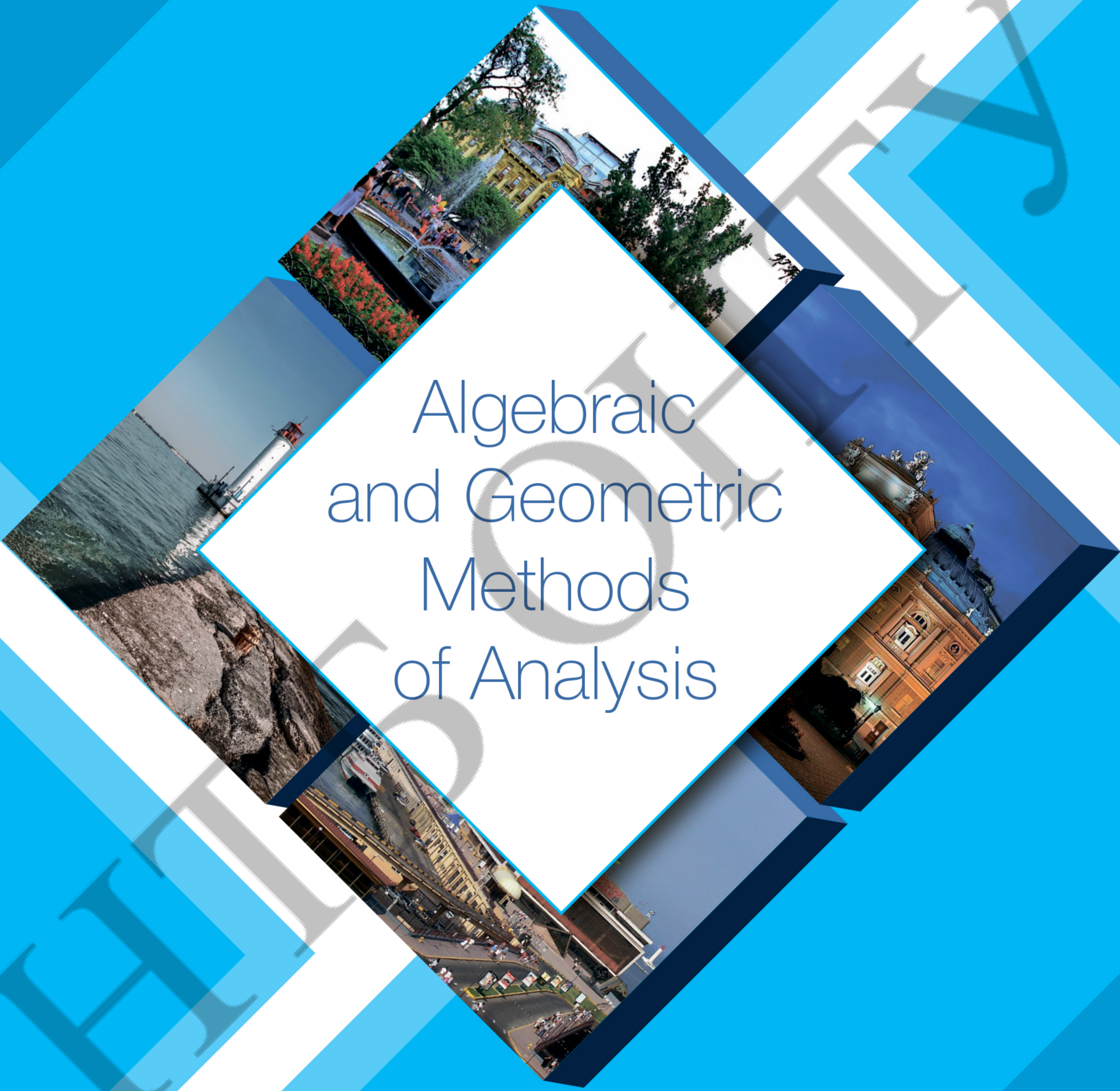
International
Scientific Conference



Algebraic and Geometric Methods of Analysis

27-30 May 2024

Odesa, Ukraine

The purpose of this conference is to bring together researchers in geometry, topology, algebra, analysis and dynamical systems and to provide for them a forum to present their recent work to colleagues from different nationalities. This way we aim to stimulate discussion about the latest findings in geometrical and topological methods in analysis and to increase international collaboration.

The conference continues the traditional annual conference «Geometry in Odesa» holding from 2004, and hosted by Odesa National University of Technology (Odesa National Academy of Food Technologies till 2021). From 2017 the conference was renamed to «Algebraic and geometric methods of analysis» (AGMA).

The Conference languages: Ukrainian and English.

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric and topological methods in natural sciences
- Geometric problems in mathematical analysis

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National University of Technology, Ukraine
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- Kyiv Mathematical Society

Scientific Committee

- **Vladimir Balan** (*Bucharest, Romania*)
- **Taras Banakh** (*Lviv, Ukraine*)
- **Dmytro Bolotov** (*Kharkiv, Ukraine*)
- **Vyacheslav Boyko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Yulia Fedchenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Oleg Gutik** (*Lviv, Ukraine*)
- **Olena Karlova** (*Chernivtsi, Ukraine*)
- **Volodymyr Kiosak** (*Odesa, Ukraine*)
- **Nadiia Konovenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Volodymyr Lyubashenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Sergiy Maksymenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Koji Matsumoto** (*Yamagata, Japan*)
- **Piotr Mormul** (*Warsaw, Poland*)
- **Maryna Nesterenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Roman Popovych** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Alexandr Prishlyak** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Aleksandr Savchenko** (*Kherson, Ukraine*)

Organizing commitee

- **Nadiia Konovenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Yuliya Fedchenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Mykola Lysynskiy** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Bohdan Mazhar** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Sergiy Maksymenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Alexandr Prishlyak** (*Kyiv, Ukraine*)

Теорема 1. *K-, O^*- і G_1-простори не допускають нетривіальних геодезичних відображень зі збереженням структури.*

Очевидно, ця теорема є узагальненням теореми Яно-Вестлейка.

Література

[1] A.Grey, L.M.Hervella. The Sixteen Classes of Almost Hermitian Manifolds and Their Linear Invariants. *Annali di Matematica pura ed applicate (IV)*, Vol.CXXIII : 35–58, 1980.

[2] Sinyukov N.S. *Geodesic mappings of Riemannian spaces.*. M.: Nauka, Moscow, 1979.

Геодезичні відображення псевдоріманових просторів

В. Кіосак

(Одеська державна академія будівництва та архітектури, Дідріхсона, 4, Одеса, Україна)

E-mail: kiosakv@ukr.net

О. Латиш

(Національний університет «Одеська морська академія», Дідріхсона, 8, Одеса, Україна)

E-mail: latysh.o@ukr.net

Необхідною і достатньою умовою того, щоб псевдоріманів простір V_n допускав нетривіальні геодезичні відображення є існування в ньому розв'язків систем диференціальних рівнянь в коваріантних похідних

$$a_{ij,k} = \lambda_i g_{jk} + \lambda_j g_{ik} \tag{1}$$

відносно тензора $a_{ij} (= a_{ji} \neq c g_{ij})$ та вектора λ_i $(\neq 0)$.

Тут кома знак коваріантної похідної

$$a_{ij,k} = \partial_k a_{ij} - a_{\alpha j}\Gamma^{\alpha}_{ik} - a_{\alpha i}\Gamma^{\alpha}_{jk}.$$

Систему (1) називають *лінійною формою основних рівнянь теорії геодезичних відображень*. При відомих розв'язках системи (1) метричні тензори псевдоріманових просторів V_n та $\bar{V}_n$ можуть бути знайдені з рівнянь [1, 2]

$$a_{ij} = e^{2\varphi}\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i} g_{\beta j};$$
$$\lambda_i = -e^{2\varphi}\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i} g_{\beta}.$$

Тут $\bar{g}_{ij}$ — елементи оберненої матриці до метричного тензору V_n.

Об'єкти псевдоріманового простору V_n, які визначені за допомогою метричного тензора g_{ij}, називають *внутрішніми об'єктами псевдоріманового простору*. Крім внутрішніх об'єктів вивчають і об'єкти, які не є внутрішніми, зокрема тензор D^h_{ijk} такий, що

$$D^h_{ijk} = R^h_{ijk} - B(\delta^h_k g_{ij} - \delta^h_j g_{ik}),$$

де δ^h_i — символи Кронекера, R_{ijk} —тензор Рімана, а B — деякий інваріант.

Якщо тензор $D^h_{ijk} = 0$, то псевдоріманів простір V_n є простором сталої кривини і

$$B = \frac{R}{n(n-1)}. \tag{2}$$

Тут R — скалярна кривина, яка визначається за формулою

$$R = R^{\alpha}_{\beta\gamma\alpha} g^{\beta\gamma}.$$

І навпаки, якщо виконується умова (2), то тензор D^h_{ijk} співпадає з тензором конциркулярної кривини, який визначається за формулою

$$Y^h_{ijk} = R^h_{ijk} - \frac{R}{n(n-1)} \left(\delta^h_k g_{ij} - \delta^h_j g_{ik}\right).$$

Псевдоріманові простори, в яких існує тензор $T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_m}$ такий, що

$$T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_n, k} = \rho_k T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_m} \tag{3}$$

називають *T-рекурентними.*

А якщо умови (3) виконуються для тензора Рімана, то такі простори називають *рекурентними.*

Векторні поля $u_k \neq 0$, які задовольняють для ненульових тензорів $T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_m}$ умові

$$u_k T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_m} + u_{j_1} T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_2 k \ldots j_m} + u_{j_2} T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{k j_1 \ldots j_n} = 0 \tag{4}$$

називають *векторними оболонками тензора $T^{i_1 i_2 \ldots i_r}_{j_1 j_2 \ldots j_m}$* відносно індексів j_1 та j_2.

Якщо векторна оболонка задається відносно кососиметричної пари індексів тензора Рімана, тобто

$$u_i R^h_{jkl} + u_k R^h_{jli} + u_l R^h_{jik} = 0, \tag{5}$$

то вона називається *векторною оболонкою тензора Рімана.*

Враховуючи властивість тензора Рімана

$$R^h_{ijk,l} + R^h_{ikl,j} + R^h_{ilj,k} = 0,$$

легко переконатись, що в рекурентних псевдоріманових просторах існує векторна оболонка тензора Рімана. Тому псевдоріманові простори, в яких виконуються умови (5), називають *слабо рекурентними просторами.* Якщо умові (4) буде задовольнять тензор D^h_{ijk}, тобто

$$u_i D^h_{jkl} + u_k D^h_{jli} + u_l D^h_{jik} = 0,$$

то такі простори будемо називать *D-слабо рекурентними псевдоріманові просторами.*

Якщо D-слаборекурентний псевдоріманів простір V_n допускає нетривіальні геодезичні відображення, то він або простір Ейнштейна, або

$$a_{\alpha i} u^\alpha = \tau u_i.$$

Просторами Ейнштейна називають псевдоріманові простори, в яких виконуються умови

$$R_{ij} = \frac{R}{n} g_{ij}.$$

Простори Ейнштейна, які характеризуються умовами на тензор Річчі мають велике значення, як в рімановій геометрії, так і в її застосуваннях [3, 4].

Чотиривимірні простори Ейнштейна V_4, відмінні від просторів сталої кривини, не допускають нетривіальні геодезичні відображення на псевдоріманові простори $\bar{V}_4$.

Таким чином, в чотирьохмірних D-слаборекурентних псевдоріманових просторах, відмінних від просторів сталої кривини, які допускають нетривіальні геодезичні відображення, вектор, що задає векторну оболонку, є власним вектором тензора a_{ij} із лінійної форми основних рівнянь теорії геодезичних відображень.

Література

[1] V. Kiosak, A. Savchenko, and S. Khniunin. On the typology of quasi-Einstein spaces. *AIP Conference Proceedings*, 2302(040003), 2020. https://doi.org/10.1063/5.0033700

[2] V. Kiosak, A. Savchenko, and A. Kamienieva. Geodesic mappings of compact quasi-Einstein spaces with constant scalar curvature, *AIP Conference Proceedings*, 2302(040002), 2020. https://doi.org/10.1063/5.0033661

[3] D. Doikov, and V. Kiosak. On the Schwarzschild model for gravitating objects of the Universe. *AIP Conference Proceedings*, 2302(040001), 2020. https://doi.org/10.1063/5.0033657

[4] V. Kiosak, A. Savchenko, and O. Latysh. Geodesic mappings of compact quasi-Einstein spaces, II. *Proceedings of the International Geometry Center*, 14(1), 81-92, 2021. https://doi.org/10.15673/tmgc.v14i1.1936

Спеціальні келерові простори

О. Лесечко

(Одеська державна академія будівництва та архітектури, Дідріхсона, 4, Одеса, Україна)

E-mail: a.lesechko@ukr.net

О. Савченко

(Херсонський державний університет, Університетська, 27, Херсон, Україна)

E-mail: savchenko.o.g@ukr.net

Келеровим простором K_n $(n = 2N)$ називається псевдоріманів простір з метричним тензором $g_{ij}(x)$, у якому існує структура $F_i^h(x)$, що задовольняє співвідношенням [1]:

$$F_\alpha^h F_i^\alpha = -\delta_i^h; \qquad F_{(ij)} = 0; \qquad F_{i,j}^h = 0,$$

де $F_{ij} \equiv g_{i\alpha}F_j^\alpha$, кома — знак коваріантної похідної по зв'язності K_n.

Келерові простори вперше вивчалися П. А. Широковим, які він назвав А-просторами. Потім ці простори вивчав Є. Келер. В літературі, як правило, ці простори називають келерові.

Задля зручності введемо в K_n операцію спряження [2]:

$$A_{\bar{i}\ldots}^{\cdots} \equiv A_{\alpha\ldots}^{\cdots}F_i^\alpha, \qquad B^{\bar{i}\ldots}_{\cdots} \equiv B^{\alpha\ldots}_{\cdots}F_\alpha^i.$$

Простором V_n *першого класу* називають гіперповерхню плаского простору. Його тензорні ознаки, необхідні та достатні умови мають вигляд

$$R_{hijk} = \epsilon(b_{hk}b_{ij} - b_{hj}b_{ik}), \qquad b_{ij,k} = b_{ik,j}, \tag{1}$$

тут $\epsilon = \pm 1$; $\quad b_{hi} = b_{ih}$. Згортаючи, отримаємо

$$R_{ij} = \epsilon(bb_{ij} - b_{\alpha j}b_i^\alpha), \tag{2}$$

де $b = b_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}$; $\quad b_j^i = b_{\alpha j}g^{\alpha i}$.

Домножимо (1) на b_m^h та згорнемо по h

$$b_m^\alpha R_{\alpha ijk} = \epsilon(b_m^\alpha b_{\alpha k}b_{ij} - b_m^\alpha b_{\alpha j}b_{ik}).$$

Після врахування (2) та (1), дістанемо

$$b_m^\alpha R_{\alpha ijk} = bR_{mijk} - R_{mk}b_{ij} + R_{mj}b_{ik}. \tag{3}$$

Подіємо операцією спряження по індексам j, k та віднімемо отримане від рівняння (3)

$$R_{mj}b_{ik} - R_{mk}b_{ij} - R_{m\bar{j}}b_{i\bar{k}} + R_{m\bar{k}}b_{i\bar{j}} = 0.$$

Згорнемо по індексам m, j :

$$R_{\alpha k}b_i^\alpha = \frac{R}{2}b_{ik}.$$

M. Hrechnieva, P. Stiehantseva *On the type of Grassman image of a time-like minimal surface in Minkowski space* **120**

L. Bunimovich, Y. Su *Open billiards, chaos and limit theorems* **121**

E. Sevost'yanov, V. Targonskii *On the inverse Poletsky inequality with a cotangent dilatation* **121**

H. Tashiro *Hasse norm theorem for 3-manifolds* **123**

T. T. Truong *A new Newton-type method and connections to Schroder theorem, Voronoi's diagrams, Newton's flows and the Riemann hypothesis* **124**

O. Vinnichenko, V. Boyko, R. Popovych *Geometric and algebraic properties of dispersionless Nizhnik equation* **125**

I. Vlasenko *Chain-regular and regular components of the wandering set of surface homeomprphisms* **127**

C. Vural, E. Demir *Dynamics of influenza with the rates of vaccination and treatment* **128**

M. Watari *Topology of the Hilbert Schemes of monomial plane curve singularities* **128**

D. Zashkolnyi *Self-similar actions of the fundamental group of the Klein bottle* **130**

N. Zava *Applications of dimension theory to embeddability problems in topological data analysis: the case study of the Gromov-Hausdorff distance* **131**

N. Zorii *Balayage on locally compact spaces* **131**

О. Дажук, І. Курбатова, О. Яблокова *Узагальнені аналоги теореми Яно-Вестлейка* **134**

В. Кіосак, О. Латиш *Геодезичні відображення псевдоріманових просторів* **135**

О. Лесечко, О. Савченко *Спеціальні келерові простори* **137**

О. Назаренко, В. Думанська *Відображення келерових просторів* **138**

В. Петров, О. Василів *Метод растрової візуалізації перетинаючих геометричних тіл та побудови розгорток* **139**

Т. Подоусова, Ю. Федченко, Н. Вашпанова *Ундулоїди та деякі їх деформації* **141**

О. Яблокова, І. Курбатова, О. Дажук *Канонічні F-планарні відображення* **142**