

International scientific conference
**«Algebraic and geometric
methods of analysis»**

Book of abstracts



May 30 - June 4, 2018,
Odesa,
Ukraine

<https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2018>

Відновлення поверхні з краєм простору Мінковського за її грассмановим образом

Гречнєва М.О.

(Запоріжжя, Запорізький національний університет)

E-mail: mag83@list.ru

Стеганцева П.Г.

(Запоріжжя, Запорізький національний університет)

E-mail: steg_pol@mail.ru

Задача відновлення поверхні за її грасмановим образом зводиться до доведення існування розв'язку диференціального рівняння другого порядку у частинних похідних. Ця задача розв'язувалась як локально, так і в глобальному аспекті у евклідовому просторі [1] та у просторі Мінковського [2]. У роботі [3] розглядається задача відновлення поверхні з краєм у евклідовому просторі, що має заданий грасманів образ.

Нами розв'язана задача відновлення двовимірної неізотропної поверхні з краєм простору Мінковського за її грасмановим образом. Доведена можливість відновлення такої часоподібної поверхні V^2 класу C^2 в 1R_4 , яка бієктивно проектується на часоподібну поверхню $\tilde{V}^2$ тривимірного простору 1R_3 , причому $\tilde{V}^2$ має бієктивний сферичний образ. Тоді поставлену задачу можна почати з відновлення поверхні $\tilde{V}^2$, яка при вказаних умовах повністю визначається своєю опорною функцією. Вказані вимоги можна задовольнити наступним чином. Розглянемо центральне проектування із центру сфери одиничного радіусу простору 1R_3 на дотичну до неї площину в точці $O(0, 0, 1)$. Центральне проектування є гомеоморфізмом півсфери і області на дотичній площині, декартові координати x, y точок якої задовольняють умову $x^2 - y^2 < 1$. Саме ці декартові координати оберемо в якості внутрішніх координат шуканої поверхні. Для отримання рівняння відносно опорної функції (основного рівняння) рухомий репер $(\bar{f}^1, \bar{f}^2, \bar{f}^3, \bar{f}^4)$ простору Мінковського обираємо спеціальним чином, пов'язуючи його з розглянутою півсферою. Помістивши вектори $\bar{f}^1, \bar{f}^2$ у дотичну площину поверхні V^2 , а вектори $\bar{f}^3, \bar{f}^4$ – у її нормальну площину, отримаємо рухомий репер поверхні V^2 .

Якщо поверхню V^2 задавати радіус-вектором $\bar{r}(x, y) = (z^1(x, y), z^2(x, y), z^3(x, y), z^4(x, y))$, а тривимірний простір 1R_3 рівнянням $z^4 = 0$, то поверхня $\tilde{V}^2$ має векторне рівняння $\bar{r}_1(x, y) = (z^1(x, y), z^2(x, y), z^3(x, y), 0)$. У випадку часоподібної поверхні основне рівняння набуває вигляду

$$A_y h_{xx} - (A_x + B_y) h_{xy} + B_x h_{yy} = 0,$$

в якому коефіцієнтами є частинні похідні функцій $A = -(\frac{k\lambda}{n} + \frac{xy}{n}\mu)$, $B = n\mu$ від локальних координат x, y, λ, μ грасманового многовиду, $k = \sqrt{1 - x^2 + y^2}$, $n = \sqrt{1 + y^2}$. Введемо ще позначення $a = \sqrt{1 + \mu^2 - \lambda^2}$. Заданий грасманів образ будемо задавати явними рівняннями $\lambda = \lambda(x, y)$, $\mu = \mu(x, y)$. Зрозуміло, що використання спеціалізованого рухомого реперу визначає певний вигляд плюкерівих координат грасманового образу. Має місце

Теорема 1. Нехай $\Gamma^2 \subset^S PG(2, 4)$ – двовимірна поверхня в 3R_6 , задана радіус-вектором

$$\bar{\sigma}(x, y) = (\frac{yA + xB}{ak}, \frac{A}{ak}, \frac{x}{ak}, -\frac{B}{ak}, \frac{y}{ak}, \frac{1}{ak}),$$

де x, y – координати на півсфері S^2 одиничного радіусу. Нехай Ω – область на S^2 , обмежена двома кривими, які є перетинами півсфери площинами, що проходять через її діаметр; Ω' – проекція області Ω на дотичну площину до S^2 . Функції $A(x, y)$, $B(x, y)$ є функціями класу C^2

в області Ω' й разом зі своїми похідними до другого порядку включно обмежені в Ω' . Нехай виконуються умови

$$D = 4A_y B_x - (A_x + B_y)^2 < 0,$$

$$\min_{\Omega'} \{|4A_y B_x - (A_x + B_y)^2|, |A_y|, |B_x|\} \geq n_0 = \text{const} > 0$$

і нехай на одній із кривих l , що обмежують область Ω , задана неперервна функція $\bar{R}(s) = (R^1(s), R^2(s), R^3(s), R^4(s))$, $R_s^3 = -a_o R_s^1 - s R_s^2$, $R_s^4 = -A|_l R_s^1 + B|_l R_s^2$, $a_o = \text{const}$. Тоді існує єдина двовимірною регулярна часоподібна поверхня V^2 класу C^1 в 1R_4 така, що її грассманів образ збігається з поверхнею Γ^2 й край поверхні V^2 збігається з кривою $\bar{R} = \bar{R}(s)$.

Перша з умов теореми визначає гіперболічний тип основного рівняння. Доведена також можливість відновлення просторовоподібної поверхні за її грассмановим образом.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Ю. А. Аминов. Геометрия подмногообразий // Научная думка К, 2002, 467с.
- [2] М.А. Гречнева, П.Г. Стеганцева. О существовании поверхности псевдоевклидова пространства с заданным грассмановым образом. Укр. мат. журнал., 68(10) : 1320-1329, 2016.
- [3] К.О. Кизбикенов. Двумерные поверхности в четырехмерном евклидовом пространстве с данным грассмановым образом. ЛГПИ, Рук. деп. В ВИНТИ 5.12.83. №6568-83 ДЕП, 25с., 1983.

Damian Wiśniewski <i>The behaviour of weak solutions of boundary value problems for linear elliptic second order equations in unbounded cone - like domains</i>	66
Iakovlieva O. N., Lipska Zh. M. <i>History of formation of the decimal number concept</i>	68
Yildiz S. <i>Some new applications on absolute matrix summability</i>	70
Yildiz S. <i>An Extension on localization property of Fourier series</i>	72
Безкоровайна Л. <i>Про A-деформацію поверхні, обмежену умовою стаціонарності сітки асимптотичних ліній</i>	73
Гречнёва М. О., Стеганцева П. Г. <i>Відновлення поверхні з краєм простору Мінковського за її грассмановим образом</i>	74
Кузь А. М. <i>Двоточкова нелокальна задача для систем рівнянь із частинними похідними над полем p-адичних чисел</i>	76
Маркітан В., Працьовитий М. <i>Геометрія числових рядів і розподіли їх випадкових неповних сум</i>	77
Подоусова Т. Ю. <i>Про стаціонарність довжин LGT-ліній при деформаціях поверхонь</i>	80
Подоусова Т. Ю., Вашпанова Н. В. <i>Про деякі нескінченно малі деформації мінімальних поверхонь</i>	81
Працьовитий М. В., Лисенко І. М. <i>Геометрія одного двосимвольного кодування дійсних чисел</i>	83
Пришляк О. О., Прус А. А. <i>Інваріант Пейкото для хордових діаграм на поверхні з межею</i>	86
Сердюк А. С., Соколенко І. В. <i>Наближення інтерполяційними тригонометричними поліномами в метриках просторів L_p на класах періодичних цілих функцій</i>	87
Синюкова О. М. <i>Деякі аспекти теорії проєктивних перетворень просторів дотичних розшарувань зі спеціальною метрикою</i>	89
Скуратовський Р. В. <i>Двопараметричні особливості одногілкових алгебраїчних кривих</i>	90
Черевко Є. В., Чепурна О. Є. <i>Псевдо-вайсманові многовиди та їх приклади</i>	91
Федченко Ю. С. <i>Про P-деформації поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини</i>	93
Хомич Ю., Піструїл М. <i>Поверхня Гауді та деформація з заданою варіацією елемента площі</i>	94
Арсеньєва О. Е., Кириченко В. Ф., Рустанов А. Р. <i>Постоянство типа обобщенных многообразий Кенмоцу</i>	96
Болотова Т. Н., Макаров В. И. <i>Геометрическая интерпретация законов физиологического развития растений</i>	97