

International scientific conference  
«Algebraic and geometric methods  
of analysis»

Book of abstracts



May 31 - June 5, 2017  
Odessa  
Ukraine

## LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

## ORGANIZERS

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

## PROGRAM COMMITTEE

<b>Chairman: Prishlyak A.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Maksymenko S.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Rahula M.</b> ( <i>Tartu, Estonia</i> )
<b>Balan V.</b> ( <i>Bucharest, Romania</i> )	<b>Matsumoto K.</b> ( <i>Yamagata, Japan</i> )	<b>Sabitov I.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )
<b>Banakh T.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )	<b>Mashkov O.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	<b>Savchenko A.</b> ( <i>Kherson, Ukraine</i> )
<b>Fedchenko Yu.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Mykytyuk I.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )	<b>Sergeeva A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Fomenko A.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )	<b>Milka A.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Strikha M.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Fomenko V.</b> ( <i>Taganrog, Russia</i> )	<b>Mikesh J.</b> ( <i>Olomouc, Czech Republic</i> )	<b>Shvets V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Glushkov A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Mormul P.</b> ( <i>Warsaw, Poland</i> )	<b>Shelekhov A.</b> ( <i>Tver, Russia</i> )
<b>Haddad M.</b> ( <i>Wadi al-Nasara, Syria</i> )	<b>Moskaliuk S.</b> ( <i>Wien, Austria</i> )	<b>Shurygin V.</b> ( <i>Kazan, Russia</i> )
<b>Herega A.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Panzhenskiy V.</b> ( <i>Penza, Russia</i> )	<b>Vlasenko I.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Khruslov E.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Pastur L.</b> ( <i>Kharkiv, Ukraine</i> )	<b>Zadorozhnyj V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )
<b>Kirichenko V.</b> ( <i>Moscow, Russia</i> )	<b>Plachta L.</b> ( <i>Krakov, Poland</i> )	<b>Zarichnyi M.</b> ( <i>Lviv, Ukraine</i> )
<b>Kirillov V.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Pokas S.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Zelinskiy Y.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )
<b>Konovenko N.</b> ( <i>Odesa, Ukraine</i> )	<b>Polulyakh E.</b> ( <i>Kyiv, Ukraine</i> )	

## ADMINISTRATIVE COMMITTEE

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

## ORGANIZING COMMITTEE

Kirillov V.  
Konovenko N.  
Fedchenko Yu.

Hladysh B.  
Nuzhnaya N.  
Osadchuk E.

Maksymenko S.  
Khudenko N.  
Cherevko E.

НТБ ОНАФТ

## Кутова характеристика у метричному просторі

Кузьмич Валерій Іванович

(Херсонський державний університет, м. Херсон, Україна)

*E-mail:* kuzmich@ksu.ks.ua

У роботі В. Ф. Кагана [1, розділ XIX] детально вивчається поняття “прямолінійної розміщеності”, або “прямолінійного образу” точок довільного метричного простору [2, с. 527]. У продовження цих досліджень пропонується ввести поняття “плоскої розміщеності” множини точок метричного простору, як аналога площини у геометрії Евкліда. У аксіоматиці Д. Гільберта три різні точки визначають єдину площину [3 с. 3]. Для того щоб уникнути необхідності введення аксіом у метричному просторі, за ознаку плоскої розміщеності чотирьох різних точок простору можна вибрати умову рівності нолю об’єму тетраедра, вершинами якого є ці точки. При цьому логічно використати відому формулу Юнґіуса об’єму тетраедра за довжиною усіх його ребер [4, с. 99, 100]. Однак, використання цієї формули пов’язане зі значними аналітичними перетвореннями. У роботі [5] отримано аналог формули Юнґіуса, у якому для знаходження об’єму тетраедра використовуються кути при одній із його вершин. Із цього аналога можна отримати достатньо просту аналітичну умову плоскої розміщеності точок. У разі потреби перевірити існування тетраедра із заданими довжинами ребер, можна використати спеціальний калькулятор, розміщений за адресою <http://ksuonline.ksu.ks.ua/mod/resource/view.php?id=2645>

Для реалізації вказаного вище підходу потрібно ввести поняття кута у довільному метричному просторі, як упорядкованої трійки елементів цього простору.

**Означення 1.** Нехай  $a, b$  і  $c$  - довільні точки метричного простору  $(X, \rho)$ . Упорядковану трійку  $(a, b, c)$  цих точок будемо називати кутом з вершиною у точці  $b$ , і позначати:  $\angle(a, b, c)$ . Пари точок  $(a, b)$  і  $(b, c)$ , при цьому, будемо називати сторонами кута.

У якості числової характеристики кута можна вибрати значення його косинуса у геометрії Евкліда, як це пропонував О. Д. Александров [6, с. 36].

**Означення 2.** Нехай  $a, b$  і  $c$  - довільні точки метричного простору  $(X, \rho)$ . Характеристикою кута  $\angle(a, b, c)$ , або кутовою характеристикою, будемо називати дійсне число  $\varphi(a, b, c)$ , що знаходиться за формулою:

$$\varphi(a, b, c) = \frac{\rho^2(a, b) + \rho^2(b, c) - \rho^2(a, c)}{2\rho(a, b)\rho(b, c)}. \quad (1)$$

Метричний простір  $(X, \rho)$ , у якому введено поняття кута за означенням 1, і його характеристику за формулою (1), будемо позначати  $\Pi$ .

Із означення 2 легко отримати означення прямолінійної розміщеності трьох точок простору  $\Pi$ .

Будемо казати, що точки  $a, b, c$  простору  $\Pi$  прямолінійно розміщені, якщо  $\varphi(a, b, c) = \pm 1$ . При  $\varphi(a, b, c) = 1$  кут  $\angle(a, b, c)$  будемо називати нульовим, а при  $\varphi(a, b, c) = -1$  - розгорнутим. Якщо ж виконується рівність  $\varphi(a, b, c) = 0$ , то кут  $\angle(a, b, c)$  природно назвати прямим.

Для розгорнутого кута  $\angle(a, b, c)$  можна ввести поняття суміжних кутів.

**Означення 3.** Нехай точки  $a, b, c$  простору  $\Pi$  прямолінійно розміщені, причому, кут  $\angle(a, b, c)$  є розгорнутим, а точка  $d$  цього простору така, що виконується рівність  $\varphi(a, b, d) = -\varphi(c, b, d)$ . Тоді кути  $\angle(a, b, d)$  і  $\angle(c, b, d)$  будемо називати суміжними.

Використовуючи згадану вище формулу, отриману у роботі [5], можна дати наступне означення плоскої розміщеності чотирьох точок простору  $\Pi$ .

**Означення 4.** Будемо казати, що точки  $a, b, c, d$  простору  $\Pi$  плоско розміщені, якщо виконується рівність

$$\begin{vmatrix} 1 & \varphi(a, b, c) & \varphi(a, b, d) \\ \varphi(a, b, c) & 1 & \varphi(c, b, d) \\ \varphi(a, b, d) & \varphi(c, b, d) & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Для довільної множини точок метричного простору природно дати наступне означення її плоскої розміщеності.

**Означення 5.** Будемо казати, що множина  $A$  точок простору  $\Pi$  плоско розміщена, якщо будь-які чотири її точки плоско розміщені.

Із означення 4 можна отримати наступний критерій плоскої розміщеності точок.

**Теорема 6.** Для того щоб точки  $a, b, c, d$  простору  $\Pi$  були плоско розміщені, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність

$$\varphi(a, b, c) = \varphi(a, b, d)\varphi(c, b, d) \pm \sqrt{(1 - \varphi^2(a, b, d))(1 - \varphi^2(c, b, d))}. \quad (3)$$

У геометрії Евкліда рівність (3) має просте геометричне тлумачення: одна із вершин тетраедра знаходиться у площині основи, що утворена трьома іншими його вершинами. У цьому легко впевнитись помітивши, що рівність (3) є аналогом формул косинуса суми або різниці двох кутів.

Із означення 4 отримується наступна теорема, за допомогою якої зручно будувати у просторі  $\Pi$  плоско розміщені множини точок.

**Теорема 7.** Нехай точки  $a, b, c$  простору  $\Pi$  прямолінійно розміщені, причому, кут  $\angle(a, b, c)$  є розгорнутим.

Для того, щоб точки  $a, b, c, d$  цього простору були плоско розміщені, необхідно і достатньо, щоб кути  $\angle(a, b, d)$  і  $\angle(c, b, d)$  були суміжними.

Із означення 4 отримується також наступна теорема, за допомогою якої можна у довільному метричному просторі встановити систему координат по відношенню до трьох фіксованих точок цього простору.

**Теорема 8.** Нехай у метричному просторі  $\Pi$  кут  $\angle(a, b, c)$  є прямим. Для того щоб точки  $a, b, c, d$  були плоско розміщені у цьому просторі, необхідно і достатньо, щоб виконувалась рівність  $\varphi^2(a, b, d) + \varphi^2(c, b, d) = 1$ .

Такий підхід допускає окремі елементи неевклідової геометрії у просторі  $\Pi$ , що підтверджується конкретними прикладами.

У подальшому роботу слід продовжити у напрямі вивчення властивості паралельного розміщення множин точок довільного метричного простору, та встановлення співвідношень між поняттями перпендикулярності і паралельності множин точок простору, аналогічних класичним співвідношенням.

## ЛІТЕРАТУРА

- [1] В. Ф. Каган. *Основания геометрии. Часть 2.* М.-Л.: Гостехиздат, 1956.
- [2] В. Ф. Каган. *Очерки по геометрии.* Издательство Московского университета, 1963.
- [3] Давид Гильберт. *Основания геометрии.* Петроград: Сеятель, 1923.
- [4] Я. П. Понарин. *Элементарная геометрия. Часть 2.* Москва: МЦНМО, 2006.
- [5] В. І. Кузьмич, Ю. В. Кузьмич. Аналоги формули Юнгуса об'єму тетраедра. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*, 36(249):55-64, 2012.
- [6] А. Д. Александров. *Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей.* М.-Л.: Гостехиздат, 1948.

## Зміст

Безкоровайна Л. Л. <i>Про біортогональні сітки ліній пари поверхонь</i>	3
Бондар О. П. <i>Про ізотопність функцій лемі Морса</i>	4
Вашпанова Н. В., Потапенко І. В. <i>Інфінітезимальні деформації кругового циліндра зі стаціонарною рімановою зв'язністю</i>	5
Дільний В. М., Гук Х. О. <i>Критерій розщеплення у просторі Пелі-Вінера</i>	6
Зелінський Ю. Б. <i>Геометричні властивості узагальнено опуклих множин</i>	8
Каминіна О. В., Пузирьов В. Є. <i>Використання демпфера пасивного типу для стабілізація малих коливань маятника змінної довжини</i>	9
Кузьмич В. І. <i>Кутова характеристика у метричному просторі</i>	11
Нужна Н. В. <i>Використання методу проєктів в дистанційному навчанні на заняттях з вищої математики</i>	13
Подоусова Т. Ю., Вашпанова Н. В. <i>A-деформації та середній геодезичний скрут мінімальних поверхонь</i>	14
Пришляк О. О., Царук С. Л. <i>Полярні потоки Морса-Смейла на неорієнтованих поверхнях малого роду</i>	15
Савченко О. <i>Дерева і розмиті метричні простори</i>	16
Синюкова О. М. <i>Про спеціальну геометрію дотичного розшарування ріманова простору</i>	17
Скураговський Р. В. <i>Структура і мінімальні системи твірних силовських 2-підгруп знакозмінної групи і їх властивості</i>	18
Стефанчук М. В. <i>Властивості спряжених функцій у гіперкомплексному просторі</i>	20
Струтинський М. М. <i>Про симетричні *-поліноми на просторі <math>C^n</math></i>	22
Федченко Ю. <i>Про нескінченно малу конформну деформацію мінімальних поверхонь зі стаціонарним відхиленням від дотичної площини</i>	23
Хомич Ю. <i>Поверхня обертання та її квазіреальна деформація з обмеженням</i>	24
Чепурна О. Є., Кулешова Є. <i>Інфінітезимальні конгармонічні перетворення ріманових просторів ненульової скалярної кривини</i>	26
Черевко Є. В., Березовский В. Є. <i>Конформно-голоморфно-проєктивні перетворення локально конформно-келерових многовидів</i>	27
Asik Ö. <i>Field equations from geometric Killing spinors</i>	29
Afanas'eva E. <i>Boundary behavior of ring Q-homeomorphisms on Finsler manifolds</i>	30
Airey B., Mance B. <i>Normal numbers with respect to the Cantor series expansions and possible applications in algebraic geometry</i>	32
Annaev N. <i>Killing vector fields and geometry of submersions</i>	33