ОДЕССКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

В. В. ВЛАДИМИРОВ

СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОВ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ИНВАРИАНТНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

(Специальность 254 – автоматическое управление и регулирование)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Одесса-1968

Работа выполнена во Всесоюзном проектно-конструкторском и научно-исследовательском институте автоматизации пищевой промышленности "Пищепромавтоматика".

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор *И. И. Кринецкий*

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, доцент *Н. Б. Дивари*
кандидат физико-математических наук, доцент *А. В. Фокин*

"___"__________ 1968 г.
ена на "____"__________
о присуждению ученых сте-
еском институте им. М.В.

акомиться в библиотеке

ие в обсуждении диссерта-
зыв (в двух экземплярах)
ул. Свердлова, № 112, Одес-
им. М.В. Ломоносова, уче-

ащиты за 10 дней будет

11

Л. А. Запорожец

ВВЕДЕНИЕ

Разработка автоматических систем, обеспечивающих максимальную точность поддержания заданного закона изменения (уровня) регулируемого параметра при случайных возмущениях имеет большое научное и практическое значение.

Одним из типов таких систем являются инвариантные системы, обеспечивающие независимость регулируемой величины от внешних воздействий.

Впервые проблема инвариантности для линейных автоматических систем была поставлена профессором Г.В. Щипановым в 1939 г. В известных работах академиков Н.Н. Лузина, В.С. Кулебакина, Б.Н. Петрова, А.Ю. Ишлинского, членов-корреспондентов АН УССР А.И. Кухтенко и А.Г. Ивахненко, проф. Б.А. Рябова, П.И. Кузнецова, Г.М. Уланова и других ученых излагается не только математическое обоснование этой теории, но и показывается практическая возможность создания таких систем. Однако основоположники теории инвариантности в своих трудах рассматривали линейные системы.

В последнее время в работах академика Петрова Б.Н., профессора Уланова Т.М. показано, что условия инвариантности могут быть использованы для синтеза схемы и выбора параметров нелинейных систем.

Профессор Кухтенко А.И. и румынский ученый К. Беля распространили условия инвариантности на системы с переменными параметрами.

Для нелинейных систем, которые описываются системами дифференциальных уравнений в нормальной форме, Розоноэром Л.И. и Павловым В.В. предложены так называемые "вариационные" и "интегральные" условия инвариантности.

Принципиально новый подход к решению проблемы инвариантности для нелинейных систем предложен А.В. Фокиным и И.И. Кринецким. В этом методе (его часто называют дифференциальным) не требуется представления системы дифференциальных уравнений в нормальной форме.

Настоящая диссертация состоит из пяти глав и заключения.

В первой главе вводится физически обозримое и допускающее математическую формализацию определение инвариантности.

Определение

Пусть существуют две абсолютно совпадающие системы автоматического управления, подверженные влиянию тождественных случайных возмущений $f_k(t)$ $(k=1,2,\dots,r)$

Пусть кроме того на первую систему действует случайное возмущение $U(t)$. Тогда можно утверждать, что регулируемый параметр $x_u(t)$ первой системы инвариантен относительно $U(t)$, если аналогичный параметр $x_0(t)$ второй системы, не подверженной влиянию случайного возмущения $U(t)$, совпадает при всех t с $x_u(t)$, т.е.

$$x_u(t) \equiv x_0(t) \qquad \text{при всех } t$$

Это определение названо обобщающим математическим принципом инвариантности Г.В. Щипанова - В.С. Кулебакина.

В работе рассматриваются системы вида

$$\mathcal{F}_k\left[t, \bar{x}_1(\nu_{k1}); \dots; \bar{x}_n(\nu_{kn}); \overline{f(t)}, U(t)\right]=0$$

Здесь под $\bar{x}_i(\nu_{ki})$ и $\overline{f(t)}$ подразумевается совокупность переменных:

$$\left\{\frac{d^l x_i}{dt^l}\right\}_{l=0,1,2,\ldots,\nu_{ki}}.\quad f(t)=\left(f_1(t),\ldots,f_r(t)\right) \quad (1)$$

Относительно функций $\mathcal{F}_k$ предполагается, что они вместе со всеми производными до второго порядка непрерывны. Кроме того предполагается, что решение системы (1) существует и единственно при заданных начальных условиях

$$x_i^{(k)}(0)=x_{i0}^k \qquad k=1,2,\ldots,\max\{\nu_{li}\}-1$$
$$1\le l\le n \quad (2)$$
$$i=1,2,\ldots,n$$

Затем вводится α -система, соответствующая системе (1), в ней вместо $U(t)$ используется произведение $\alpha\cdot U(t)$:

$$\mathcal{F}_k\left[t,\bar{x},(\nu_{k1}),\ldots,\bar{x}_n(\nu_{kn});\overline{f(t)},\alpha U(t)\right]=0 \quad (3)$$
$$k=1,2,\ldots,n$$

Предполагается, что система (3) при начальных условиях (2) имеет такое решение

$$x_i=x_i(t,\alpha) \qquad i=1,2,\ldots,n. \quad (4)$$

которое при всех t и $0\le\alpha\le1$ непрерывно и дифференцируемо по α . Доказана теорема:

Теорема 1.

Для того, чтобы в системе (1) $x_1(t)$ было инвариантно относительно $U(t)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{\partial x_1}{\partial\alpha}\equiv 0 \quad (5)$$

при всех t и $0\le\alpha\le1$.

Последнее условие инвариантности в форме (5) было предложено А.В. Фокиным.

Вторая глава посвящена изложению кратких сведений о методах Л.И. Розоноэра, В.В. Павлова и А.В. Фокина.

Прежде чем начать излагать результаты третьей главы, необходимо сделать замечание: метод А.В. Фокина был разработан и обоснован автором в предположении, что система записана в отклонениях, т.е. в качестве переменных выбирались разности компонент для возмущенного и невозмущенного решений.

Если подобный переход в линейных системах не представляет особых затруднений, то аналогичный переход в нелинейных системах достаточно сложен и не всегда выполним.

Первый параграф третьей главы посвящен преодолению трудностей, описанных выше. На основании результатов первой главы в нем проводится обобщение метода А.В. Фокина на случай систем, не переведенных в отклонения.

В параграфе 3.2 вводится понятие неособенной системы. Именно, обозначим старшие производные переменных x_1, x_2, x_3, встречающиеся в системе (3) (при $n=3$), соответственно через $\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$ и рассмотрим определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial F_1}{\partial \dot{\xi}} & \dfrac{\partial F_1}{\partial \dot{\eta}} & \dfrac{\partial F_1}{\partial \dot{\zeta}} \\ \dfrac{\partial F_2}{\partial \dot{\xi}} & \dfrac{\partial F_2}{\partial \dot{\eta}} & \dfrac{\partial F_2}{\partial \dot{\zeta}} \\ \dfrac{\partial F_3}{\partial \dot{\xi}} & \dfrac{\partial F_3}{\partial \dot{\eta}} & \dfrac{\partial F_3}{\partial \dot{\zeta}} \end{vmatrix} \qquad (6)$$

Система (3) называется неособенной, если в $\tilde{D}$, области изменения всех переменных, входящих в функции F_i

системы (3), этот определитель (6) удовлетворяет условию:

$$|\Delta| \geqslant \delta > 0$$

Для неособенных систем в виде теоремы 2 формулируются локальные достаточные условия для применения метода А.В. Фокина к системам (3) при $n = 3$.

Теорема 2.

Предположим, что в некоторой выпуклой области $\tilde{D}$

1. Все функции системы (3) определены, непрерывны и имеют непрерывные частные производные по всем аргументам.

2. Точка $M_0(x_1^0, \dot{x}_1^0, \ldots, \xi^0, x_2^0, \dot{x}_2^0, \ldots, \eta^0, x_3^0, \dot{x}_3^0, \ldots, \zeta^0, t_0, \alpha_0)$

обращает все уравнение системы (3) в тождества.

3. Система (3) в $\tilde{D}$ неособенная. Тогда существует выпуклая область $\tilde{T}_1 \subset \tilde{D}$, содержащая точку M_0, такая, что в ней к системе (3) применима "основная операция" метода А.В. Фокина.

В параграфе 3.4. доказываются условия, при которых корректны достаточные условия инвариантности исследуемого метода. Именно, если порядок "однородного" уравнения относительно символа дифференцирования D:

$$\left[a_{21}(D) - U(D)\, a_{31}(D) \right] \frac{\partial x_1}{\partial \alpha} = 0 \qquad (7)$$

не выше порядка старшей производной x_1 в системе (3), то достаточные условия инвариантности корректны. В противном случае выполнение условия (5) не может следовать из того, что оператор, стоящий в квадратных скобках уравнения (7), не является аннулирующим.

В последнем параграфе третьей главы исследуемый метод распространяется на случай разрывных возмущений.

Справедлива следующая теореме.

Теорема 3.

Пусть система (3) удовлетворяет условиям теоремы 2 и условиям инвариантности А.В. Фокина и пусть:

1. Порядок уравнения (7) относительно оператора дифференцирования D меньше либо равен порядку старшей производной x_1 в системе (3).

2. Возмущение $u(t)$ непрерывно и имеет непрерывную производную при всех t, за исключением, быть может, точек разрыва.

При этом условия инвариантности А.В. Фокина обеспечивают инвариантность x_1 относительно $u(t)$ при всех t.

В 1У главе производится сравнение методов исследования проблемы инвариантности Л.И. Розоноэра, В.В. Павлова и А.В. Фокина. Первые два метода применимы лишь к системам дифференциальных уравнений, представленных в нормальной форме, поэтому методы сравниваются на системе:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, z, u) \\ \dot{y} &= \varphi(x, y, z, u) \\ \dot{z} &= \psi(x, y, z, u) \end{aligned} \qquad (8)$$

Если в системе (8) x инвариантен относительно $u(t)$, то в силу метода В.В. Павлова и Л.И. Розоноэра необходимо выполняется условие независимости функции f от $u(t)$. Нижеследующая теорема показывает, что это требование справедливо и для метода А.В. Фокина.

Теорема 4.

Если в системе (8) x инвариантен относительно $u(t)$, то

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \equiv 0 .$$

Затем в этой главе доказывается, что теорема В.В. Павлова, определяющая необходимые и достаточные условия инвариантности, не обладает свойством необходимости и достаточные условия ее расширяются до условий А.В. Фокина.

Теорема 5 показывает, что достаточные условия совершенной инвариантности Л.И. Розоноэра не являются корректными. Их уточнение на основании метода А.В. Фокина предлагается в теореме 6.

В пятой главе излагается новый метод синтеза по статистическим данным уравнения объекта регулирования. Затем при помощи метода А.В. Фокина производится расчет инвариантного регулятора для дизель-генератора.

ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Метод исследования инвариантных систем, предложенный А.В. Фокиным при непосредственном участии И.И. Кринецкого, часто называемый дифференциальным методом, для систем вида (8) дает корректные условия инвариантности менее жесткие, чем метод В.В. Павлова (интегральный метод).

2. Метод Л.И. Розоноэра (вариационный метод) вообще говоря, неприменим для получения достаточных условий инвариантности. После уточнения (теорема 6) он дает условия инвариантности, аналогичные методу А.В. Фокина для систем вида (8).

3. Сформулированы и обоснованы достаточные условия для применения метода А.В. Фокина (теорема 2), позволяющие применять этот метод в случае систем, не разрешенных относительно старших производных. Это позволяет считать дифференциальный метод более объемлющим, нежели интегральный и вариационный методы.

4. Введенное определение понятия инвариантности (гл. 1) имеет простой физический смысл и допускает математическую формализацию в виде условия А.В. Фокина $\frac{\partial x}{\partial \alpha}=0$. Это определение является обобщением понятия инвариантности для нелинейных систем. В случае линейных систем оно совпадает с определением члена-корреспондента АН УССР А.Г. Ивахненко и близко по смыслу к определению академика А.Ю. Ишлинского.

5. Порядок синтеза инвариантных систем можно рекомендовать следующий:

а) если система разрешима относительно старших производных, можно попытаться обеспечить условия инвариантности, применяя интегральный метод. В случае, если получаются не вполне приемлемые в отношении реализации условия, следует воспользоваться условиями, полученными дифференциальным методом для такого рода систем;

б) если система не разрешима аналитически относительно старших производных, следует применить метод А.В. Фокина, исследовав предварительно возможность применения "основной операции" (при помощи теоремы 3 или каким-либо другим методом).

6. Установлены условия, при которых метод А.В. Фокина позволяет решить проблему инвариантности в системах с разрывным возмущением.

7. Установлены условия, при которых метод А.В. Фокина полностью решает проблему инвариантности, и условия, при которых этот метод должен быть усилен.

Основное содержание диссертационной работы опубликовано в следующих работах:

1. Л.Л. Роткоп, В.В. Владимиров, О.В. Кирток, И.Г. Либерман, В.Б. Медзеновский. Решение специальных задач на универсальных электронных вычислительных машинах непрерывного действия. ЦИНТИПищепром, М., 1965.

2. В.В. Владимиров. Математическое исследование методов теории инвариантности нелинейных систем. Труды и рефераты института "Пищепромавтоматика", приложение к выпуску 3, г. Одесса, 1968.

3. И.И. Кринецкий, А.В. Фокин. Расчет инвариантных нелинейных автоматических систем. "Техника", Киев (в печати) (УП глава, § 26 совместно с Медзеновским В.Б.).

Доклады по результатам исследований сделаны на заседании Одесского городского семинара по технической кибернетике, Одесса, 1967-1968 гг.