1 и x_1 . Зная же последние, легко отыскать кинематическую схему механизма, воспроизводящего заданные условия.

Пример. Спроектировать шарнирный четырехзвенный механизм по заданным:

$$i_1 = 0,4; i_2 = 0,5; i_3 = 0,3; \alpha_1 = 12^\circ; \alpha_2 = 18^\circ; \alpha_3 = 30^\circ.$$

Следуя изложенной выше схеме расчёта, находим значения коэффициентов, входящих в расчётные формулы. Полученные при этом результаты приводятся в нижеследующей таблице.

B ₁	B ₂	B ₃	C ₁	C ₂	C ₃	D ₁	D ₂	D ₃
0,6	0,5	0,7	1,5	1	2,3	0,21	0,31	0,5
E ₁	E ₂	E ₃	F ₁	F ₂	F ₃	L ₁	L ₂	L ₃
0,98	0,95	0,87	2,9	1,6	1,4	7,1	3,2	4,6
K ₁	K ₂	K ₃	M ₁	M ₂	M ₃	N ₁	N ₂	N ₃
1,62	1,9	1,2	0,66	1	0,43	1,9	1,6	0,6
P ₂	P ₃	F ₂ K ₁	F ₃ K ₁	F ₂ · M ₁	F ₃ · M ₁	S ₂	S ₃	
0,55	0,48	2,6	2,3	1	0,92	3	1,74	

Итак, $P_2 = 0,55$. Следовательно,

$$Q_2 = 2,6 - 3 - 1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)} + 1,6 \frac{\sin \varphi_2}{\sin(\varphi_2 - \alpha_2)}. \quad (a)$$

Давая величине φ_1 ряд последовательных произвольных значений и находя по формуле (4) соответствующие значения угла φ_2 , подставляем их в уравнение (a) и находим значения Q_2 , а затем по формуле (11) — величины x_1 . Далее строим по парным значениям φ_1 и x_1 кривую.

$P_3 = 0,48$. Следовательно,

$$Q_3 = 2,3 - 1,74 - 0,92 \frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1 - \alpha_1)} + 0,6 \frac{\sin \varphi_3}{\sin(\varphi_3 - \alpha_3)}. \quad (6)$$

Задавая ряд значений φ_1 , находим по формуле (5) соответственные им значения φ_2 ; подставляя их в (6), находим значения Q_3 и далее по формуле (12) — величины x_1 . Наконец, по этим парным значениям φ_1 и x_1 строим кривую.

В результате построения упомянутых кривых находим точку их пересечения, координаты которой оказываются равными:

$\varphi_1 = 42^\circ$ и $x_1 = 1,5$. Так как согласно (2) $x_1 = \text{ctg} \gamma_1$ то $\gamma_1 = 32^\circ$. Зная величины φ_1 и γ_1 и воспользовавшись исходными уравнениями (4) — (6) из упоминавшейся вначале статьи, находим:

$$\frac{r_4}{r_3} = 1,25; \quad \frac{r_4}{r_1} = 3,4; \quad \frac{r_4}{r_2} = 0,7.$$

Кинематическая схема найденного механизма изображена на рис. 2.

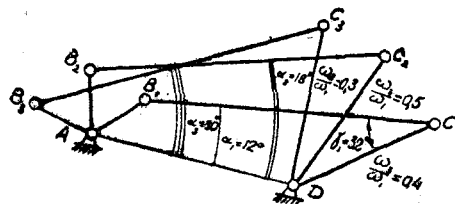


Рис. 2.

При помощи аналитических или графических методов исследования шарнирных четырёхзвенных механизмов легко убедиться в том, что этот механизм отвечает заданным величинам передаточных отношений при заданных положениях шатуна.

Конкретные значения угловых скоростей ведомого звена могут быть получены путём соответствующего выбора величины угловой скорости ведущего звена. Если требуется получить определённые значения линейных скоростей шарнирной точки С механизма, то это можно осуществить соответствующим выбором длины ведомого звена, так как $v_c = \omega_3 \cdot r_3$.

Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

К ПРОЕКТИРОВАНИЮ КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА ПО ДВУМ ЗАДАНЫМ СКОРОСТЯМ ПОЛЗУШКИ

Введение

Аналитическое решение задачи проектирования кривошипно-шатунного механизма по двум заданным скоростям ползушки впервые дано проф., докт. техн. наук З. Ш. Блохом [1], который пользуется для этого функцией комплексных переменных величин. Ниже сообщается решение задачи, основанное на решении несложной системы уравнений.

Будем отличать прямой ход ползушки кривошипно-шатунного механизма, когда она движется к центру вращения кривошипа (на рис. 1 справа налево) от обратного хода, когда ползушка удаляется от центра вращения кривошипа.

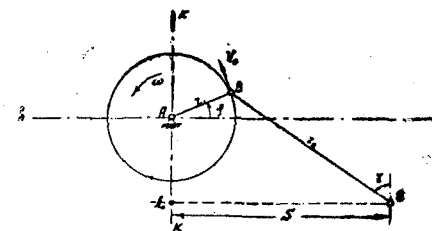


Рис. 1.

Введём (рис. 1) следующие обозначения:

a — величина смещения центра вращения кривошипа относительно линии движения ползушки; она положительная ($a > 0$), если центр вращения кривошипа расположен над линией движения ползушки (как показано на фиг. 1), в противном случае — $a < 0$;

r_1 — длина кривошипа;
 r_2 — длина шатуна;
 s — расстояние центра пальца ползушки от основания перпендикуляра, опущенного из центра вращения кривошипа на линию движения ползушки;
 φ — угол вращения кривошипа, отсчитываемый против движения стрелки часов от линии, параллельной линии движения ползушки;
 γ — острый угол между осью шатуна и перпендикуляром к линии движения ползушки;
 ω — угловая скорость вращения кривошипа;
 u — окружная скорость центра пальца кривошипа;
 v — скорость ползушки.

Для каждого положения кривошипно-шатунного механизма можно [2] записать следующие три уравнения:

$$m = p \operatorname{ctg} \gamma + \frac{v^0}{u}, \quad (1)$$

$$u = v \frac{\sin \gamma}{\cos (\varphi^0 + \gamma^0)}, \quad (2)$$

$$n = \frac{p - \cos \varphi}{\sin \gamma}, \quad (3)$$

где

$$m = \frac{a}{r_1}, \quad p = \frac{s}{r_1}$$

и

$$n = \frac{r_2}{r_1}.$$

При пользовании этими уравнениями необходимо соблюдать следующие правила:

Первое. При прямом ходе ползушки:

а) $v^0 = -v$; б) $\varphi^0 = \varphi$; в) $\gamma^0 = \gamma$, если a больше нуля либо a меньше нуля, но абсолютная величина меньше r_1 и г) $\gamma^0 = \gamma$, если a меньше нуля и абсолютная величина a меньше r_1 .

2) Второе. При обратном ходе ползушки:

а) $v^0 = v$; б) $\varphi^0 = 2\pi - \varphi$; в) $\gamma^0 = -\gamma$, если a меньше нуля, либо если a больше нуля, но абсолютная величина меньше r_1 и г) $\gamma^0 = \gamma$, если a больше нуля и по абсолютной величине больше r_1 .

Третье. Величина $\cos (\varphi^0 + \gamma^0)$, входящая в уравнение (2), всегда положительная.

Покажем теперь, как при помощи приведенных уравнений (1) — (3) может быть решена поставленная задача.

Спроектировать кривошипно-шатунный механизм по заданным скоростям его ползушки в двух положениях.

Назовём одно из двух заданных положений механизма — положением номер один, а второе — положением номер два.

В силу уравнений (1) — (3) для двух положений кривошипно-шатунного механизма будем иметь:

$$p_1 \operatorname{ctg} \gamma_1 + \frac{v_1^0}{u} = p_2 \operatorname{ctg} \gamma_2 + \frac{v_2^0}{u}, \quad (4)$$

$$v_1 \frac{\sin \gamma_1}{\cos (\varphi_1^0 + \gamma_1^0)} = v_2 \frac{\sin \gamma_2}{\cos (\varphi_2^0 + \gamma_2^0)}, \quad (5)$$

$$\frac{p_1 - \cos \varphi_1}{\sin \gamma_1} = \frac{p_2 - \cos \varphi_2}{\sin \gamma_2}. \quad (6)$$

Рассматриваемая задача — это задача проектирования кинематической схемы механизма по заданным скоростям ползушки v_1 и v_2 и положениям звеньев механизма. Например, по положениям кривошипа и шатуна, задаваемых параметрами φ_1 ; φ_2 ; γ_1 и γ_2 . Однако из уравнения (5) следует, что свободному выбору подлежат только три из только что перечисленных параметров. Задавшись тремя параметрами и определив четвёртый из уравнения (5), можно при помощи уравнения (2) найти величину окружной скорости u центра пальца кривошипа.

После этого в нашем распоряжении остаётся система из двух уравнений (4) и (6), решая которую, находим величины p_1 и p_2 . Далее, по уравнениям (1) и (3) находим величины m и n .

Здесь необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство. Чтобы решить уравнение (5), нужно знать взаимосвязь между углами γ и γ^0 . Для этого (см. изложенные выше «Правила») нужно заранее знать знак величины m и, кроме того, больше или меньше её абсолютное значение единицы. Ясно, что при проектировании механизма эти условия нам неизвестны. Наоборот, они найдутся в результате решения задачи проектирования кинематической схемы механизма. Поэтому здесь может быть лишь один выход. Выбрать знак и предел абсолютного значения величины m сперва произвольные, и если найденная в результате последующего расчёта величина m

удовлетворяет нашему предположению, то продолжать расчёт. Если же полученное m не соответствует принятому предварительному предположению, то производим перерасчёт при новых условиях (допущениях относительно величины m).

Рассмотрим тот случай, когда заданными являются два положения шатуна (углы γ_1 и γ_2) и одно положение кривошипа (угол φ_1).

Из уравнения (5) имеем:

$$\cos(\varphi_2^0 + \gamma_2^0) = \frac{v_2}{v_1} \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} \cos(\varphi_1^0 + \gamma_1^0). \quad (7)$$

Откуда, как уже отмечено выше, находим величину угла γ_2^0 . Величину u находим из уравнения (2).

Исключая из уравнений (4) и (6) общую переменную p_2 , получаем:

$$p_1 = \frac{\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1 \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} + \frac{v_2^0 - v_1^0}{u} \operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{tg} \gamma_2 \cdot \operatorname{ctg} \gamma_1 - \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1}}. \quad (8)$$

Теперь уже можно воспользоваться уравнением (1) и найти величину m . После этого следует сразу же установить соответствует ли эта величина принятым относительно её ранее предположениям и, если не соответствует, то произвести перерасчёт. Затем из уравнения (3) находим величину параметра n .

Пример 1. Спроектировать кинематическую схему кривошипно-шатунного механизма при условии, что

$$\gamma_1 = 60^\circ; \gamma_2 = 80^\circ; \varphi_1 = 70^\circ; v_1 = 1,5 \text{ м/сек} \text{ и } v_2 = 1 \text{ м/сек}.$$

Причем положение № 1 соответствует прямому ходу ползушки, а положение № 2 — обратному.

По заданным условиям согласно «Правилам» имеем:

$$v_1^0 = -1,5 \text{ м/сек}; v_2^0 = 1 \text{ м/сек}; \varphi_1^0 = 70^\circ \text{ и } \varphi_2^0 = 2\pi - \varphi_1.$$

Принимаем, что m больше нуля и по абсолютной величине меньше единицы.

В таком случае согласно п. в. первого правила и второго правила $\gamma_1 = -60^\circ$ и $\gamma_2^0 = 80^\circ$.

Воспользовавшись последовательно уравнениями (7), (2), (8) и (1), находим:

$$\varphi_2^0 = 120^\circ; \varphi_2 = 240^\circ; u = 1,3 \text{ м/сек}; p_1 = 4,3; m = 1,4.$$

Итак, полученная величина m больше единицы, а мы приняли, что m меньше единицы. Следовательно, наше предположение не оправдалось и поэтому необходимо произвести перерасчет. В таком случае принимаем, что a положительно и больше r_1 . Тогда, согласно п. в. первого и второго «Правила»

$$\gamma_1^0 = -\gamma_1 \text{ и } \gamma_2^0 = \gamma_2.$$

Выполняя новый расчёт, получаем:

$$\varphi_2^0 = 140^\circ; \varphi_2 = 220^\circ; u = 1,3 \text{ м/сек}; p_1 = 4,1; m = 1,4$$

Теперь мы получили m положительным и большим единицы. Следовательно, как раз так, как это было принято в начале перерасчёта.

Применяя уравнение (3), находим: $n = 4,12$.

Кинематическая схема искомого механизма изображена на рис. 2.

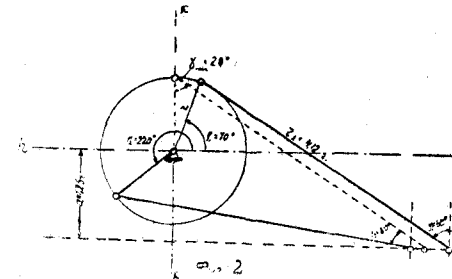


Рис. 2.

Если обозначить через v (рис. 1) точку пересечения осевой линии шатуна с линией, перпендикулярной к линии движения ползушки и проведённой через центр вращения кривошипа, то как известно из курса теории механизмов и машин (см. например [3]):

$$v = u \frac{AB}{r_1}.$$

Этим свойством кривошипно-шатунного механизма можно воспользоваться в данном случае и убедиться в том, что изображённый на рис. 2 механизм удовлетворяет поставленным при проектировании его условиям.

Абсолютные размеры механизма определяются выбором одного из четырёх следующих его параметров: длины кривошипа, длины шатуна, величины смещения, угловой скорости вращения кривошипа.

Спроектировать кривошипно-шатунный механизм по заданному — перемещению ползушки и величинам её скоростей в начале и в конце перемещения.

Пусть заданное перемещение ползушки отнесённое к длине кривошипа:

$$s' = p_2 - p_1. \quad (9)$$

Согласно изложенному в § 2 мы должны в данном случае задаться величинами ещё двух параметров. Пусть ими будут величины углов γ_1 и γ_2 .

Таким образом, решению подлежит следующая задача: спроектировать кривошипно-шатунный механизм по заданному — перемещению ползушки, её скоростям и положениям шатуна в начале и в конце перемещения.

В рассматриваемом случае систему уравнений (4) — (6) проще всего решать графическим путём. Например так. Задаясь любым произвольным значением угла φ_1 , подставляя которое в уравнении (7) и (2), находим величины φ_2 и u .

Заменяя в правой части уравнения (6) величину p_2 её значением согласно (9), находим из него:

$$p_1 = \frac{\cos \varphi_1 \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} - \cos \varphi_2 + s'}{\frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} - 1}. \quad (10)$$

Это уравнение позволяет построить кривую $p_1 = f_1(\varphi_1)$.

Для определения истинных значений величин p_1 и φ_1 (а следовательно, и величин γ_2 и u) поступаем следующим образом.

Подставляем в правую часть уравнения (4) взамен p_2 её значение согласно (9). Тогда получаем:

$$p_1 = \frac{s' - \frac{v_1^0 - v_2^0}{u} \operatorname{tg} \gamma_2}{\operatorname{ctg} \gamma_1 \cdot \operatorname{tg} \gamma_2 - 1}. \quad (11)$$

Поскольку величина u зависит от φ_1 , то только что записанное уравнение также позволяет построить кривую $p_1 = f_2(\varphi_1)$. Разумеется, что точка пересечения этой кривой с построенной ранее даст истинное значение искомых величин p_1 и φ_1 .

Порядок дальнейшего расчёта ничем не отличается от изложенного выше в § 2. Здесь следует лишь иметь в виду, что при проектировании обычно задаётся величина абсолютного

перемещения ползушки, а в приведённых расчётах фигурирует величина s' относительного перемещения, поэтому в рассматриваемом случае необходимо сразу же задаться длиной кривошипа, чем и определится величина s' .

Пример 2. Спроектировать кривошипно-шатунный механизм по следующим данным: 1) при прямом ходе ползушки

$$v_1 = 6,5 \text{ м/сек и } \gamma_1 = 60^\circ;$$

2) при обратном ходе её $-v_2 = 1 \text{ м/сек и } \gamma_2 = 70^\circ$; 3) абсолютное перемещение ползушки равно 0,2 м.

Пусть по общим условиям проектирования механизма удобно выбрать $r_1 = 0,2 \text{ м}$. Тогда, следовательно, относительное перемещение ползушки

$$s' = \frac{0,2}{0,2} = 1.$$

Предполагая, что m положительно и больше единицы, согласно «Правилам» находим: $\gamma_1^0 = -60^\circ$ и $\gamma_2^0 = 70^\circ$. Далее строим по изложенному выше способу две кривые и находим: $p_1 = 8,4$ и $\varphi_1 = 60^\circ$. С помощью уравнения (7) определяем величину $\varphi_2^0 = 30^\circ$. Следовательно, $\varphi_2 = 330^\circ$.

Воспользовавшись уравнением (2), получим: $u = 5,6 \text{ м/сек}$. Поскольку мы приняли, что $r_1 = 0,2 \text{ м}$, то, следовательно, $\omega = 28 \text{ сек.}^{-1}$. Из уравнения (1) находим: $m = 3,8$.

Итак, m положительно и больше единицы, т. е. полученные результаты соответствуют принятому в начале расчёта предположению.

На основании уравнения (3) получаем: $n = 9,1$. Абсолютные размеры механизма таковы: $a = 0,76 \text{ м}$; $r_2 = 1,82 \text{ м}$; $r_1 = 0,2 \text{ м}$.

Кинематическая схема этого механизма показана на рис. 3.

В заключение заметим, что приведенные выше задачи проектирования кривошипно-шатунного механизма являются задачами синтеза только лишь по кинематическим условиям, т. е. без учёта динамических факторов — величины минимального угла передачи в механизме.

Угол передачи в кривошипно-шатунном механизме (острый угол между осевой линией шатуна и перпендикулярном к линии движения ползушки, обозначенный выше буквой γ) принимает наименьшее значение [2] в том положении механизма, при котором кратчайшее расстояние между центром вращения кривошипа и линией движения ползушки становится наибольшим. Это положение механизма принято называть опасным положением.

Если при решении изложенных выше задач учитывать также и динамические условия, то пришлось бы, кроме двух рассмотренных положений, рассмотреть ещё и третье, соответствующее опасному положению механизма. Однако проще осуществить сперва только кинематический синтез механизма, а затем проверить достаточно ли величина наименьшего угла передачи в полученном механизме.

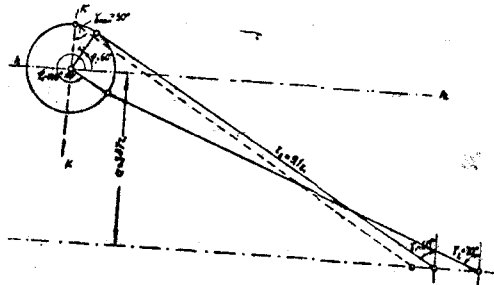


Рис. 3.

Такой путь особенно удобен при решении рассмотренных выше задач, в которых угол передачи γ , хотя и не наименьший, принадлежит к группе параметров, выбираемых при проектировании. В самом деле, назначая величину угла γ в каком-либо положении механизма, мы оказываем тем самым влияние на величину угла передачи в опасном положении механизма.

В настоящее время, как известно, принято, что угол передачи в механизме не должен быть менее 45° . Из кинематических схем механизмов, изображённых на рис. 2 и 3, видно, что ни в одном из них величина минимального угла передачи $\gamma_{\min}$ не меньше 45° . Следовательно, полученные механизмы удовлетворяют не только поставленным (см. примеры 1 и 2) кинематическим условиям, но и динамическим.

Если бы этого не было, то пришлось бы увеличить заданные величины γ_1 и γ_2 или одну из них и произвести перерасчёт.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Артоболевский, З. Ш. Блох и В. В. Добровольский. — Синтез механизмов. Гостехиздат, 1944.
2. В. Я. Белецкий. — Некоторые задачи синтеза кривошипно-шатунного механизма. «Вестник инженеров и техников» № 6, 1947.
3. Л. Б. Левенсон. — Теория механизмов и машин. Машгиз, 1948.

Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ

К ВОПРОСУ О РАСКРЫТИИ СТАТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛИМОСТИ КОЛЕС СО СПИЦАМИ

В нашей статье: «Расчёт обода и спиц зубчатых колёс» *) приводится расчёт элементов спицевых колёс, основанный на раскрытии статической неопределимости по методу сил.

В излагаемом в этой работе расчёте используется применяемый в строительной механике способ узловых перемещений, который в частных случаях даёт значительные упрощения расчётов.

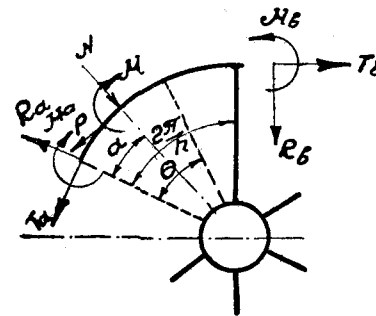


Рис. 1.

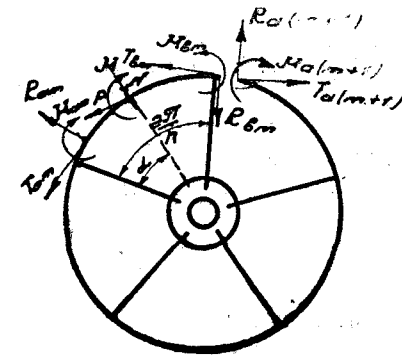


Рис. 2.

Для сектора колеса (рис. 1), нагруженного в общем случае внешними силами: тангенциальной P , радиальной Q и парой сил с моментом M , приложенными под углом α к начальной спице, нетрудно определить составляющие перемещения и углы поворота узлов.

Так, обозначив реактивные силы: радиальные через R_a и R_b , тангенциальные через T_a и T_b , а также моменты через M_a

*) Труды ОИИМПнЭХ, том II, 1948 г.

и M можно при помощи начала наименьшей работы привести выражения для радиальных перемещений узлов u_a, u_b , тангенциальных перемещений v_a, v_b и их углов поворота φ_a, φ_b к такому виду:

$$u_a = \frac{r^3}{EI} \left(a_{11} R_a + a_{12} R_b + a_{13} T_a + a_{14} T_b + a_{15} \frac{M_a}{r} + a_{16} \frac{M_b}{r} + a_{17} P + a_{18} Q + a_{19} \frac{M}{r} \right) \quad (1)$$

$$u_b = \frac{r^3}{EI} \left(a_{21} R_a + a_{22} R_b + a_{23} T_a + a_{24} T_b + a_{25} \frac{M_a}{r} + a_{26} \frac{M_b}{r} + a_{27} P + a_{28} Q + a_{29} \frac{M}{r} \right) \quad (2)$$

$$v_a = \frac{r^3}{EI} \left(a_{31} R_a + a_{32} R_b + a_{33} T_a + a_{34} T_b + a_{35} \frac{M_a}{r} + a_{36} \frac{M_b}{r} + a_{37} P + a_{38} Q + a_{39} \frac{M}{r} \right) \quad (3)$$

$$v_b = \frac{r^3}{EI} \left(a_{41} R_a + a_{42} R_b + a_{43} T_a + a_{44} T_b + a_{45} \frac{M_a}{r} + a_{46} \frac{M_b}{r} + a_{47} P + a_{48} Q + a_{49} \frac{M}{r} \right) \quad (4)$$

$$\varphi_a = \frac{r^2}{EI} \left(a_{51} R_a + a_{52} R_b + a_{53} T_a + a_{54} T_b + a_{55} \frac{M_a}{r} + a_{56} \frac{M_b}{r} + a_{57} P + a_{58} Q + a_{59} \frac{M}{r} \right) \quad (5)$$

$$\varphi_b = \frac{r^2}{EI} \left(a_{61} R_a + a_{62} R_b + a_{63} T_a + a_{64} T_b + a_{65} \frac{M_a}{r} + a_{66} \frac{M_b}{r} + a_{67} P + a_{68} Q + a_{69} \frac{M}{r} \right) \quad (6)$$

где коэффициенты a_{ij} выражены в функции от числа спиц n , отношения жёсткости обода к жёсткости спицы

$$K = \frac{EI}{E_1 I_1},$$

отношения диаметров ступицы и колеса

$$C = \frac{D}{D_1},$$

а также радиусов инерции сечений обода i и спицы i_1 *).

Считая в этих уравнениях грузовые члены $a_{17} P, a_{18} Q, a_{19} M$ известными величинами, решим их относительно реактивных обобщённых сил $R_a, R_b, T_a, T_b, M_a, M_b$, выразив последние в виде линейных функций от составляющих перемещений и углов поворота узлов колеса.

В результате соответствующих преобразований и приведе-

*) Значения a_{ij} приводятся в упомянутой выше статье автора.

ния подобных членов мы получим нижеследующие выражения, в которых обобщённые реактивные силы обозначены через составляющие перемещения и углы поворота узлов, а также в функций от внешних нагрузок P, Q и M .

$$R_a = \frac{EI}{r^3} \left(\delta_{11} u_a + \delta_{12} u_b + \delta_{13} v_a + \delta_{14} v_b + \delta_{15} \varphi_a + \delta_{16} \varphi_b + \delta_{17} P + \delta_{18} Q + \delta_{19} \frac{M}{r} \right) \quad (7)$$

$$R_b = \frac{EI}{r^3} \left(\delta_{21} u_a + \delta_{22} u_b + \delta_{23} v_a + \delta_{24} v_b + \delta_{25} \varphi_a + \delta_{26} \varphi_b + \delta_{27} P + \delta_{28} Q + \delta_{29} \frac{M}{r} \right) \quad (8)$$

$$T_a = \frac{EI}{r^3} \left(\delta_{31} u_a + \delta_{32} u_b + \delta_{33} v_a + \delta_{34} v_b + \delta_{35} \varphi_a + \delta_{36} \varphi_b + \delta_{37} P + \delta_{38} Q + \delta_{39} \frac{M}{r} \right) \quad (9)$$

$$T_b = \frac{EI}{r^3} \left(\delta_{41} u_a + \delta_{42} u_b + \delta_{43} v_a + \delta_{44} v_b + \delta_{45} \varphi_a + \delta_{46} \varphi_b + \delta_{47} P + \delta_{48} Q + \delta_{49} \frac{M}{r} \right) \quad (10)$$

$$M_a = \frac{EI}{r^2} \left(\delta_{51} u_a + \delta_{52} u_b + \delta_{53} v_a + \delta_{54} v_b + \delta_{55} \varphi_a + \delta_{56} \varphi_b + \delta_{57} P + \delta_{58} Q + \delta_{59} \frac{M}{r} \right) \quad (11)$$

$$M_b = \frac{EI}{r^2} \left(\delta_{61} u_a + \delta_{62} u_b + \delta_{63} v_a + \delta_{64} v_b + \delta_{65} \varphi_a + \delta_{66} \varphi_b + \delta_{67} P + \delta_{68} Q + \delta_{69} \frac{M}{r} \right) \quad (12)$$

Составим теперь уравнения, устанавливающие зависимость между перемещениями узлов.

С этой целью рассмотрим колесо с любым числом спиц n , каждый сектор которого нагружен согласно схеме, показанной на рис. 2, реактивными силами, приложенными в узлах.

В одном из секторов будем считать также приложенными внешние силы P, Q и пару сил с моментом M .

Для сечения любого m -ого жёсткого узла, проведенного непосредственно справа от спицы, можно из условий равновесия составить такие 3 уравнения:

$$R_{bm} - R_{a(m+1)} = 0, \quad (13)$$

$$T_{bm} - T_{a(m+1)} = 0, \quad (14)$$

$$M_{bm} - M_{a(m+1)} = 0. \quad (15)$$

После подстановки значений $R_a, R_b, T_a, T_b, M_a, M_b$ из формул (7—12) в уравнения (13—15) мы можем получить 3 уравнения, составленные в канонической форме.

Имея в виду, что радиальные перемещения жёстких узлов колеса практически незначительно влияют на результаты дальнейших расчётов, можно, пренебрегая ими и используя формулы (14, 15), ограничиться составлением таких двух уравнений:

$$\begin{aligned} \theta_{43} V_{m-1} + (\theta_{44} - \theta_{33}) V_m - \theta_{34} V_{m+1} + \theta_{45} \varphi_{m-1} r + \\ + (\theta_{46} - \theta_{35}) \varphi_m r - \theta_{36} \varphi_{m+1} r + A_m = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta_{63} V_{m-1} + (\theta_{64} - \theta_{53}) V_m - \theta_{54} V_{m+1} + \theta_{65} \varphi_{m-1} r + \\ + (\theta_{66} - \theta_{55}) \varphi_m r - \theta_{56} \varphi_{m+1} r + B_m = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

где A_m и B_m — грузовые члены, выраженные через внешние нагрузки двух смежных секторов $P_m, P_{m+1}, Q_m, Q_{m+1}, M_m, M_{m+1}$ а также углы α_m и α_{m+1} наклона сечений, в которых они приложены.

И далее, придавая индексу m значения от 1 до n , получим систему $2n$ уравнений, содержащих $2n$ неизвестных тангенциальных перемещений и углов поворота жёстких узлов сопряжения спиц с ободом колеса, а также грузовые члены A_i, B_i , зависящие от внешних нагрузок T_i, Q_i и M_i соответствующих секторов колеса.

Затем, решив систему уравнений, можно определить значения перемещений v_a, v_b, φ_a и φ_b в функциях от внешних нагрузок. И наконец, подставив значения этих перемещений в выражения (7—12), можно получить реакции R_a, R_b, T_a, T_b, M_a и M_b для каждого сектора колеса.

По известным реактивным силам нетрудно определить искомые изгибающие моменты для любых сечений обода и спиц колеса.

Как видно из вышеизложенного, по ходу определения искомых реактивных сил необходимо решать системы уравнений следующих двух видов:

1. Для выражения реактивных сил через составляющие перемещения и углы поворота узлов — шесть уравнений с шестью неизвестными, независимо от числа спиц n .

Причём, так как при радиальных перемещениях узлов $u_a = u_b = 0$ и нет необходимости в определении реакции R_b , то в этом случае мы получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными.

2. Для определения значений $v_a, v_b, \varphi_a, \varphi_b$ при том же допущении, что $u_a = u_b = 0$ — $2n$ уравнений с $2n$ неизвестными, составленными в канонической форме.

Решение уравнений первого вида упрощается тем, что матрица уравнений имеет симметричный вид, так как коэффициенты, равностоящие от главной диагонали по горизонтали и вертикали, равны между собою:

$$a_{12} = a_{21}, \quad a_{13} = a_{31} \text{ и т. д.}$$

Что же касается уравнений второго вида, то в целях упрощения их решения используем принцип суперпозиции, применение которого состоит в нижеследующем.

Как известно, колесо содержит несколько геометрических осей симметрии. Поэтому при симметричных и кососимметричных нагрузках в узлах возникают перемещения соответственно равные между собою по абсолютной величине, но с одинаковыми или противоположными знаками.

Такие случаи нагрузок позволяют снизить число расчётных уравнений.

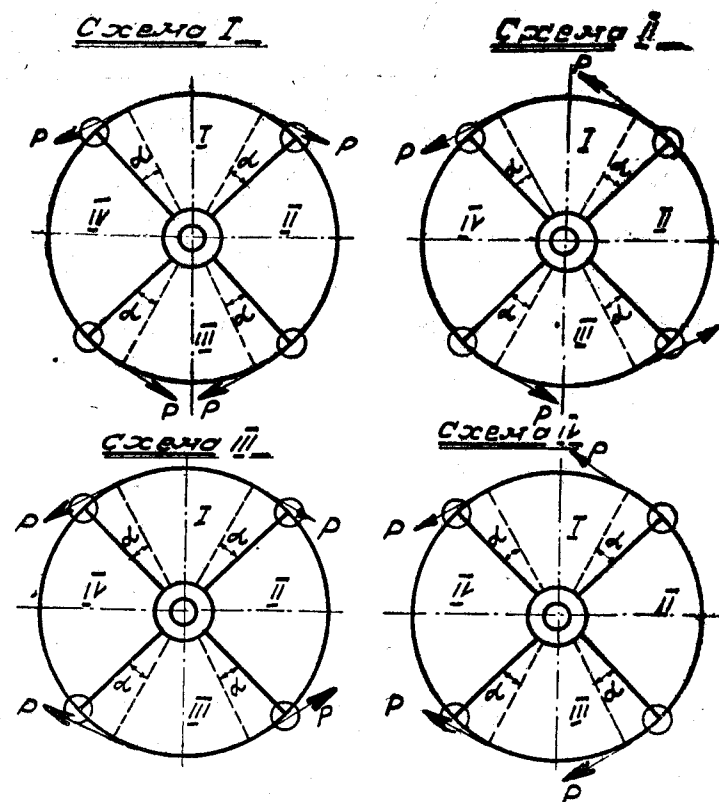


Рис. 3.

Для любого нагруженного колеса можно подобрать несколько таких схем симметричных и кососимметричных нагрузок, чтобы при их наложении сохранилась только внешняя нагрузка в одном сечении.

Например, на рис. 3 показаны четыре схемы нагружения колеса с четырьмя спицами. В каждой из этих схем внешние нагрузки симметричны или кососимметричны относительно двух взаимно-перпендикулярных осей — диаметров колеса. Поэтому перемещения узлов сопряжений каждой спицы с ободом равны между собою по абсолютной величине.

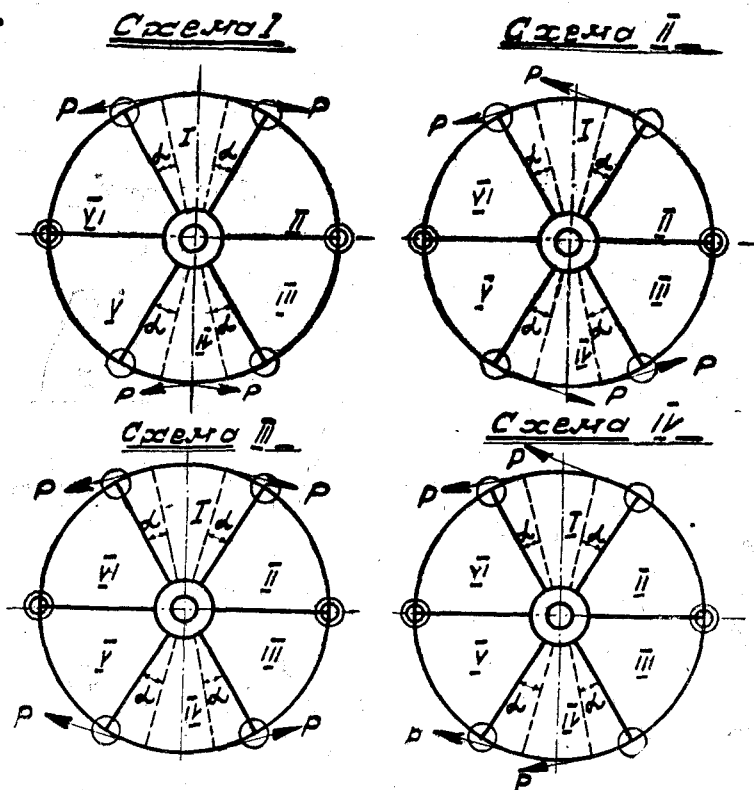


Рис. 4.

Понятно также, что при наложении нагрузок всех четырех схем мы получим случай нагружения колеса одной силой равной $4P$.

Следовательно, для колеса, нагруженного силой P , перемещения каждого узла равны $1/4$ части алгебраической суммы пе-

ремещений, полученных для данного узла от нагрузок по каждой из четырех схем.

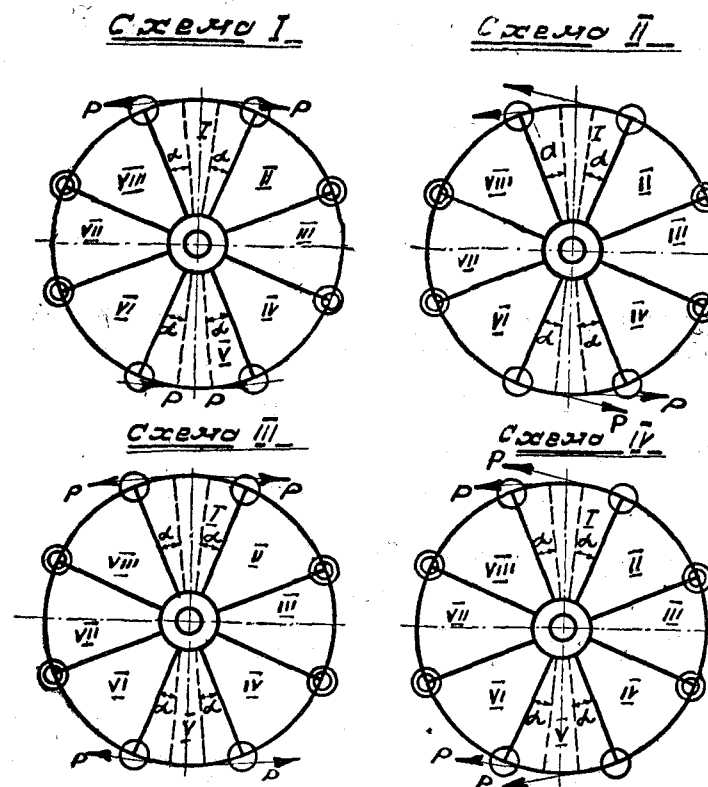


Рис. 5.

Таким путём задача сводится к четырехкратному решению систем двух уравнений с двумя неизвестными. Нетрудно убедиться, что в приведенных на рис. 4 и рис. 5 схемах нагружения колёс с шестью и восемью спицами, можно определить неизвестные перемещения узлов четырехкратным решением систем четырех уравнений с четырьмя неизвестными.

Для ясности на вышеуказанных схемах симметричные и кососимметричные узлы отмечены одинаковыми условными знаками (кружками).

Канд. техн. наук, доцент В. М. ДАЦКОВСКИЙ

О ПОВЫШЕНИИ КПД ГАЗОТУРБИННЫХ УСТАНОВОК С МНОГОСТУПЕНЧАТЫМ СЖАТИЕМ И РАСШИРЕНИЕМ

В настоящей статье рассматривается влияние многоступенчатого сжатия с промежуточным охлаждением и многоступенчатого расширения с промежуточным подогревом на КПД идеального цикла и на эффективный КПД газотурбинных установок со сгоранием при постоянном давлении, а также рациональное распределение работы сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины.

Влияние многоступенчатого сжатия и расширения на КПД

Многоступенчатое сжатие (приближающееся к изотермическому) и многоступенчатое расширение (приближающееся к изотермическому), естественно, повышает термический КПД *) регенеративной установки по сравнению с термическим КПД при одноступенчатом сжатии и расширении, так как приближает идеальный цикл регенеративной установки к циклу, эквивалентному по экономичности циклу Карно.

Повышение термического КПД регенеративной установки, при определенных значениях относительных КПД, компрессора и турбины, позволяет повысить и эффективный КПД установки.

Для нерегенеративных установок многоступенчатое сжатие и расширение в отдельности и в совокупности:

а) понижают термический КПД. Справедливость этого следует из диаграммы TS (рис. 1), из которой видно, что при

*) КПД идеального цикла в дальнейшем именуется термическим КПД.

замене одноступенчатого сжатия и расширения многоступенчатым — средняя температура подвода тепла уменьшается, а средняя температура отвода тепла увеличивается;

б) при определенном значении относительного КПД турбины — повышают эффективный КПД.

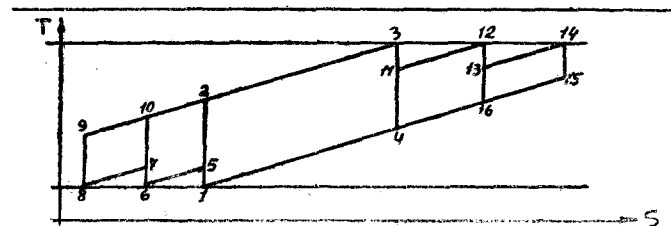


Рис. 1.

Докажем это. Введем следующие обозначения:

- η_1 — эффективный КПД первой нерегенеративной установки с одноступенчатым сжатием и расширением;
- η_2 — эффективный КПД второй нерегенеративной установки с многоступенчатым сжатием и расширением в тех же крайних пределах давлений и температур, что и в первой установке (только сжатие или только расширение во второй установке может быть одноступенчатым);
- $\eta_{к*}$ — адиабатический эффективный КПД каждой ступени компрессора *);
- $\eta_{т*}$ — относительный эффективный КПД каждой ступени турбины *).

Полагаем значения $\eta_{к*}$ и $\eta_{т*}$ у всех ступеней, а также КПД камер сгорания для первой и второй установки одинаковыми. Изменением теплоемкости, весовым изменением при сгорании, потерями давления и охлаждением в газовом тракте — при вычислении эффективного КПД пренебрегаем.

Отношение эффективных КПД второй и первой установок, как функция от $\eta_{т*}$ может быть выражено следующим образом:

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{A \cdot \eta_{т*} - b}{a \cdot \eta_{т*} - B} \cdot \frac{Q_1}{C + D \cdot \eta_{т*}},$$

где a — адиабатическая работа расширения в первой установке;

*) Ступенью компрессора называем компрессор, в котором происходит сжатие без промежуточного охлаждения, а ступенью турбины называем турбину, в которой происходит расширение без промежуточного подогрева.

A — адиабатическая работа расширения во второй установке ($A \geq a$).

b — эффективная работа сжатия во второй установке;

B — эффективная работа сжатия в первой установке ($B \geq b$),

Q_1 — тепло, подведенное к газу в первой установке;

$(C + D \cdot \eta_1)$ — тепло, подведенное к газу во второй установке, $C > 0$ и $D \geq 0$.

Отметим, что если $A = a$, то $B > b$, а если $B = b$, то $A > a$. И формулы для $\frac{\eta_2}{\eta_1}$ видно, что при уменьшении η_1 от некоторого значения η_{1r} , при котором $\eta_1 > 0$, и $\eta_2 > 0$, η_1 начнет приближаться к нулю раньше, чем η_2 , так как $A > a$ при $B \geq b$ или $B > b$ при $A \geq a$ и отношение $\frac{\eta_2}{\eta_1}$ будет неограниченно возрастать при $\eta_1 > 0$ и $\eta_2 > 0$.

Следовательно, при уменьшении η_1 , начиная с некоторого значения: $\eta_2 > \eta_1$.

Таким образом, многоступенчатое сжатие и расширение позволяет повысить эффективный КПД по сравнению с одноступенчатым сжатием и расширением как в регенеративных, так и в нерегенеративных установках, при определенных значениях относительных КПД компрессора и турбины.

Рациональное распределение работы сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины

В литературе по газовым турбинам указывается, что многоступенчатое сжатие и расширение повышает КПД, по сравнению с одноступенчатым сжатием и расширением, при равномерном распределении работ сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины. При таком равномерном распределении работ суммарная работа сжатия получается минимальной, суммарная работа расширения — максимальной, а полезная работа 1 кг газа в установке — максимально возможной. Однако, КПД газотурбинной установки повышается не только при увеличении полезной работы 1 кг газа, но и при уменьшении количества тепла, подводимого к 1 кг газа.

Нижеследующие простые соображения показывают, что существует рациональное распределение работы сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины, отличное

от равномерного, при котором КПД установки получается большим, чем при равномерном распределении работы *).

В самом деле, при повышении температуры воздуха, выходящего из последней ступени компрессора, количество тепла, подводимого к 1 кг воздуха уменьшается, что приводит к повышению КПД установки.

Таким образом, если последняя ступень компрессора будет совершать работу сжатия, большую, чем каждая из остальных ступеней, то КПД установки будет большим, чем при равномерном распределении работы сжатия между ступенями компрессора.

При повышении температуры газа, выходящего из предпоследней ступени турбины, уменьшается количество подводимого тепла в последнем подогревателе, что ведет к повышению КПД. Повышение температуры конца расширения в предпоследней ступени турбины связано с увеличением работы расширения в последней ступени турбины. Следовательно, если последняя ступень турбины будет совершать большую работу расширения, чем каждая из остальных ступеней, то КПД установки будет большим, чем при равномерном распределении работы расширения между ступенями турбины.

Значения давлений в промежуточных охладителях и подогревателях, при которых эффективный КПД газотурбинной установки имеет максимум, в дальнейшем называем оптимальными давлениями. Рассмотрим способы вычисления оптимальных давлений при различных комбинациях числа ступеней сжатия и расширения. Вывод формул производим только для регенеративных установок. Для нерегенеративных установок будут справедливы те же самые формулы, если положить в них степень регенерации равной нулю. При вычислении оптимальных давлений пренебрегаем гидравлическими сопротивлениями и охлаждением газа наружной средой во всем газовом тракте. При вычислении температуры воздуха на выходе из регенератора полагаем теплоемкость независимой от температуры.

Введем дополнительные обозначения:

P_1 — давление конца сжатия в последней ступени компрессора в ата;

P_0 — давление наружного воздуха в ата;

P_2 — давление в первом промежуточном охладителе в ата;

P_3 — давление во втором промежуточном охладителе в ата;

*) К этому же заключению можно прийти более строгим путем, исследуя на экстремум КПД, как функцию от давлений в промежуточных охладителях и подогревателях.

- P_4 — давление во второй камере сгорания в ата;
 P_5 — давление в третьей камере сгорания в ата;
 T_0 — температура наружного воздуха в °K;
 T_1 — температура газа при входе в каждую ступень турбины в °K;
 T_2 — температура воздуха при входе в каждую ступень компрессора, кроме первой ступени в °K;
 β — отношение веса продуктов сгорания к весу воздуха, поданного для сгорания;
 $С_k$ — среднее значение весовой теплоемкости воздуха при постоянном давлении в процессе сжатия в $\frac{\text{ккал}}{\text{кг. гр}}$
 $С_r$ — среднее значение весовой теплоемкости продуктов сгорания при постоянном давлении в процессе сгорания в $\frac{\text{ккал}}{\text{кг. гр}}$
 $С_t$ — среднее значение весовой теплоемкости продуктов сгорания при постоянном давлении в процессе расширения в $\frac{\text{ккал}}{\text{кг. гр}}$
 η_r — КПД камеры сгорания;
 k — показатель адиабаты, принятый одним и тем же для воздуха и для продуктов сгорания;

$$\frac{k-1}{k} = m;$$

- σ — степень регенерации, определяемая как отношение тепла, фактически переданного от продуктов сгорания к воздуху, к теплу, которое было бы передано, если бы температура воздуха на выходе из регенератора была бы равна температуре продуктов сгорания на выходе из последней ступени турбины.

На рис. 2 изображены схемы установок, для которых производится вычисление оптимальных давлений. Изображенные установки имеют открытый цикл, однако, все дальнейшие формулы при соответствующих значениях P_0 , T_0 и P_1 справедливы и для установок с закрытым циклом. Наибольшее число ступеней сжатия или расширения принято равным трем

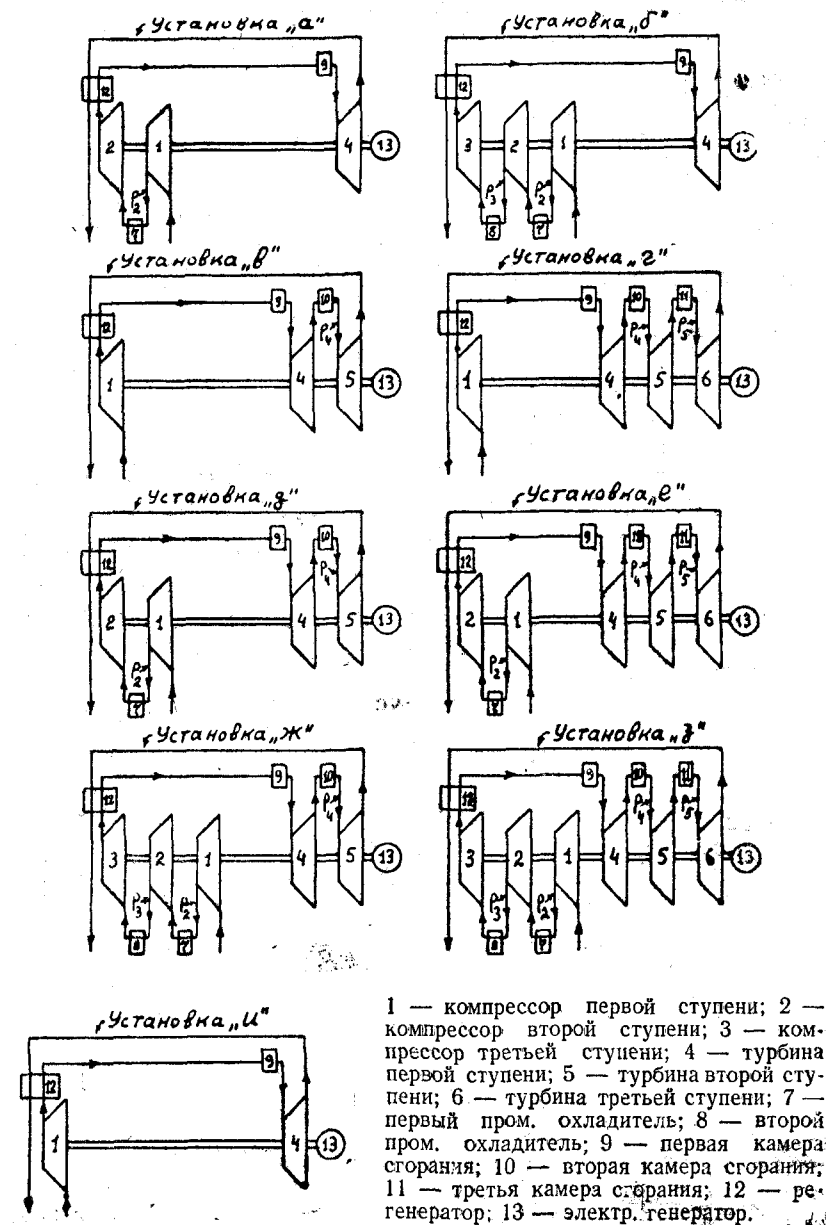


Рис. 2.

При принятых обозначениях и допущениях эффективный КПД установки «з» вычисляется по формуле:

$$\eta_z = \frac{\frac{\beta \cdot c_T}{c_k} \cdot T_1 \cdot \gamma_T \left[3 - \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^m - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^m - \left(\frac{P_0}{P_5} \right)^m \right] - \frac{T_0}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_2}{P_0} \right)^m - 1 \right] - \frac{T_2}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_3}{P_2} \right)^m + \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^m - 2 \right]}{T_1(1-\sigma) + \sigma \cdot T_1 \gamma_T \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_5} \right)^m \right] + T_1 \gamma_T \left[2 - \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^m - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^m \right] - (1-\sigma) \cdot T_2 \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_1}{P_3} \right)^m - 1 \right] \right\}} \cdot \frac{c_k}{\beta \cdot c_2} \cdot \eta_2;$$

Эффективные КПД остальных, изображенных на рис. 2 установок можно вычислить по этой же формуле, полагая в ней: для установки: «а»: $P_3 = P_2$; $P_5 = P_4 = P_1$;

- » » : «б»: $P_5 = P_4 = P_1$;
- » » : «в»: $P_3 = P_2 = P_0$; $P_5 = P_4$; $T_2 = T_0$;
- » » : «г»: $P_3 = P_2 = P_0$; $T_2 = T_0$;
- » » : «д»: $P_3 = P_2$; $P_5 = P_4$;
- » » : «е»: $P_3 = P_2$;
- » » : «ж»: $P_4 = P_5$;
- » » : «и»: $P_3 = P_2 = P_0$; $P_5 = P_4 = P_1$; $T_2 = T_0$.

Оптимальные давления в установках получаем, решив относительно этих давлений систему уравнений, которую дает равенство нулю частной производной от эффективного КПД установки по каждому из этих давлений. Для решения этой системы уравнений удобно пользоваться вспомогательными величинами a , b , c , и d , вычисленными по нижеследующим формулам, в которых:

n_c — число ступеней сжатия в установке;

n_p — число ступеней расширения в установке.

$$a = \frac{\beta \cdot c_T}{c_k} \cdot T_1 \cdot \gamma_T \left[3 - \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^m - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^m - \left(\frac{P_0}{P_5} \right)^m \right] + \frac{T_0 + (n_c - 1) T_2}{\gamma_k};$$

$$b = (1-\sigma) \cdot \left[T_1 + T_2 \cdot \left(\frac{1}{\gamma_k} - 1 \right) \right] + T_1 \cdot \gamma_T \left\{ \sigma \cdot \left[1 - \left(\frac{P_0}{P_5} \right)^m \right] + 2 - \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^m - \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^m \right\}$$

$$c = n_p \cdot T_1 \cdot \gamma_T - \frac{c_k}{\beta \cdot c_T} \cdot \left\{ \frac{T_0}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_2}{P_0} \right)^m - 1 \right] + \frac{T_2}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_3}{P_2} \right)^m + \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^m - 1 \right] \right\};$$

$$d = T_1 \left[1 - \sigma + \gamma_T (n_p - 1 + \sigma) \right] - (1-\sigma) \cdot T_2 \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{\gamma_k} \left[\left(\frac{P_1}{P_3} \right)^m - 1 \right] \right\};$$

При применении формул для величин a , b , c , и d к различным установкам, изображенным на рис. 2, следует налагать на эти формулы такие же условия, как и при вычислении эффективных КПД установок.

Оптимальные давления для различных установок вычисляются по нижеприведенным формулам (1 — 18), при пользовании которыми следует руководствоваться следующими указаниями.

Установка «а». В случае $(1-\sigma) \cdot a \neq b$ давление P_2 вычисляется по формулам 1, 2, 3. В случае $(1-\sigma) \cdot a = b$, давление P_2 вычисляется по формуле 4.

Установка «б». В случае $(1-\sigma) \cdot a \geq b$, давление P_2 вычисляется по формулам 5, 6, 7. В случае $(1-\sigma) \cdot a \leq b$, давление P_2 вычисляется по формулам 8, 6, 7. Давление P_3 вычисляется по формуле 9.

Установка «в». В случае $c \neq d$ давление P_4 вычисляется по формулам 10, 11, 12. В случае $c = d$ давление P_4 вычисляется по формуле 13.

Установка «г». В случае $c > d$ и $d \geq \sigma \cdot c$ давление P_4 вычисляется по формулам 5, 14, 15, причем знак минус в круглых скобках в формуле 5 меняется на плюс. В случае $c > d$ и $d \leq \sigma \cdot c$ давление P_4 вычисляется по формулам 8, 14, 15.

В случае $c = d$ давление P_4 вычисляется по формуле 16.

В случае $c < d$ давление P_4 вычисляется по формуле 17.

Давление P_5 вычисляется по формуле 18.

$$P_2 = \frac{P_1}{(A + \sqrt{A^2 - B})^{\frac{1}{m}}} \quad (1) \quad A = \frac{(1-\sigma) T_0}{\gamma_k [(1-\sigma)a - b]} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^m \quad (2)$$

$$B = \frac{b}{(1-\sigma)a - b} \cdot \frac{T_0}{T_2} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)^m \quad (3) \quad P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot T_2}{a \cdot \gamma_k} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (4)$$

$$P_2 = \left[2\sqrt{A} \cdot \cos \left(60^\circ - \frac{1}{3} \arccos \frac{B}{A\sqrt{A}} \right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad (5) \quad A = \frac{(1-\sigma) T_2^2 P_0^m P_1^m}{T_0 \cdot b \cdot \gamma_k} \quad (6)$$

$$B = \frac{T_2^2 [(1-\sigma)a - b] P_0^{2m} P_1^m}{2 T_0 \cdot b} \quad (7) \quad P_2 = \left[2\sqrt{A} \cdot \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \frac{-B}{A\sqrt{A}} \right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad (8)$$

$$P_3 = \left(\frac{T_0}{T_2} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{P_2^2}{P_0} \quad (9) \quad P_3 = (A + \sqrt{A^2 - B})^{\frac{1}{m}} \quad (10)$$

$$A = \frac{(1-\sigma) T_1 \gamma_T P_0^m}{c \cdot d} \quad (11) \quad B = \frac{(d - \sigma c) P_0^m P_1^m}{c \cdot d} \quad (12)$$

$$P_4 = P_1 \left(\frac{c}{2T_1 \tau} \right)^{\frac{1}{m}} \dots (13) \quad A = \frac{(1-\sigma) T_1 \tau P_0^m P_1^m}{c-d} \dots (14)$$

$$B = \frac{(d-\sigma c) P_0^m P_1^{2m}}{2(c-d)} \dots (15) \quad P_4 = P_1 \left(\frac{c}{2T_1 \tau} \right)^{\frac{1}{m}} \dots (16)$$

$$P_4 = \left[2\sqrt{|A|} \operatorname{Sh} \left(\frac{1}{3} \operatorname{arcSh} \frac{|B|}{|A|\sqrt{|A|}} \right) \right]^{\frac{1}{m}} \dots (17) \quad P_5 = \frac{P_4^2}{P_1} \dots (18)$$

Для установок «д», «е», «ж», «и», «з» — решить соответствующие системы уравнений (равенства нулю частных производных) относительно оптимальных давлений и получить простые расчетные формулы не удастся, ибо уравнения имеют высокие степени.

Для этих установок оптимальные давления можно вычислять методом последовательных приближений, который ниже излагается.

Установка «д».

Первый этап: вычисляем давление P_4 по формулам для установки «в», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «в».

Второй этап: вычисляем давление P_2 по формулам для установки «а», причем величины a и b вычисляем применительно к установке «д», пользуясь значением P_4 , полученным из первого этапа.

Третий этап: вычисляем давление P_4 по формулам для установки «в», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «д», пользуясь значением P_2 , полученным из второго этапа.

В дальнейших последовательных приближениях в четных этапах производятся вычисления по схеме второго этапа, а в нечетных этапах — по схеме третьего этапа, причем в каждом последующем этапе используются результаты предыдущего этапа. Численные расчеты показывают, что разность одноименных результатов этапов становится практически неощутимой после четвертого этапа, а поэтому можно им и ограничиться.

Установка «е».

Первый этап: вычисляем давления P_4 и P_5 по формулам для установки «г», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «г».

Второй этап: вычисляем давление P_2 по формулам для установки «а», причем величины a и b вычисляем приме-

нительно к установке «е», пользуясь значениями P_4 и P_5 , полученными из первого этапа.

Третий этап: вычисляем давления P_4 и P_5 по формулам для установки «г», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «е», пользуясь значением P_2 , полученным из второго этапа.

Установка «ж».

Первый этап: вычисляем давления P_2 и P_3 по формулам для установки «б», причем величины a и b вычисляем применительно к установке «б».

Второй этап: вычисляем давление P_4 по формулам для установки «в», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «ж», пользуясь значениями P_2 и P_3 , полученными из первого этапа.

Третий этап: вычисляем давления P_2 и P_3 по формулам для установки «б», причем величины a и b вычисляем применительно к установке «ж», пользуясь значением P_4 , полученным из второго этапа.

Установка «з».

Первый этап: вычисляем давления P_4 и P_5 по формулам для установки «г», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «г».

Второй этап: вычисляем давления P_2 и P_3 по формулам для установки «б», причем величины a и b вычисляем применительно к установке «з», пользуясь значениями P_4 и P_5 , полученными из первого этапа.

Третий этап: вычисляем давления P_4 и P_5 по формулам для установки «г», причем величины c и d вычисляем применительно к установке «з», пользуясь значениями P_2 и P_3 , полученными из второго этапа.

Численный пример

Для количественной оценки эффекта от замены одноступенчатого сжатия и расширения многоступенчатым и от замены равномерного распределения работы сжатия и расширения неравномерным — решим численный пример. В примере производим построение графиков зависимости оптимальных давлений и эффективного КПД, η , от отношения давлений $\frac{P_1}{P_0}$ для установки «з» (рис. 2) нерегенеративной ($\sigma = 0$) и регенеративной ($\sigma = 0,5$). Эти графики изображены на рис. 3 и 4, на которых всем величинам, относящимся к установкам с равномерным распределением работы сжатия и расширения, присвоены индексы «равн», а всем величинам, относящимся к ус-

тановкам с оптимальными давлениями, присвоены индексы «опт».

Поскольку в данном примере представляют интерес не абсолютные, а относительные значения величин, делаем допущение:

$$C_T = C_K = C_r = 0,242 \frac{\text{ккал}}{\text{кг. гр}}; \beta = 1.$$

Значения остальных исходных величин принимаем:

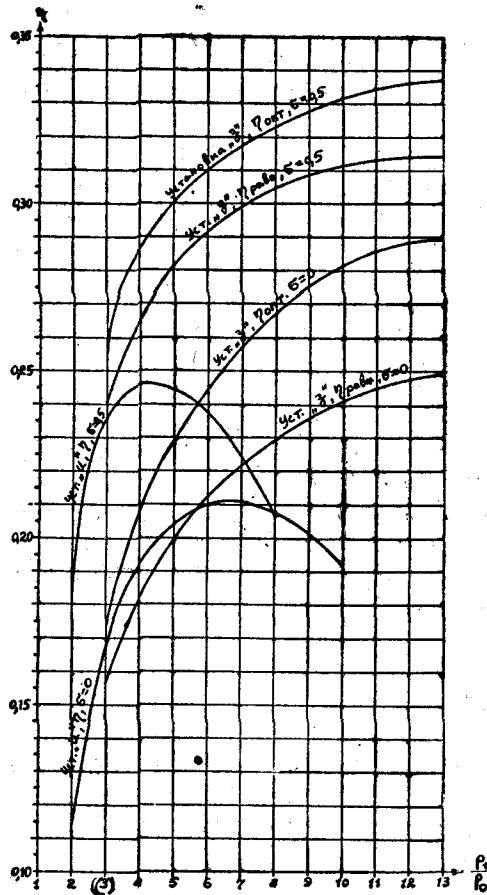


Рис. 3.

ленности значениях η_K и η_T многоступенчатое сжатие и расширение действительно приводит к повышению эффективного КПД нерегенеративных установок.

$$P_0 = 1 \text{ ата}; T_0 = 290^\circ \text{К};$$

$$T_1 = 923^\circ \text{К}; T_2 = 300^\circ \text{К};$$

$$\eta_K = \eta_T = 0,85;$$

$$\eta_r = 0,98; K = 1,4.$$

Из рис. 3 видно, что замена одноступенчатого сжатия и расширения трехступенчатым — дает снижение удельного расхода топлива: для регенеративных установок на 28%, при равномерном распределении работы сжатия и расширения ϵ на 37% при рациональном распределении работы сжатия и расширения.

Для нерегенеративных установок: на 18% при равномерном распределении работы сжатия и расширения и на 37% при рациональном распределении работы сжатия и расширения.

Таким образом, при достигнутых в настоящее время в промыш-

Из рис. 3 видно также, что рациональное распределение работы сжатия и расширения по сравнению с равномерным дало снижение удельного расхода топлива на 16%, для нерегенеративных установок и на 7% для регенеративных ($\epsilon = 0,5$); при этом никаких конструктивных усложнений в установке не производится.

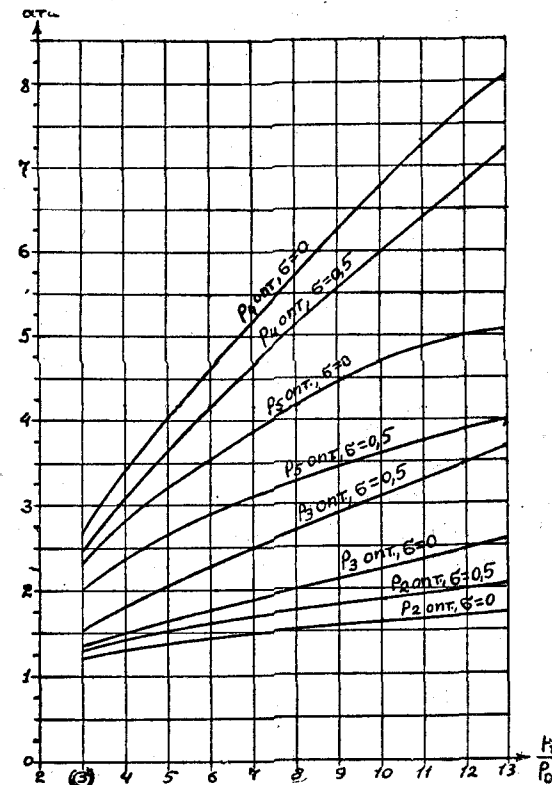


Рис. 4.

По данным этого примера были произведены также расчеты некоторых габаритных характеристик установки «з». Эти расчеты показали, что при замене равномерного распределения работы сжатия и расширения рациональным распределением:

а) габариты турбины последней ступени незначительно уменьшаются, вследствие понижения температуры конца расширения;

б) удельная (на 1 л. с.) поверхность нагрева регенератора

незначительно увеличивается (на 7%, вследствие увеличения весового расхода газа на 1 л. с.);

в) суммарная удельная (на 1 л. с.) поверхность нагрева охладителей увеличивается на 40 проц. для нерегенеративных установок и на 20 проц. для регенеративных установок вследствие понижения давления воздуха в охладителях и соответствующего уменьшения коэффициента теплопередачи. Последнее обстоятельство является, повидимому, единственным недостатком рационального распределения работы сжатия и расширения.

ВЫВОДЫ

1. Многоступенчатое сжатие и расширение по сравнению с одноступенчатым повышает термический КПД регенеративных установок и понижает термический КПД нерегенеративных установок.

2. При достигнутых в настоящее время в промышленности значениях относительного КПД компрессора и турбины многоступенчатое сжатие и расширение существенно повышает эффективный КПД по сравнению с одноступенчатым сжатием и расширением как в регенеративных, так и в нерегенеративных установках.

3. Равномерное распределение работы сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины при многоступенчатом сжатии и расширении нерационально, так как приводит к заниженному эффективному КПД.

4. Существует такое неравномерное рациональное распределение работы сжатия и расширения между ступенями компрессора и турбины, при котором эффективный КПД установки получается существенно большим, чем при равномерном распределении работы. Способы вычисления давлений в промежуточных охладителях и подогревателях при рациональном распределении работы сжатия и расширения излагаются в настоящей статье.

5. Недостатком рационального распределения работы сжатия и расширения, по сравнению с равномерным распределением, является некоторое увеличение поверхности нагрева промежуточных охладителей.

6. Все вышесказанные выводы относятся к нормальному режиму установки. Для сравнения рационального распределения работы сжатия и расширения с равномерным распределением при частичных нагрузках требуется специальное исследование.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Уваров — Газовые турбины. ГОНТИ, 1935 г.
2. Я. И. Шнее — Современные идеи развития газовых турбин. «Советское котлотурбостроение», № 5, 1945 г.
3. В. В. Уваров — Характеристики авиационной газовой турбины с винтом. Труды ЦИАМ, № 109, 1946 г.
4. В. П. Блюдов — Газовые турбины. ГЭИ, 1948 г.
5. Г. С. Жирицкий — Газовые турбины. ГЭИ, 1948 г.

Доктор техн. наук, профессор Д. П. ГОХШЕЙН

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭНТРОПИИ ДЛЯ АНАЛИЗА РЕГЕНЕРАТИВНЫХ ПАРОСИЛОВЫХ ЦИКЛОВ

Введение

Регенеративный подогрев питательной воды как эффективное средство повышения экономичности паросиловых установок как большой, так и малой мощности широко применяется в практике строительства новых и модернизации старых установок в СССР.

Сложность явлений, сопровождающих этот подогрев, является причиной отсутствия установившейся и окончательно оформленной теории регенерации тепла.

Уже более четверти века на страницах технической печати продолжается обсуждение основной проблемы регенеративного подогрева питательной воды — оптимального распределения мест отбора греющего пара. За это время был разработан ряд методов анализа процесса регенерации тепла. В частности, автором статьи в 1939 году был предложен метод анализа регенеративных циклов с помощью принципа возрастания энтропии изолированной системы [1].

В настоящей работе излагаются итоги развития этого метода за последние 10 лет в применении к современным схемам паросиловых установок.

а) Паросиловую установку следует рассматривать с термодинамических позиций как изолированную в тепловом отношении систему, наинизшей температурой которой является температура окружающей среды. Дegrадация энергии такой системы равна, согласно второму началу термодинамики, произведению температуры окружающей среды на прирост энтропии системы.

б) Теоретическую температуру горения в топке принимаем

за максимальную температуру в установке, и полагаем, что эта температура не меняется в течение процесса выделения тепла топлива, а следовательно, процесс отвода тепла от горячего источника (горящего топлива) изотермичен.

в) Теплообмен между горящим топливом и пароводяной средой в котле протекает необратимо, при конечной разности температур. При этом можно считать, что во всех точках объема этой среды существуют одновременно практически одинаковые параметры, т. е. сохраняется внутреннее равновесие. Следовательно, несмотря на то, что процесс подвода тепла к пароводяной среде является термически (внешне) необратимым, его можно считать внутренне обратимым и изображать в диаграмме $T-S$.

Цикл Ренкина как термически необратимый цикл

Пусть в диаграмме $T-S$ (рис. 1) T_f — означает условную температуру горения топлива и T_0 — температуру окружающей среды, а изотермически отведенное от топлива тепло (Q) изображается площадью $авв'а'$. Тепло, подведенное к рабочему телу, совершающему термически необратимый цикл Ренкина 12341, изобразится площадью $П'а'341$ = площади $авв'а'$. Дegrадация энергии от теплообмена между горящим топливом и рабочим телом, равная

$$П_1 = T_0 \left(S_1 - S_3 - \frac{Q_1}{T_1} \right) = T_0 [S_1 - S_a - (S_b - S_a)] = \\ = T_0 (S_1 - S_b),$$

изобразится горизонтально заштрихованной площадью.

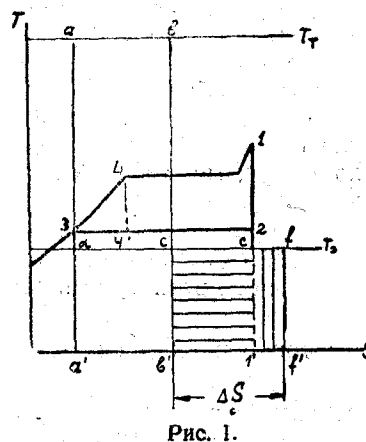


Рис. 1.

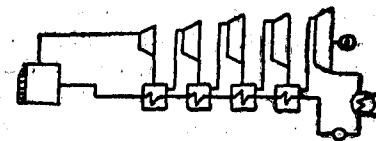


Рис. 2.

С другой стороны, дegrадация энергии от теплообмена между конденсирующимся рабочим телом и окружающей средой, равная

$$П_2 = T_0 [S_f - S_a - (S_1 - S_b)] = T_0 (S_f - S_1),$$

изобразится вертикально заштрихованной площадью $еff'f'e$.

$$\text{пл. } 23a'i'2 = \text{пл. } diff'a'd = Q_2.$$

Суммарная деградация энергии системы выразится площ. прямоугольника с основанием $\Delta_c S = S_f - S_b$ и высотой T_0

$$P = P_1 + P_2 = T_0(S_1 - S_b) = T_0(S_f - S_1) = T_0(S_f - S_b).$$

Отданное окружающей среде тепло состоит из суммы двух частей:

$$Q_{2k} = T_b(S - S_a) \quad \text{и} \quad P = T_0 \Delta_c S. \quad (1)$$

Метод регенеративного подогрева питательной жидкости дает возможность приблизить термический КПД цикла Ренкина к КПД цикла Карно за счет уменьшения деградации энергии при подогреве рабочего тела.

Регенеративным подогревом называют подогрев рабочего тела на одном участке цикла за счет тепла, отнятого у того же рабочего тела на другом участке этого цикла. На практике регенеративный подогрев питательной жидкости можно провести за счет тепла, отнятого от пара в процессе его расширения в турбине, или за счет тепла пара, уходящего из вспомогательных механизмов установки либо из мест утечки пара.

Проводя регенеративный подогрев питательной жидкости, изменяющей свое состояние по линии 3—4 (рис. 1), мы полностью или частично избегаем необходимости производить этот подогрев за счет внешнего тепла.

В идеальном случае можно необратимость подогрева питательной жидкости по линии 3—4 свести к нулю. Для этого следует осуществлять регенеративный подогрев при строгом соблюдении термического равновесия. Тогда окажется, что уменьшение деградации энергии от внутреннего теплообмена и экономический эффект карнотизации окажутся максимальными. Однако, практически невозможно осуществить обратимый регенеративный подогрев питательной воды, так как для этого требовалось бы наличие бесконечно большого числа подогревателей. Из практических соображений приходится ограничивать число подогревателей до 1—7 с тем, чтобы греющий пар в них направлялся из отборов турбины или из ресиверов поршневого двигателя.

В настоящей работе рассмотрены три основные схемы регенерации:

1. Со смешивающими подогревателями (рис. 4).
2. С поверхностными подогревателями и сбросом всего конденсата греющего пара в теплый ящик или конденсатор (рис. 5).

3. С поверхностными подогревателями и сбросом конденсата греющего пара в предыдущий подогреватель (рис. 6).

Последняя, наиболее распространенная, схема носит название каскадной схемы. Чаще всего каскадная схема включает один или несколько смешивающих подогревателей и тогда становится комбинированной.

Все схемы с отбором характерны тем, что весовое количество пара, работающего в турбине, меняется от одного места отбора к другому. Поэтому невозможно изобразить цикл с отбором пара на регенерацию в параметральной системе координат, построенной для 1 кг.

Проблема регенеративного подогрева питательной жидкости

Физическую сущность регенеративного подогрева питательной жидкости легко уяснить из анализа схемы с отводом всего пара в регенеративные подогреватели (рис. 2).

Примем следующие обозначения параметров в точках, указываемых индексом:

- T — температура питательной жидкости в °K,
 - τ — температура греющего пара в °K,
 - i — энтальпия питательной жидкости,
 - i' — энтальпия конденсата греющего пара в поверхностных подогревателях,
 - S — энтропия питательной жидкости или пара,
 - S' — энтропия конденсата греющего пара в поверхностных подогревателях,
 - I — энтальпия пара,
- Введем также следующие обозначения:
- D — доля пара, отбираемого в подогреватель,
 - n — число подогревателей,
 - Q_T — часть теплотворной способности топлива, воспринимаемая рабочим телом,
 - M — испарительная способность топлива

ϵ — недогрев питательной жидкости в поверхностных подогревателях.

Попрежнему примем температуру окружающей среды равной нижней температуре цикла. Тогда, для цикла *оеоки* (рис. 3) деградация энергии от теплообмена между горячим источником (горящим топливом) и рабочим телом составит:

$$\Delta'E = \left[(S_0 - S_k) M - \frac{Q_T}{T_T} \right] T_k. \quad (3)$$

где

$$M = \frac{Q_r}{I_0 - i_k}$$

Анализируя уравнение (3) можно заметить, что правая его часть представляет собой разность между всем количеством тепла, отведенного в цикле $oeкио$ в конденсатор, и количеством тепла, которое было бы отведено при обратимом цикле.

Переход к регенеративному циклу с n подогревателями (рис. 3) приводит к уменьшению деградации энергии от внешнего подвода тепла и к появлению добавочных очагов деградации энергии от внутреннего теплообмена (в подогревателях).

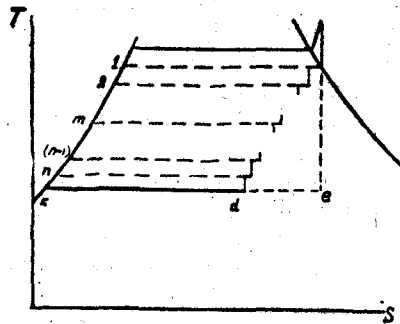


Рис. 3.

Примем для начала, что температура питательной жидкости на выходе из любого подогревателя равна температуре греющего пара, а также, что греющий пар вступает в подогреватели в состоянии насыщения. Имея в виду, что деградация энергии изолированной системы прямо пропорциональна приросту ее энтропии, будем в дальнейшем анализировать этот прирост.

Для любого m — того подогревателя прирост энтропии системы

$$\Delta_m S = M \left(S_m - S_{m+1} - \frac{i_m - i_{m+1}}{T_m} \right), \quad (4)$$

где

$$M = \frac{Q_r}{I_0 - i_1}$$

Для облегчения анализа, можно условно разбить процесс освоения рабочим телом внешнего тепла на две стадии:

1) От горячего источника тепло передается кипящей жидкости и перегретому пару;

2) Кипящая жидкость тратит часть приобретенного тепла на собственное испарение, а часть передает входящей в котел питательной жидкости.

Условимся нумеровать подогреватели от котла к конденсатору. Тогда кипящая жидкость будет играть в наших расчетах роль $(n+1)$ по количеству и нулевого по порядку подогревателя. Одновременно она будет играть роль промежуточного тела при каскадном теплообмене между горячим источником и питательной жидкостью, вышедшей из первого по порядку подогревателя.

Прирост энтропии системы от теплообмена во всех $(n+1)$ подогревателях составит:

$$\begin{aligned} \Delta_n S &= M \left(S_u - S_k - \frac{i_u - i_1}{T_u} - \frac{i_1 - i_2}{T_u} - \right. \\ &\quad \left. \dots - \frac{i_m - i_{m+1}}{T_m} - \dots - \frac{i_n - i_k}{T_k} \right) = \\ &= M \left(S_u - S_k - \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta i_i}{T} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Для того, чтобы получить значение полного прироста энтропии при подогреве воды в регенеративном цикле, следует присовокупить к $\Delta_n S$ значение прироста энтропии системы от необратимого теплообмена между горящим топливом и рабочим телом, т. е.

$$\begin{aligned} \Delta' S &= M \left(S_0 - S_u - \frac{I_0 - i_u}{T_r} + \frac{i_u - i_1}{T_u} - \frac{i_u - i_1}{T_r} = \right. \\ &= M \left[S_0 - S_u + (I_0 - i_1) \cdot \frac{T_r - T_u}{T_r \cdot T_u} - \frac{I_0 - i_u}{T_u} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\left(\frac{i_u - i_1}{T_u} - \frac{i_u - i_1}{T_r} \right) - \text{изменение энтропии}$$

системы при переходе $(i_k - i_1)$ калорий от горячего источника к промежуточному телу — кипящей жидкости.

Суммарный прирост энтропии системы будет равен:

$$\Delta_c S = \Delta_n S + \Delta' S = M \left[S_0 - S_n + (I_0 - i_1) \frac{T_r - T_u}{T_r \cdot T_n} - \frac{I_0 - i_n}{T_u} - \sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta i}{T} \right]. \quad (7)$$

Уравнение (5) показывает, что чем больше n тем меньше $\Delta_n S$; при $n = \infty$

$$\frac{i_m - i_{m+1}}{T_m} = \frac{di}{T_m},$$

а

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta i}{T} = \int_i^{n+1} \frac{di}{T} = S_n - S_0 \text{ и } \Delta_n S = 0.$$

Рост числа подогревателей (при правильном их расположении) приближает регенеративный подогрев к обратимому. При $n = \infty$ уравнение (7) переходит в уравнение (6).

Следовательно, сущностью регенерации тепла в паросиловых установках является уменьшение деградации энергии (прироста энтропии) установки при подогреве питательной жидкости.

Проблемой регенеративного подогрева питательной жидкости при заданном числе подогревателей является такое распределение их, при котором прирост энтропии установки был бы наименьшим. Указанное распределение будем называть оптимальным.

В дальнейших выводах мы не учитываем тепловые потери в котлах, трубопроводах и конденсаторе, считая их неизменными.

Оптимальное распределение мест отвода всего пара на регенерацию и выражение термического КПД для схемы (рис. 2)

Чтобы найти при данном числе подогревателей минимум прироста энтропии $\Delta_c S$, выраженного уравнением (7), следовало бы, продифференцировав правую часть последнего, приравнять результат нулю. Выполнению этого мешает наличие в уравнении (7) сложной связи между переменными T , i и m . Указанную математическую операцию можно провести лишь приняв некоторые допущения.

Пренебрежем влиянием величины $M = \frac{Q}{I_0 - i_1}$ на распределение точек регенеративного подогрева. Тогда минимум $\Delta_c S$ из уравнения (7), совпадает с максимумом

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta i}{T} = \frac{i_u - i_1}{T_u} + \frac{i_1 - i_2}{T_1} + \dots + \frac{i_m - i_{m+1}}{T_m} + \dots + \frac{i_n - i_k}{T_n}. \quad (8)$$

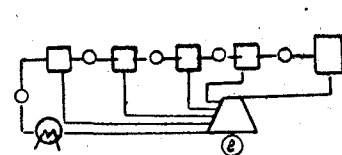


Рис. 4.

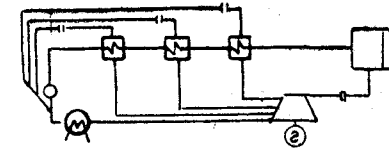


Рис. 5.

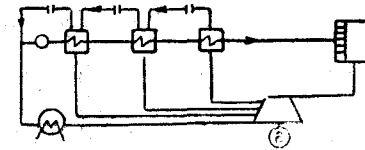


Рис. 6.

Принимая теплоемкость питательной жидкости $C_p = \text{const}$, получаем

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{\Delta i}{T} = C_p \left(n + 1 - \frac{T_1}{T_u} - \frac{T_2}{T_1} - \dots - \frac{T_n}{T_{n-1}} - \frac{T_k}{T_n} \right) \quad (9)$$

Таким образом, задаваясь целью получить минимальное для данных условий значение $\Delta_c S$, сводим решение к определению минимума функций:

$$f(T) = \frac{T_k}{T_n} + \frac{T_n}{T_{n-1}} + \dots + \frac{T_2}{T_1} + \frac{T_1}{T_u}. \quad (10)$$

Ранее (I) было доказано, что минимум $f(T)$ соответствует такому распределению, при котором

$$T_m = \sqrt[n+1]{T_k^m \cdot T_u^{n+1-m}}. \quad (11)$$

Для поверхностных подогревателей

$$\tau_m = T_m + \varepsilon,$$

или

$$\tau_m = \sqrt[n+1]{(T_k + \varepsilon)^m T_u^{n+1-m}}. \quad (12)$$

Если температура питательной жидкости, выходящей из ближайшего к котлу регенеративного подогревателя, задана, как это часто бывает, в зависимости от производственных факторов, то

$$T_m = \sqrt[n]{T_k^m T_1^{n-m}} \quad (13)$$

и

$$\tau_m = \sqrt[n]{(T_k + \varepsilon)^m T_1^{n-m}}. \quad (14)$$

Формулы (11) — (14) показывают, что при сделанных допущениях, минимум прироста энтропии установки, работающей по схеме рис. 2, наступит тогда, когда промежуточные температуры подогрева питательной воды, как и соответствующие температуры греющего пара, будут располагаться по закону геометрической прогрессии.

По поводу сделанных при выводе формул (11) + (14), допущений можно заметить следующее:

1) Как показали многочисленные примерные расчеты притяжение $C_p = \text{const}$ практически очень мало влияет на точность оптимального распределения температур при малых и средних начальных давлениях цикла. Принятие $C_p = \text{const}$ вносит заметные искажения при высоких начальных давлениях острого пара, которые все более увеличиваются по мере повышения этих давлений. Однако для формул (13) и (14) возможные погрешности гораздо меньше, нежели для формул (11) и (12).

2) Если принять в уравнении (7) M за переменную величину, то промежуточные температуры регенеративного подогрева питательной жидкости ($T_2, T_3, \dots, T_n$) должны выбираться по правилу геометрической прогрессии, а температура воды по выходе из ближайшего к котлу регенеративного подогревателя (T_1) должна быть определена как корень уравнения $(n+1)$ степени, не поддающегося решению в общем виде для $n > 2$.

С помощью кропотливых расчетов (2), были вычислены (при условии $M \neq \text{const}$) согласно уравнению (7) оптимальные верхние температуры подогрева питательной жидкости

для большинства применяемых в практике начальных параметров пара при конечном давлении его $P_k = 0,04$ ата.

При обозначениях рис. 3 в таблице 1 сопоставлены полученные таким образом данные с верхними температурами, вычисленными по уравнению геометрической прогрессии для случая $E = 0$:

$$T_1 = \sqrt[n+1]{T_k T_u^n}. \quad (15)$$

Данные таблицы 1 показывают, что уравнение геометрической прогрессии с достаточной точностью имитирует условия минимума деградации энергии системы по уравнению (7). Следовательно, упрощение расчета температур регенеративного подогрева принятием условия постоянства M практически себя оправдывает.

Уравнения (4—14) получены для случаев, когда в подогреватели вступают греющий пар в насыщенном состоянии. Ранее (1) было показано, что их точность практически не меняется при перегретом греющем паре, так как прирост энтропии от перегрева весьма мал, сравнительно с изменением $\Delta_n S$. Действительно, для установок без промежуточного перегрева, адиабата цикла Ренкина расположена в диаграммах $T-S$ и $I-S$ обычно в диапазоне (1,6—1,8) ед. ед. энтр., при котором величина δ столь мала по сравнению с $\Delta_n S$, что практически не оказывает никакого влияния на выбор давлений греющего пара, вступающего в регенеративные подогреватели.

В установках с промежуточным перегревателем, адиабата после второго перегрева может значительно передвинуться вправо (рис. 7), если давление вторичного перегрева мало, а верхняя его температура высока. В этом случае для подогревателя, идущего первым после промежуточного перегревателя, δ может значительно возрасти, что вызовет необходимость учесть влияние перегрева греющего пара на выбор соответствующей промежуточной температуры регенеративного подогревателя питательной жидкости. Указанный случай рассмотрен канд. техн. наук А. В. Вургафтом [2].

Хотя формулы (11—14) предназначены для схем с отводом пара, тем не менее при средних и малых параметрах острого пара дают удовлетворительные результаты и для схем с отбо-

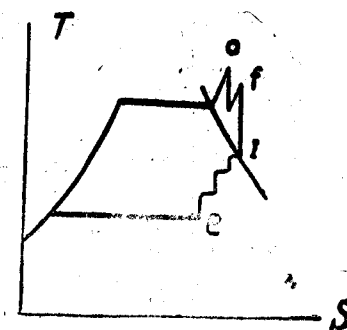


Рис. 7.

Таблица
ВЕРХНИЕ АБСОЛЮТНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕГЕНЕРАТИВНОГО ПОДОГРЕВА
ДЛЯ СХЕМЫ рис. 2 и при $\varepsilon = 0,9$

№ п. п.	Р, атм	t _н , °C	Число подогревателей						
			1	2	3	4	5	6	7
1	20	350	377,85 381,86	410,4 413,85	428,6 430,51				572,20 579,62
2	30	430	386,97	424,36 425,95	445,57 444,78	459,11 456,16			593,96 586,96
3	50	450	390,71	437,55 442,49	461,65 464,17	477,44 477,78	468,73 487,11		
4	80	500			480,39 484,26	498,89 499,43	511,94 510,35		
5	100	500				506,66 510,79	520,57 522,18	531,18 530,3	
6	170	550					549,62 552,80	562,36 562,36	
7	220	600					567,96 565,88	582,13 579,00	

*) Числитель соответствует минимуму по уравнению (7); знаменатель соответствует уравнению (15).

ром пара, изображенных на рисунках (6) — (10), могут быть рекомендованы для последних там, где не требуется особая точность.

Термический КПД цикла рис. 3 запишется следующим образом:

$$\eta_t' = 1 - \frac{S_0 - S_1}{I_0 - i_1} T_k;$$

при обратимом регенеративном подогреве жидкости до точки 1 при ступенчатом регенеративном подогреве

$$\eta_t = 1 - \frac{S_0 - S_1 + \left(S_1 - S_k - \sum_1^n \frac{\Delta i}{T} \right)}{I_0 - i_1} T_k =$$

$$= 1 - \frac{S_0 - S_k - \frac{i_1 - i_2}{T_1} + \dots + \frac{i_n - i_k}{T_n}}{I_0 - i_1} T_k. \quad (16)$$

Термический КПД регенеративного цикла с газовым промежуточным перегревом (рис. 7):

$$\eta_t = 1 - \frac{S_f - S_k - \sum_1^n \frac{\Delta i}{T}}{I_0 - i_1 + I_f - i_c} T_k. \quad (17)$$

Оптимальное распределение мест отбора греющего пара на регенерацию для реальных схем

В реальных схемах регенеративный подогрев питательной воды производится за счёт конденсации в подогревателях части пара, поступающего в турбину. Этот пар отбирается между ступенями в количестве $D_i = f(T_i)$, где T_i — температура подогрева питательной воды в i -том подогревателе. Очевидно, что сумма изменений энтропий регенеративной системы зависит от значений D . А. В. Вургафт [2] доказал, однако, что без заметного ущерба для точности определения условий минимума $\Delta_c S$ для реальных регенеративных систем можно пренебречь переменностью D и его зависимостью от давления отбора.

Находя условия минимума $\Delta_c S$ тем же методом, что и для схемы рис. 2, получим при сделанных допущениях следующие

формулы для определения температур подогрева питательной воды:

а) для схемы со смешивающими подогревателями (рис. 4)

$$T_i = 0,5k_i T_{i-1} + \sqrt{0,25k_i^2 T_{i-1}^2 + (1 - k_i) T_{k-1} T_{k+1}}, \quad (18)$$

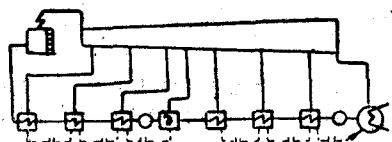


Рис. 8.

где

$$k_i = \frac{D_i}{1 - \sum D} = \frac{i_i - i_{i+1}}{I_i - i_{i+1}};$$

б) для схемы с дросселированием конденсата греющего пара (рис. 5 и 6).

$$T_i = 0,5D_i B_i - B_i + \varepsilon_i + \sqrt{0,25D_i^2 B_i^2 + B_i \Theta_i}, \quad (19)$$

где ε_i — температурная разность между греющим паром и подогретой водой в i -том подогревателе, а

$$B_i = \frac{T_{i-1} T_{i+1}}{C_{pi-1} T_{i+1} + \sum D T_{i-1}} \quad \text{и} \quad \Theta_i = C_{pi} T_{i+1};$$

в) для комбинированной схемы (рис. 8), у которой d -тый подогреватель, смешивающий $T_{i < d}$ и $T_{i >}$ определяются по (19), а T_d по (18).

Удовлетворительные по точности результаты нахождения температур по уравнениям (18) и (19) могут быть получены следующим образом.

1. Определяются температуры регенеративного подогрева по геометрической прогрессии и соответствующие им K или Θ и B .

2. С помощью уравнения (18) или (19) определяем температуру подогрева в n -том подогревателе (ближайшем к конденсатору), подставляя в него полученные ранее значения T_{n-1} и K_n .

Далее, тем же путём определяем T_{n-1} , подставляя в уравнение (18) или (19) новое значение T_n и ранее полученные по геометрической прогрессии значения T_{n-2} и K_{n-1} . Аналогично определяем остальные температуры регенеративного подогрева.

3. Для получения более точных результатов рекомендуется произвести вторичную такую же корректировку геометрической прогрессии, пользуясь однажды скорректированными значениями T_i .

При коррекции значения K можно сохранить таким же как при чисто геометрической прогрессии, так как даже значительные изменения K чрезвычайно мало сказываются на величинах T . Так, например, многочисленные расчёты показали, что увеличение K на 50% изменяет абсолютную температуру подогрева менее, чем на 0,5%.

Сравнение различных способов распределения температур регенеративного подогрева

Вопрос о выборе оптимальных мест отбора пара на регенерацию впервые начал освещаться в литературе в 20-х годах текущего столетия.

Наибольшее распространение получили способы распределения, предложенные Ф. Лаунихлером [4], Я. М. Рубинштейном [5], и Г. И. Петелиным [6], которые для своего времени были достаточно совершенными.

В то время как Ф. Лаунихлер рассматривал лишь простейшую идеализированную схему, советские ученые — Я. М. Рубинштейн и Г. И. Петелин подвергнули подробному анализу большинство практически применявшихся схем как со смешивающими, так и с поверхностными подогревателями и положили, таким образом, начало полной теории регенеративных циклов.

Непрерывный рост начального давления паросиловых установок и усложнение тепловых схем потребовали создания новых методов выбора точек регенеративного подогрева, основанных на более общих предпосылках, чем это делалось ранее.

Нельзя не отметить различия в тенденциях развития теории регенерации в Советском Союзе и за рубежом. Все опубликованные за границей работы по теории регенерации (1937—1945 гг.), в том числе работы П. Шамбадала во Франции, К. Шеффа, Л. Кинкельдея в Германии, А. Келлера, Д. Салибсери в Америке и другие, либо уточняют и расширяют теорию Лаунихлера с помощью дополнительных эмпирических поправок, относящихся только к смешивающим схе-

м а м, либо идут по пути ползучего эмпиризма, заменяя теорию набором голых рецептов.

В СССР развитие теории регенерации шло по пути поисков принципиально правильной трактовки физической сущности регенерации, которая дала бы возможность теоретически найти в общем виде удовлетворительный метод оптимального распределения температур регенеративного подогрева для любых схем (7).

В 1939 г. были изложены основы теории регенерации [1], исходившей из основного неравенства второго закона термодинамики и было предложено производить выбор точек отбора пара по минимуму возрастания энтропии системы. Вопрос об оптимальном распределении температур регенеративного подогрева был решен лишь в первом приближении. Оригинальная попытка развития этой теории была сделана в 1947 г. в МЭИ канд. техн. наук Д. Д. Калафати [8], который определяет верхнюю температуру регенеративного подогрева с помощью предварительно заданного термического КПД и введения абстракции $p_{экв}$ — эквивалентного числа подогревателей. Д. Д. Калафати удалось дать способ получения вполне удовлетворительного для практики распределения мест регенеративного подогрева.

Иное направление теории регенерации принял проф. Г. И. Фукс [9], поставивший перед собой задачу нахождения точек отбора греющего пара, отвечающих максимальному значению термического КПД регенеративного цикла установок о наперед заданным числом подогревателей. Он приходит к системе n уравнений (по числу подогревателей), содержащих теплоты конденсации греющего пара, функционально связанные с теплотами подогрева питательной воды. Но так как не представляется возможным найти аналитический вид зависимости между указанными теплотами, то и соответствующие уравнения не могут быть точно решены. Поэтому проф. Г. И. Фукс разрабатывает при помощи ряда допущений графо-аналитический метод подбора оптимальных давлений отбора, принципиально применимый для схем со смешивающими подогревателями. Тот же метод используется им применительно к схемам с поверхностными подогревателями путем введения понятия условного подогрева воды. Величина условного недогрева воды является функцией от давлений отборов и выбирается методом последовательных приближений. Длительные расчеты приходится повторить до достаточного совпадения величин, задаваемых и подсчитываемых оптимальных давлений отборов.

Этот метод по утверждению автора, дает точные результаты. Оценивая описанный метод проф. Фукса, следует указать,

Таблица 2

	По Фуксу	По Калафати	По уравнению (18)		По Фуксу	По Калафати	По уравнению (18)
Одна точка отбора				Четыре точки отбора			
P_1	7,0	5,1	6,3	P_1	36	36,5	35,4
η_t	0,4498	0,4495	0,4499	P_2	13,8	13,7	10,7
Две точки отбора				P_3	3,3	3,6	1,9
P_1	19,5	16,5	18,3	P_4	0,5	0,57	0,32
P_2	1,9	1,84	1,6	η_t	0,4738	0,4741	0,4737
η_t	0,4624	0,4621	0,4626	Пять точек отбора			
Три точки отбора				P_1	46,0	48,0	40,0
P_1	31,0	26,5	27,5	P_2	20,0	22,5	15,0
P_2	7,0	6,8	6,5	P_3	7,0	8,5	4,7
P_4	0,85	0,90	0,64	P_4	2,0	2,	1,2
η_t	0,4696	0,4691	0,4696	P_5	0,35	0,43	0,25
				η_t	0,4770	0,4769	0,4776

что, хотя он и является весьма громоздким, но для смешивающих схем дает вполне удовлетворительные результаты, и по точности превосходит все известные до него методы. В таблице 2 приведены результаты сравнительных расчетов температур регенеративного подогрева по методам Фукса, Калафати и по предлагаемому нами методу для цикла со смешивающими подогревателями: $P_0 = 90$ ата; $t_0 = 480^\circ\text{C}$; $P_k = 0,04$ ата.

Однако, как показали проведенные нами расчеты, тот же метод дает совершенно неудовлетворительные результаты при расчете схем с поверхностными подогревателями, в том числе наиболее распространенных — каскадных схем. Г. И. Фукс по существу использует обычный способ подбора решений, который совершенно не связан с исходными предпосылками. Причины вырождения метода Г. И. Фукса при переходе от смешивающей схемы к каскадной заключаются в том, что уравнения баланса тепла подогревателей не содержат в явной форме энергетических потерь, связанных с дросселированием конденсата греющего пара, а один недогрев жидкости недостаточно характеризует отличительные особенности каскадной схемы.

В таблице 3 приведены результаты сравнения распределения отборов для каскадной схемы по уравнению (19) и по методу Г. И. Фукса. Соответствующие значения давлений отборов были нами заимствованы из таблицы 4, приведенной в работе Фукса [9], чем и объясняется выбор для нашего примера не стандартных начальных параметров ($P_0 = 80$ ата, $t_0 = 425^\circ\text{C}$).

Пересчет на стандартные параметры по весьма трудоемкому методу Г. И. Фукса потребовал бы большой затраты времени.

Таблица 3 показывает насколько ошибался Г. И. Фукс, считая свой метод точным.

Возвращаясь к работе Д. Д. Калафати, следует указать, что принцип минимума прироста энтропии сохраняется им лишь для давления отборов, начиная со второго. Верхняя температура подогрева подбирается с помощью понятия эквивалентного числа подогревателей $n_{\text{экв}}$, так, чтобы получить максимальный термический КПД цикла.

Процесс определения исходных данных и, в первую очередь, $n_{\text{экв}}$ лишь отчасти облегченный вспомогательными таблицами и графиками, оказывается значительно более трудоемким, чем решение уравнений (18), (19), дающих более точные результаты (см. табл. 2 и 4). В таблице 4 собраны сравнительные расчетные данные для каскадной схемы с типовыми начальными параметрами.

Таблица 3

($P_0 = 80$ ата, $t_0 = 425^\circ\text{C}$, $P_k = 0,04$ ата, $\varepsilon_1 = 10$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 6$; $n = 4$).

	По методу Фукса					По уравнению (12)				
	P_1	P_2	P_3	P_4	η_t	P_1	P_2	P_3	P_4	η_t
1	6,45	—	—	—	0,4178	1,52	—	—	—	0,4260
2	16,0	2,25	—	—	0,4305	4,4	0,53	—	—	0,4357
3	24,0	6,0	1,15	—	0,4394	9,2	1,7	0,29	—	0,4433
4	31,0	10,5	3,0	0,74	0,4425	13,4	3,7	1,0	1,23	0,4457

Таблица 4

($P_0 = 90$ ата, $t_0 = 480^\circ\text{C}$, $P_k = 0,04$ ата, $\varepsilon = 10$, $n = 5$)

	По методу Калафати						По уравнению (12)					
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	η_t	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	η_t
1	2,5	—	—	—	—	0,4385	1,42	—	—	—	—	0,4388
2	8,5	0,9	—	—	—	0,4488	3,6	0,52	—	—	—	0,4490
3	15,5	4,5	0,8	—	—	0,4545	8,9	1,7	0,32	—	—	0,4551
4	23,7	9,5	2,9	0,6	—	0,4584	13,0	3,7	1,03	0,29	—	0,4588
5	31,3	15,2	6,2	2,0	0,47	0,4613	17,0	5,9	2,1	0,67	0,16	0,4626

Приведенные таблицы иллюстрируют следующие положения, проверенные нами на многочисленных примерах.

1. Предлагаемый метод определения оптимальных температур регенеративного подогрева в смешивающей схеме по минимуму прироста энтропии системы не уступает по точности лучшим из известных в литературе методов.

2. Предлагаемый метод для каскадных схем (широко распространенных в практике) дает наилучшие по точности ре-

ультаты определений оптимальных точек регенеративного подогрева.

3. Давления в отборах, определяемые по предлагаемому методу, имеют для реальных схем значительно меньшие численные значения, нежели те, какие получаются по другим методам. Это обстоятельство благоприятствует снижению весов соответствующих элементов котельного агрегата. Желательность снижения давлений отбора следует из работы проф. Б. М. Якуба [10], который показал, что снижение температуры регенеративного подогревателя питательной воды в стандартной установке высокого давления на 10°C приводит к уменьшению металлозатрат на 3,6 тонны.

Сравнивая различные теории регенерации, можно отметить следующее:

1) При выборе оптимальных давлений отборов по максимальному значению термического КПД, записанному через теплоты подогрева жидкости и конденсации греющего пара, приходится исследовать экстремум функции, представляющей собой произведение нескольких переменных. Это усложняет операцию исследования и расчета и приводит в ряде случаев к ошибочным результатам, благодаря необходимости введения необоснованных допущений.

2) При использовании принципа деградации энергии приходится исследовать экстремум функции, состоящей из сумм переменных, ибо полное изменение энтропии суммируется из изменений энтропии на отдельных участках. Поэтому способ решения упрощается. Анализ схем также упрощается, так как изменение схемы заставляет нас только учесть в качестве слагаемого те или иные элементы прироста энтропии, появляющиеся или исчезающие в результате изменения схемы. Имеется возможность ясно и четко представить себе значимость сделанных допущений и нет нужды в искусственных построениях, которые не имеют физической сущности и усложняют расчет без выигрыша в его точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. П. Гохштейн — Советское котлотурбостроение, 1939, № 9.
2. А. В. Вургафт — Элементы теории регенеративных циклов. Кандидатская диссертация, защищенная в Одесском институте инженеров морского флота, 1948 г.
3. Д. П. Гохштейн — Известия ВТИ, 1949 г., № 12.
4. Laupichcr F. — Archiv für Warmewirtschaft, 1926, № 5.
5. Я. М. Рубинштейн — Известия ВТИ, 1929 г., №№ 1, 9.
6. Г. И. Петелин — Регенеративный подогрев питательной воды, 1932 г., Госэнергоиздат.
7. Я. М. Рубинштейн — Известия ВТИ, 1947 г., № 11.
8. Д. Д. Калафати — Теория и расчет регенеративных циклов паросиловых станций (кандидатская диссертация, защищенная в Московском энергетическом институте им. Молотова в 1948 г.).
9. Г. И. Фукс — Известия Томского Политехнического Института, 1945 г., т. 63.
10. Б. М. Якуб — Выбор схемы регенерации для турбин высокого давления. Отчет ВТИ, 1945 г.

Канд. физико-математ. наук, доцент М. С. СЛУЦКИЙ

ОБ ОДНОЙ ФОРМУЛЕ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

1. Проф. М. Л. Франк в своей статье *) «Асимптотическая формула для вычисления корней уравнений» устанавливает следующую формулу для вычисления корня α некоторой функции $y = f(x)$.

$$\alpha = x_0 - y_0 \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{D_k}{D_{k+1}}. \quad (1)$$

В этой формуле первое приближенное значение корня α , $y_0 = f(x_0)$ и

$$D_k = \begin{vmatrix} \frac{y'}{1!} & y_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{y_0''}{2!} & \frac{y_0'}{1!} & y_0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{y_0^{(k-1)}}{(k-1)!} & \frac{y_0^{(k-2)}}{(k-2)!} & \frac{y_0^{(k-3)}}{(k-3)!} & \dots & \frac{y_0'}{1!} & y_0 \\ \frac{y_0^{(k)}}{k!} & \frac{y_0^{(k-1)}}{(k-1)!} & \frac{y_0^{(k-2)}}{(k-2)!} & \dots & \frac{y_0''}{2!} & \frac{y_0'}{1!} \end{vmatrix} \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

Эта формула сама по себе не является новой и ее можно найти у Э. Уиттекера и Г. Робинсона **).

*) Известия Крымского педагогического института Т. II., 1928. Проф. М. Л. Франк — Асимптотическая формула для вычисления корней уравнений.

**) Э. Уиттекер и Г. Робинсон — Математическая обработка результатов наблюдений ГТТИ 1933.

М. Л. Франк приходит к ней с помощью других более элементарных соображений, чем Э. Уиттекер. Однако из его вывода очень трудно заключить, когда эта формула действительно является справедливой. В этом отношении вывод Э. Уиттекера представляет некоторые преимущества.

Мы приведем новый вывод этой же формулы, основанный на некоторых хорошо известных общих принципах теории функций комплексного переменного. Как нам кажется, этот вывод выгодно отличается от выводов Э. Уиттекера и М. Л. Франка, во-первых, большей строгостью и, во-вторых, тем, что он позволяет выяснить условия применимости этой формулы, а также возможность определения с помощью ее комплексных корней. Ввиду этого приводимый нами вывод представляется нам наиболее соответствующим сути самой формулы.

2. В дальнейшем нам будет нужна следующая известная лемма:

Л е м м а. Если α есть единственный полюс функции $F(z)$, лежащий на окружности круга сходимости степенного ряда

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} b_k z^k,$$

то существует предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{b_{n+1}},$$

равный α .

Доказательство этой леммы можно найти в книге Г. Поля и Г. Сеге *).

В нашей работе **) дано доказательство этой леммы несколько отличное, чем в вышеупомянутой книге Г. Поля и Г. Сеге.

3. Пусть $f(x)$ есть аналитическая в окрестности x_0 функция:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n. \quad (2)$$

Пусть в указанной окрестности находится один и только один корень $f(x)$ и он не равен x_0 ; обозначим его через α . Тогда α будет единственным полюсом (в рассматриваемой окрестности) функции $\frac{1}{f(x)}$.

*) Г. Поля и Г. Сеге — Задачи и теоремы из анализа, Ч. I., ОНТИ, 1937.

**) М. С. Слуцкий — К вопросу о приближенном решении уравнений. ОИИМП и ЭХ им. И. В. Сталина (Рукопись).

Следовательно, располагая $\frac{1}{f(x)}$ в ряд

$$\frac{1}{f(x)} = \sum_0^{\infty} b_n (x - x_0)^n,$$

на основании предыдущей леммы, находим что

$$\alpha = x_0 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{b_{n+1}}. \quad (3)$$

Если коэффициенты b_n известны, то эта формула может уже служить для вычисления α .

4. Перейдем теперь к вычислению коэффициентов b_n считая известными коэффициенты a_n ряда (2).

Так как

$$\sum_0^{\infty} a_n (x - x_0)^n \sum_0^{\infty} b_n (x - x_0)^n = 1,$$

то

$$\begin{aligned} b_0 a_0 &= 1 \\ b_0 a_1 + b_1 a_0 &= 0 \\ b_0 a_2 + b_1 a_1 + b_2 a_0 &= 0 \\ &\vdots \\ b_0 a_n + b_1 a_{n-1} + \dots + b_n a_0 &= 0 \end{aligned}$$

Из этой системы последовательно определяем коэффициенты (что вполне возможно, так как $a_0 = f(x_0) \neq 0$).

$$b_n = (-1)^n \frac{D_n}{a_0^{n+1}}, \quad \text{где } D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & \dots & \dots & a_0 \\ a_n & a_{n-1} & \dots & \dots & \dots & a_1 \end{vmatrix}$$

Подставляя это в выражение (3) приходим к следующей теореме.

Теорема. Если аналитическая в окрестности x_0 функция $f(x)$ имеет в этой окрестности единственный корень $\alpha \neq x_0$, причем

$$f(x) = \sum_0^{\infty} a_n (x - x_0)^n,$$

то

$$\alpha = x_0 - a_0 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{D_n}{D_{n+1}}, \quad (4)$$

где

$$D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & \dots & \dots & a_0 \\ a_n & a_{n-1} & \dots & \dots & \dots & a_1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

так как

$$a_k = \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!},$$

то отсюда видно, что формула (4) совпадает с (1).

5. Перейдем теперь к оценке быстроты приближения отношения $\frac{b_n}{b_{n+1}}$ к его пределу $\alpha - x_0$. С этой целью (для упрощения записи) будем считать $x_0 = 0$. Кроме того, ограничимся только рассмотрением простого корня α .

В этом случае

$$\frac{b_n}{b_{n+1}} = \alpha \frac{A_1 + C_n \alpha^{n+1}}{A_1 + C_{n+1} \alpha^{n+2}},$$

откуда

$$\frac{b_n}{b_{n+1}} - \alpha = \alpha^2 \frac{C_n \alpha^n - C_{n+1} \alpha^{n+1}}{A_1 + C_{n+1} \alpha^{n+2}}.$$

Пусть $R > a$ — есть число меньшее, чем расстояние от точки $x_0 (= 0)$ до ближайшего отличного от α корня $f(x)$, расположенного в рассматриваемой окрестности x_0 .

Пользуясь неравенствами Коши для коэффициентов степенного ряда, находим:

$$|C_n| \leq \frac{M}{R^n}, \quad \text{где } M = \max_{|x| \leq R} \left| \frac{1}{f(x)} - \frac{A_1}{\alpha - x} \right|.$$

Пользуясь этими неравенствами, имеем:

$$\left| \frac{b_n}{b_{n+1}} - \alpha \right| < |\alpha|^2 \frac{2M \left(\frac{|\alpha|}{R} \right)^n}{\left| |A_1| - |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{R} \right)^{n+1} M \right|}.$$

Откуда видим, что при достаточно больших n

$$\left| \frac{b_n}{b_{n+1}} - \alpha \right|$$

убывает, как общий член геометрической прогрессии со знаменателем $\frac{|\alpha|}{R}$, т. е. что чем дальше от x_0 лежат отличные от α корни $f(x)$, тем сходимость лучше.

6. Отметим, что выведенная нами формула для оценки погрешности хотя и дает возможность утверждать, что предыдущий ряд сходится столь же быстро, как и геометрический ряд, но практически она является неприменимой, так как содержит трудно определяемую величину M .

Поэтому укажем, что если речь идет о действительном корне первой кратности, причем известен тот интервал, в котором он заключен, то задача нахождения оценки погрешности полученного приближения может быть решена с помощью следующего элементарного приема.

Пусть интервал (a, b) содержит единственный простой корень α функции $f(x)$. Пусть кроме того, $f'(x)$ абсолютно ограничена снизу числом m в этом интервале:

$$|f'(x)| \geq m > 0, \quad a < x < b.$$

Если ξ есть приближенное значение корня α лежащее в (a, b) то по теореме Лагранжа:

$$\begin{aligned} f(\xi) - f(\alpha) &= (\xi - \alpha) f'(\eta) \\ \xi - \alpha &= \frac{f(\xi)}{f'(\eta)}, \quad |\xi - \alpha| \leq \frac{|f(\xi)|}{m}. \end{aligned} \quad (6)$$

Первая из формул (6) дает возможность найти знак погрешности (так как при указанных условиях $f'(x)$ не меняет знака в (a, b)). В случае, когда ξ является достаточно хорошим приближением к α , значение $|f(\xi)|$ будет очень мало, а потому вторая из формул (6) дает, вообще говоря, хорошую оценку погрешности.

Пример. Вычислить действительный корень уравнения

$$f(x) = x^2 + 4 \sin x = 0.$$

Решение. Так как член x^2 положителен при всех действительных значениях x , то очевидно, что уравнение может быть удовлетворено только при отрицательных значениях x .

Из чертежа находим приближенное значение корня $x = -1,9$.

Так как

$$\begin{aligned} f(-1,9) &= -0,1752 \\ f'(-1,9) &= -5,0930 \\ f''(-1,9) &= 5,7852 \end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned} a_0 &= -0,1752 \\ a_1 &= -5,0930 \\ a_2 &= +2,8926 \end{aligned}$$

Вычислим корень α по формуле $\alpha \approx x_0 - a_0 \frac{D_1}{D_2}$

$$\begin{aligned} D_1 &= a_1 = -5,0930 \\ D_2 &= 26,9377 \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\alpha \approx -1,9 \frac{0,1752 \cdot 5,0930}{26,9377} = -1,9331$$

Найдем оценку погрешности, пользуясь формулой (6). В данном случае $\xi = -1,9331$

$$|\xi - \alpha| \leq \frac{|f(-1,9331)|}{m} = \frac{0,0035}{m}.$$

Легко убедиться, что корень лежит в интервале $(-2,5; -1,9)$.

Так как $f'(x)$ монотонно растет в интервале $(-2,5; -1,9)$ то в качестве m можно взять

$$m = 5 < |f'(-1,9)|,$$

Окончательно получаем:

$$|\xi - \alpha| \leq 0,0007.$$

Отсюда

$$\alpha = -1,9331 (-0,0007),$$

где знак минут взят потому, что $f'(x)$ имеет тот же знак в рассматриваемом интервале, что и $f(\xi)$, а следовательно

$$\xi - \alpha > 0.$$

В заключение считаю своим приятным долгом выразить признательность профессору М. Г. Крейну за ту помощь, которая была им оказана мне при составлении данной статьи.

Канд. физико-математ. наук, доцент М. С. СЛУЦКИЙ

СПОСОБ НЬЮТОНА РЕШЕНИЯ ДВУХ УРАВНЕНИЙ

1. Пусть $f(x, y)$, $\varphi(x, y)$ непрерывны и имеют конечные производные второго порядка в некоторой области и пусть в этой области Якобиан

$$\begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ \varphi'_x & \varphi'_y \end{vmatrix}$$

не обращается в нуль. Рассмотрим систему уравнений

$$f(x, y) = 0, \quad \varphi(x, y) = 0. \quad (1)$$

Назовем решением этой системы всякую пару чисел (ξ, η) , для которых выполняются равенства:

$$f(\xi, \eta) = 0, \quad \varphi(\xi, \eta) = 0.$$

Примем, что (x_0, y_0) есть приближенное значение решения этой системы (найденное графическим или иным путем).

Разложим функции $f(x, y)$ и $\varphi(x, y)$ по формуле Тейлора (а) (см. ниже).

Для определения последующих приближений решения данной системы (1) отбросим в последних равенствах члены R_1 и R_2 и решим систему уравнений (2).

R_1 и R_2 являются членами высшего порядка малости относительно разностей.

$$\xi - x_0 \quad \text{и} \quad \eta - y_0$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= f(\xi, \eta) = f(x_0, y_0) + (\xi - x_0)f'_x(x_0, y_0) + (\eta - y_0)f'_y(x_0, y_0) + R_1 \\ 0 &= \varphi(\xi, \eta) = \varphi(x_0, y_0) + (\xi - x_0)\varphi'_x(x_0, y_0) + (\eta - y_0)\varphi'_y(x_0, y_0) + R_2 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

$$\left. \begin{aligned} (x_1 - x_0)f'_x(x_0, y_0) + (y_1 - y_0)f'_y(x_0, y_0) + f(x_0, y_0) &= 0 \\ (x_1 - x_0)\varphi'_x(x_0, y_0) + (y_1 - y_0)\varphi'_y(x_0, y_0) + \varphi(x_0, y_0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$x_1 = x_0 - \frac{\begin{vmatrix} f & f'_y \\ \varphi & \varphi'_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ \varphi'_x & \varphi'_y \end{vmatrix}}, \quad y_1 = y_0 - \frac{\begin{vmatrix} f & f'_x \\ \varphi & \varphi'_x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f'_y & f'_x \\ \varphi'_y & \varphi'_x \end{vmatrix}}, \quad (b)$$

$$x_k = x_{k-1} - \frac{\begin{vmatrix} f & f'_y \\ \varphi & \varphi'_y \end{vmatrix}_{k-1}}{\begin{vmatrix} f'_x & f'_y \\ \varphi'_x & \varphi'_y \end{vmatrix}_{k-1}}, \quad y_k = y_{k-1} - \frac{\begin{vmatrix} f & f'_x \\ \varphi & \varphi'_x \end{vmatrix}_{k-1}}{\begin{vmatrix} f'_y & f'_x \\ \varphi'_y & \varphi'_x \end{vmatrix}_{k-1}} \quad (3)$$

В формулах (b) все значения берутся в точке (x_0, y_0) . Этот прием нахождения приближенного значения x_1 и y_1 решения системы (1), исходя из приближенного значения (x_0, y_0) называется способом Ньютона. Очевидно, если точка (x_1, y_1) лежит в данной области, то, исходя из этого, можно подобным же образом построить следующее приближение (x_2, y_2) и т. д. Вообще приближенное значение x_k и y_k решение системы (1) определяется по формулам (3), где индекс $k-1$ показывает, что все значения функций берутся в точке (x_{k-1}, y_{k-1}) ; причем такое построение возможно до тех пор, пока точка (x_{k-1}, y_{k-1}) лежит в данной области.

При определенных условиях (которые мы рассмотрим дальше) последовательность точек (x_k, y_k) приближается к пределу

(ξ, η), а потому может быть использована для вычисления ξ и η с любой степенью точности.

2. Оценка остаточного члена формулы Тейлора. Рассмотрим вектор $v(x, y)$ с проекциями $f(x, y)$ и $\varphi(x, y)$ на оси x, y соответственно.

Пользуясь разложением этих функций по формуле Тейлора, легко показать, что, если модули всех частных производных $v(x, y)$ второго порядка не больше некоторого числа C в рассматриваемой области, то

$$|\bar{v}_{xx}| \leq C\sqrt{2}; \quad |\bar{v}_{xy}| \leq C\sqrt{2}; \quad |\bar{v}_{yy}| \leq C\sqrt{2},$$

где

$$\bar{v}_{xx} = if''_{xx}[a + \theta(x-a), b + \theta(y-b)] + j\varphi''_{xx}[a + \theta_1(x-a), b + \theta_1(y-b)]$$

$$\bar{v}_{xy} = if''_{xy}[a + \theta(x-a), b + \theta(y-b)] + j\varphi''_{xy}[a + \theta_1(x-a), b + \theta_1(y-b)]$$

$$\bar{v}_{yy} = if''_{yy}[a + \theta(x-a), b + \theta(y-b)] + j\varphi''_{yy}[a + \theta_1(x-a), b + \theta_1(y-b)]$$

θ и θ_1 — правильные положительные дроби;

i и j — орты осей x и y .

3. Векторная формулировка способа Ньютона. Формулы (3) становятся более компактными, если их записать при помощи векторной символики.

Поскольку для систем векторов, лежащих в плоскости, векторное произведение любых двух векторов есть вектор, перпендикулярный к плоскости и направленный в одну, либо в другую сторону, то векторное произведение $a \times b$ двух векторов, лежащих в рассматриваемой плоскости, можно рассматривать, как скалярную величину.

Поэтому, если a_1 и a_2 суть проекции на оси координат вектора a и b_1, b_2 вектора b , то

$$a \times b = a_1 b_2 - a_2 b_1 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Заменим теперь систему уравнений (1) одним векторным уравнением. Для этого обозначим через $v(x, y)$ вектор проекции которого на оси координат суть $f(x, y)$ и $\varphi(x, y)$. Тогда система (1) может быть выписана в следующей форме:

$$v(x, y) = 0 \quad (1)$$

Разлагая вектор функцию $v(x, y)$ по формуле Тейлора и ограничиваясь только членами, содержащими первые производные, получаем уравнение (2') (см. ниже) эквивалентное системе (2). Умножая это уравнение (2') один раз векторно на $V'_x(x_0, y_0)$, а другой раз на $V'_y(x_0, y_0)$, находим

$$V(x_0, y_0) + (x_1 - x_0)V'_x(x_0, y_0) + (y_1 - y_0)V'_y(x_0, y_0) = 0 \quad (2')$$

$$x_1 - x_0 = -\frac{(v \times v'_y)_0}{(v'_x \times v'_y)_0}, \quad y_1 - y_0 = -\frac{(v \times v'_x)_0}{(v'_y \times v'_x)_0}$$

$$x_{k+1} - x_k = -\frac{(v \times v'_y)_k}{(v'_x \times v'_y)_k}, \quad y_{k+1} - y_k = -\frac{(v \times v'_x)_k}{(v'_y \times v'_x)_k}, \quad (3')$$

где индексы 0 показывают, что значения вектор функции берутся в точке (x_0, y_0) .

Продолжая по значениям x_1, y_1 строить приближения x_2, y_2 тем же способом, как мы строили x_1, y_1 по x_0, y_0 и т. д. на некотором этапе построения получим (3'), где индексы k имеют указанное выше значение.

Совершенно очевидно, что формулы (3') совпадают с формулами (3).

4. В настоящем параграфе мы приведем условия, при которых последовательность (x_k, y_k) построенная исходя из (x_0, y_0) рекуррентно по формулам (3) сходится к решению системы (1).

Теорема. Пусть в квадрате j определяем неравенствами:

$$|x - x_0| \leq h, \quad |y - y_0| \leq h.$$

1) вектор функция $v(x, y)$ имеет непрерывные производные до второго порядка включительно,

$$2) \quad |v'_x \times v'_y| \geq m > 0 \text{ в } j,$$

$$3) \quad |v(x, y)| \leq A,$$

$$|v'_x(x, y)| \leq B, \quad |v'_y(x, y)| \leq B,$$

$$|v''_{xx}(x, y)| \leq C, \quad |v''_{yy}(x, y)| \leq C, \quad |v''_{xy}(x, y)| \leq C,$$

$$4) \frac{|V_x V_y|_0 + |V_x V_x|_0}{|V_x V_y|_0} \leq \frac{A}{B}, (|\Delta x_0| + |\Delta y_0| \leq \frac{A}{B}),$$

$$5) \frac{6\sqrt{2} AC}{m} < 1, AC \leq 1,$$

$$6) \frac{|V_x V_y|_0 + |V_x V_x|_0}{|V_x V_y|_0} \cdot \frac{m}{m - 6\sqrt{2} AC} \leq h [(|\Delta x_0| + |\Delta y_0|) \frac{m}{m - 6\sqrt{2} AC} \leq h]$$

При этих условиях

а) последовательность точек (x_k, y_k) (3') лежит в J .

б) последовательность точек (x_k, y_k) имеет предел (ξ, η)

в) (ξ, η) является решением уравнения (1').

Доказательство этой теоремы можно найти в нашей работе *).

Эту теорему можно было бы легко сформулировать без векторной символики.

5. Для оценки погрешности заметим, что пользуясь одной зависимостью, полученной в процессе доказательства предыдущей теоремы, получаем:

$$|x_{n+1} - x_n| \leq \frac{1}{2} (|\Delta x_0| + |\Delta y_0|) \left(\frac{6AC\sqrt{2}}{m} \right)^n$$

$$|x_{n+1} - \xi| \leq \frac{m}{2} (|\Delta x_0| + |\Delta y_0|) \left(\frac{6AC\sqrt{2}}{m - 6AC\sqrt{2}} \right)^{n+1}$$

$$|y_{n+1} - \eta| \leq \frac{m}{2} (|\Delta x_0| + |\Delta y_0|) \left(\frac{6AC\sqrt{2}}{m - 6AC\sqrt{2}} \right)^{n+1}$$

Несколько более подробные выкладки можно видеть в вышеупомянутой нашей работе.

Эти формулы дают возможность оценить погрешность $(n+1)$ -го приближения.

*) М. С. Слуцкий. — К вопросу о решении системы двух уравнений ОИИМП и ЭХ им. И. В. Сталина (рукопись).

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Предисловие	3
Канд. техн. наук, доцент А. В. ПАНЧЕНКО и канд. техн. наук, доцент А. М. ДЗЯДЗИО — Производственные исследования рабочего процесса ситовеек	5
Канд. физ.-мат. наук, доцент И. Л. РОЙХ — Кинетика выделения фотографически активных частиц при атмосферной коррозии металлов	35
Канд. физ.-мат. наук Д. М. РАФАЛОВИЧ — Поглощение света и спектральное распределение внутреннего фотоэффекта в смешанных кристаллах галонидных солей серебра	45
Доктор химич. наук Ф. И. ТРИШИН — Автоматический прибор «Электрохронометр» для качественного и количественного определения ионов	51
Доктор химич. наук Ф. И. ТРИШИН — Основы нового метода электрохронометрии	56
Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ — Номограмма для расчета передачи зубчатой цепью	63
Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ — Некоторые приемы расчета трансмиссионных валов	67
Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ — К теории проектирования шарнирных четырехзвенных механизмов	76
Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ и канд. физ.-мат. наук, доцент М. С. СЛУЦКИЙ — Аналитический метод синтеза шарнирного четырехзвенного механизма по двум заданным его положениям	79
Канд. техн. наук В. Ф. МАЛЬЦЕВ — Исследование управляемой бесступенчатой импульсивной передачи	87
Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ — Синтез четырехзвенного шарнирного механизма по трем заданным скоростям ведомого вала	109
Канд. техн. наук, доцент В. Я. БЕЛЕЦКИЙ — К проектированию кривошипно-шатунного механизма по двум заданным скоростям ползушки	115

Канд. техн. наук, доцент А. Д. КОРОБ — К вопросу о раскрытии статической неопределимости колес со спицами	123
Канд. техн. наук В. М. ДАЦКОВСКИЙ — О повышении КПД газотурбинных установок с многоступенчатым сжатием и расширением	130
Доктор техн. наук, профессор Д. П. ГОХШТЕЙН — Об использовании энтропии для анализа регенеративных паросиловых циклов	144
Канд. физ.-мат. наук, доцент М. С. СЛУЦКИЙ — Об одной формуле приближенного решения уравнений	164
Канд. физ.-мат. наук, доцент М. С. СЛУЦКИЙ — Способ Ньютона решения двух уравнений	170
