

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВСП «ОДЕСЬКИЙ ТЕХНІЧНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ
ОНТУ»

Спеціальність: 121 «Інженерія програмного забезпечення»

Освітня програма: «Розробка програмного забезпечення»

Група: 4РП-05

Дипломний проект

здобувача освіти денної форми навчання
РП.05.02.000.ДП

***ВОДОП'ЯН
ВІТАЛІЙ
АНДРІЙОВИЧ***

м. Одеса
2022 р.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВСП «ОДЕСЬКИЙ ТЕХНІЧНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ ОНАХТ»

Спеціальність: 121 «Інженерія програмного забезпечення»

Освітня програма: «Розробка програмного забезпечення»

Група: 4РП-05

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до дипломного проекту (роботи) на тему:

Кластеризація та класифікація алгоритмів навчання нейронної мережі з використанням перетворень Фур'є при обробки SVD-матриць на прикладі обробки і стиснення зображень з використанням засобів Matlab

графічного (презентаційного) матеріалу на _____ аркушах (слайдах).

Дипломник _____ (Водоп'ян В. А.)

Керівник _____ (Медведев А.О.)

Консультанти:

з економічної частини _____ (Копайгородська Т.Г.)

з охорони праці _____ (Чорновол Н.І.)

з дотримання вимог ЄСКД _____ (Петрашова В.І.)

старший консультант _____ (Скорнякова О.В.)

До захисту допущений

Голова циклової комісії _____ (Скорнякова О.В.)

Завідувач відділення _____ (Суліма Ю.Ю.)

Захист «____» _____ 2022 р.

Протокол ДКК № _____

Оцінка ДКК _____

Секретар ДКК _____

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВСП «ОДЕСЬКИЙ ТЕХНІЧНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ ОНТУ»

Відділення комп'ютерних систем Комісія КТ та ПІ
Спеціальність 121 «Інженерія програмного забезпечення»
Освітня програма «Розробка програмного забезпечення»

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Заст. дир. з НВР _____

“ _____ ” _____ 2022 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломний проект (роботу)

Здобувачеві (здобувачці) освіти Водоп'ян Віталій Андрійович
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема проекту (роботи)

Кластеризація та класифікація алгоритмів навчання нейронної мережі з використанням перетворень Фур'є при обробки SVD-матриць на прикладі обробки і стиснення зображень з використанням засобів Matlab.

затверджена наказом по коледжу від “ 30 ” грудня 202 1 р. № 306-A2-ОД

2. Термін здачі закінченого проекту (роботи) _____

3. Вихідні данні до проекту (роботи) MatLab

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які необхідно розробити)

1 Аналітичний розділ дипломного проекту. Огляд існуючих рішень. 2 Економічний розрахунок. 3 Охорона праці.

5. Перелік графічного (презентаційного) матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, кількості слайдів)

Презентація (10 слайдів)

6. Консультанти по проекту (роботі), із зазначенням розділів проекту, що їх стосується

Розділ	Консультант	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв
Основний	Медведєв А.О.		
Економічний	Копайгородська Т.Г.		
Охорона праці	Чорновол Н.І.		
Нормоконтроль	Петрашова В.І.		
Старший консультант	Скорнякова О.В.		

7. Дата видачі завдання _____

Керівник

(підпис)

Завдання прийняв до виконання

(підпис)

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/р	Назва етапів дипломного проекту (роботи)	Термін виконання етапів дипломного проекту (роботи)	Відмітка про виконання
1	Розділ 1. Аналітичний розділ дипломного проекту.		
	Огляд існуючих рішень.		
2	Розділ 2. Економічний розрахунок		
3	Розділ 3. Охорона праці		
4	Розробка презентації до дипломної роботи		
5	Чистове оформлення пояснювальної записки		
6	Підготовка доповіді до захисту		
7	Отримання рецензії, відповіді на зауваження		
	Рецензента		
8	Захист роботи		

Дипломник

(підпис)

Керівник

(підпис)

[illegible]

АНОТАЦІЯ

Об'єкт дослідження: об'єктом дослідження є процес створення програм для обробки зображення з використанням засобів Matlab.

Предмет дослідження: предметом дослідження є алгоритми, які існують для обробки зображень.

Мета роботи: Створення програм для обробки зображень з метою дослідження роботи алгоритмів.

Досягнуті результати:

- Вибрані необхідні засоби розробки;
- Визначено алгоритми, які використовуються для обробки зображень.

Ключові слова: алгоритм, обробка, зображення, Matlab, перетворення.

Обсяг: 53 стор., 22 рисунки, 4 табл. , 6 джерел.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		6

ЗМІСТ

ВСТУП	8
МЕТА ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТУ	9
1 АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТУ. ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ РІШЕНЬ.....	10
1.1. Вступ в ряди і перетворення Фур'є.....	10
1.2. Застосування ряду Фур'є та його аналіз.	10
1.3. Перетворення фур'є.....	13
1.3.1 Дискретне перетворення фур'є (дпф) і швидке перетворення фур'є (шпф) .	15
1.3.2 Швидке перетворення Фур'є	16
1.3.3 Фільтрування шуму. Використання ШПФ.	17
1.4. Перетворення Габору.....	19
1.6. Вейвлети і багатомасштабний аналіз	20
1.6. Двумірні перетворення та обробка сигналів	22
1.6.1 Двовимірне вейвлет - перетворення зображень.....	26
1.7 Безперервне вейвлет-перетворення.....	31
1.8 Використання вейвлет-фільтрів у Фур'є-області	39
2 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА	42
3 ОХОРОНА ПРАЦІ	48
ВИСНОВКИ.....	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	54

ВСТУП

В наші дні використання цифрової інформації є одним з основних процесів для отримання, зберігання та відображення будь-якої інформації. На сьогоднішній день без неї неможливе функціонування та розвиток таких найважливіших сфер діяльності людини, як будівництво та енергетика, медицина та освіта, мистецтво та культура, безпека та охорона, політика та управління. Такі пристрої, як комп'ютер, смартфон, ноутбук або будь-який периферійний пристрій працюють з цифровою інформацією.

Цифрова інформація – це інформація, яке може зберігатися у будь-якому комп'ютері. Цифрова інформація зберігає таку інформацію, як назва джерела (файлу), його формат, цифрову вагу та основну інформацію. Майже кожен пристрій, розроблений для роботи з аналоговою та цифровою інформацією може зберігати та обробляти усю інформацію, якщо вона не є пошкодженою, або програмне забезпечення може його обробити.

Для того, щоб людина могла сприймати цю інформацію такою, якою ми її розуміємо, вона обробляється. Обробка такої інформації відбувається за допомогою спеціальних алгоритмів. Як знаємо, алгоритм - це чітка послідовність дій, спрямовану досягнення поставленої мети чи розв'язання завдання. Існують різні алгоритми обробки цієї інформації, і їх дуже багато. У дипломній роботі буде розглянуто використання таких алгоритмів для обробки зображень.

МЕТА ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТУ

Мета проекту - дослідити роботу алгоритмів для обробки зображень. Створити програми, використовуючи ті алгоритми для того, щоб визначити, який алгоритм буде ефективніший за всіх.

Для досягнення мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Визначити, які алгоритми існують для обробки зображень та вивчити їхній принцип роботи.
2. Створити програми, які показуватимуть принцип роботи алгоритму, а також результат обробки на основі вибраних зображень.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		9

1 АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ ДИПЛОМНОГО ПРОЕКТУ. ОГЛЯД ІСНУЮЧИХ РІШЕНЬ.

1.1. Вступ в ряди і перетворення Фур'є

У математичній фізиці та інженерній математиці центральне місце займає перетворення рівнянь у систему координат, в якій вирази спрощуються, розпадаються на частини та стають придатними для обчислень та аналізу. Найголовніше і популярне перетворення координат було відкрито Жаном-Батистом Жозефом Фур'є на початку 1800-х років під час досліджень з теорії тепла. Першопрохідницька робота Фур'є заклала математичні підстави гільбертових просторів, теорії операторів, теорії апроксимації та подальшої революції в аналітичній та обчислювальній математиці. Дане перетворення відіграло важливішу роль, ніж будь-який інший відомий алгоритм. Через ускладнення завдань, наборів даних та обчислювальної геометрії, базиси Фур'є почали замінятися спеціальними базисами, такими як сингулярне розкладання. Базис сингулярного розкладання можна розглядати як прямий аналог базису Фур'є. Для вдосконаленої обробки та стиснення сигналів було запропоновано споріднені функції, названі вейвлетами.

1.2. Застосування ряду Фур'є та його аналіз.

Головний результат аналізу Фур'є у тому, що якщо функція $f(x)$ періодична і частково-гладка, її можна представити рядом Фур'є, нескінченної сумою синусів і косинусів зростаючої частоти.

Якщо $f(x)$ періодична з періодом 2π , її можна записати у вигляді:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)).$$

Коефіцієнти a_k і b_k визначаються за формулами:

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx;$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx;$$

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
						10
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		

Їх можна розглядати як координати, отримані проектуванням функції на базис, утворений ортогональними синусами і косинусами.

$$a_k = \frac{1}{||\cos(kx)||^2} \langle f(x), \cos(kx) \rangle;$$

$$b_k = \frac{1}{||\sin(kx)||^2} \langle f(x), \sin(kx) \rangle,$$

$$\text{де } ||\cos(kx)||^2 = ||\sin(kx)||^2 = \pi.$$

Ряд Фур'є для функції з періодом L на інтервалі $[0, L)$ має такий вигляд:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(\frac{2\pi kx}{L}) + b_k \sin(\frac{2\pi kx}{L})),$$

де коефіцієнти a_k і b_k рівні:

$$a_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos(\frac{2\pi kx}{L}) dx;$$

$$b_k = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin(\frac{2\pi kx}{L}) dx.$$

Ряд Фур'є можна записати в комплексній формі, використовуючи формулу Ейлера, де $e^{ikx} = \cos(kx) + i \sin(kx)$, з комплексними коефіцієнтами $c_k = a_k + i\beta_k$:

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_k + i\beta_k) (\cos(kx) + i \sin(kx)).$$

Таким чином, функції $\psi_k = e^{ikx}$ для $k \in \mathbb{Z}$ утворюють базис простору періодичних комплексних функцій на інтервалі $[0, 2\pi)$.

Можна вважати, що ряд Фур'є – це просто уявлення функції $f(x)$ координатами в нескінченному просторі функцій, натягнутому на ортогональний базис, складений із синусів та косинусів ($\psi_k = e^{ikx} = \cos(kx) + i \sin(kx)$):

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \psi_k(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle f(x), \psi_k(x) \rangle \psi_k(x).$$

Коефіцієнти обчислюються за такою формулою $c_k = (1/2\pi) \langle f(x), \psi_k(x) \rangle$.

Як приклад буде показано використання ряду Фур'є для апроксимації безперервної трикутної функції, визначеної на інтервалі від $-\pi$ до π :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, \pi/2] \\ 1 + 2x/\pi, & x \in [-\pi/2, 0] \\ 1 - 2x/\pi, & x \in [0, \pi/2] \\ 0, & x \in [\pi/2, \pi] \end{cases}$$

Оскільки це парна функція, її можна апроксимувати одними косинусами.

Лістинг 1.1 - Апроксимація трикутної функції за допомогою ряду Фур'є

```
dx=0.001;
L = pi;
x = (-1+dx:dx:1)*L;
n = length (x);
nquart = floor(n/4);

f = 0 * x;
f(nquart:2*nquart) = 4*(1:nquart+1)/n;
f(2*nquart+1:3*nquart) = 1-4*(0:nquart-1)/n;
plot(x, f, 'k', 'LineWidth',1.5), hold on

CC = Jet (20);
A0 = sum(f.*ones(size(x)))*dx;
fFS = A0/2;
for k=1:20
    A(k) = sum(f.*cos(pi*k*x/L))*dx;
    B(k) = sum(f.*sin(pi*k*x/L))*dx;
    fFS = fFS + A (k) * cos (k * pi * x / L) + B (k) * sin (k * pi * x / L);
    plot(x, fFS, '-', 'Color'CC(k,:), 'LineWidth',1.2)
end
```

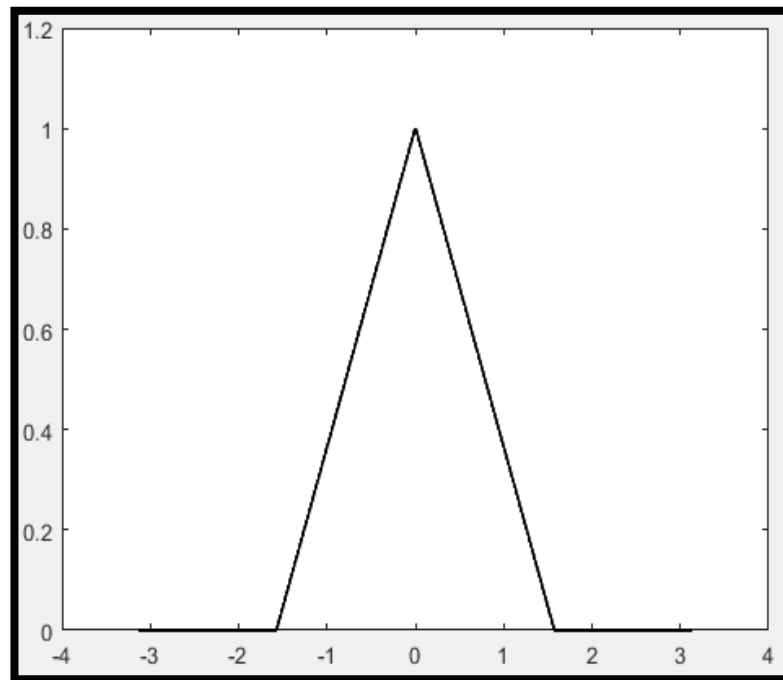


Рисунок 1.1 - Апроксимація трикутної функції за допомогою ряду Фур'є.

1.3. Перетворення Фур'є

Інтегральне перетворення Фур'є є межа ряду Фур'є, коли довжина області визначення прагне нескінченності. Це дозволяє визначити неперіодичну функцію по всій осі $(-\infty, \infty)$. Далі розглядатиметься ряд Фур'є на інтервалі $x \in [-L, L]$ і покладемо $L \rightarrow \infty$. У цій області визначення ряд Фур'є має вигляд:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(\frac{k\pi x}{L}) + b_k \sin(\frac{k\pi x}{L})] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\pi x/L},$$

де коефіцієнти рівні:

$$c_k = \frac{1}{2L} \langle f(x), \psi_k \rangle = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L f(x) e^{-ik\pi x/L} dx.$$

Далі можна уявити суму синусів і косинусів з дискретним набором частот $\omega = k\pi/L$. При переході до межі при $L \rightarrow \infty$ дискретний набір частот стає безперервним діапазоном частот:

$$f(x) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-\pi/\Delta\omega}^{\pi/\Delta\omega} f(\xi) e^{-ik\Delta\omega\xi} d\xi e^{ik\Delta\omega x}.$$

При початку межі вираз $\langle f(x), \psi_k(x) \rangle$ стає перетворенням Фур'є функції $f(x)$. А підсумовування із вагою $\Delta\omega$ стає інтегралом Рімана, ми отримуємо:

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{f}(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega x} d\omega;$$

$$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(f(\omega)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx.$$

Ці два інтеграли називаються парою перетворень Фур'є. Обидва інтеграли сходяться, якщо вони інтегровані по Лебегу, $f, \hat{f} \in L_1(-\infty, \infty)$

Перетворення Фур'є дуже корисно через ряд властивостей. Ці характеристики завжди застосовуються в аналізі даних та наукових розрахунках.

Перетворення Фур'є похідної функції виглядає так:

$$\mathcal{F}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \int_{-\infty}^{\infty} f'(x) e^{-i\omega x} dx = \dots = i\omega \mathcal{F}(f(x)).$$

Це надзвичайно важлива властивість перетворення Фур'є, оскільки воно дозволяє перетворити диференціальні рівняння на приватні похідні на звичайні диференціальні рівняння, що тісно пов'язане з поділом змінних:

$$u_{tt} = cu_{xx} \xrightarrow{\mathcal{F}} u_{tt} = -c\omega^2 \hat{u}.$$

Перетворення Фур'є – це лінійний оператор:

$$\mathcal{F}(\alpha f(x) + \beta g(x)) = \alpha \mathcal{F}(f) + \beta \mathcal{F}(g);$$

$$\mathcal{F}^{-1}(\alpha f(\omega) + \beta g(\omega)) = \alpha \mathcal{F}^{-1}(f) + \beta \mathcal{F}^{-1}(g).$$

Теорема Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(\omega)|^2 d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx.$$

Ця властивість тісно пов'язана з унітарністю, тобто скалярне твір двох функцій до і після перетворення Фур'є однаково. Воно корисне також для апроксимації та усічення, оскільки дає можливість обмежити помилку при заданому усіченні.

Згортка двох функцій особливо добре поводитьися в частотній області Фур'є, оскільки перетворюється на твір перетворених функцій. Визначимо згортку $f * g$ двох функцій $f(x)$ та $g(x)$:

$$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \xi) g(\xi) d\xi.$$

Вважаючи, що отримуємо: $\hat{f} = \mathcal{F}(f), \hat{g} = \mathcal{F}(g)$

$$\mathcal{F}^{-1}(\hat{f} \hat{g})(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) \hat{g}(\omega) e^{i\omega x} d\omega = \dots$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} g(y) f(x - y) dy = g * f = f * g.$$

Таким чином, множенню функцій частотної області відповідає згортка в просторовій області.

1.3.1 Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) і швидке перетворення Фур'є (ШПФ)

Працюючи з реальними даними, необхідно апроксимувати перетворення Фур'є для дискретних векторів. Дискретне перетворення Фур'є – це дискретизований варіант ряду Фур'є для векторів даних, отриманих дискретизацією функції $f(x)$ з постійним кроком Δx .

ДПФ корисний для чисельної апроксимації та обчислень, але погано масштабується на дуже великі $n \gg 1$, оскільки при застосуванні відбувається множення на матрицю $n \times n$, яка вимагає $O(n^2)$ операцій. У 1965 році Джеймс Кулі та Джон Тьюкі розробили революційний алгоритм швидкого перетворення Фур'є зі складністю $O(n \log(n))$. При великих n логарифм $\log(n)$ зростає повільно, за рахунок чого час роботи алгоритму наближається до лінійного. Це перетворення застосовується до цього дня.

Дискретне перетворення Фур'є описується формулою:

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j e^{-i2\pi jk/n},$$

а зворотне дискретне перетворення Фур'є (ОДПФ) – формулою:

$$f_k = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \hat{f}_j e^{-i2\pi jk/n}.$$

При заданій кількості точок n ДПФ представляє дані за допомогою синусів і косинусів цілих кратних основної частоти. Таким чином, ДПФ можна обчислити шляхом множення на матрицю. $\omega_n = e^{-2\pi i/n}$.

Вихідний вектор містить коефіцієнти Фур'є для вхідного вектора f , а матриця ДПФ F це унітарна матриця Вандермонда. Матриця F комплексна, тому вихідний вектор має абсолютну величину і фазу, і обидві вони мають корисну фізичну інтерпретацію. Дійсна частина матриці F показується на рис. 2.1 для $n = 256$. Кожен рядок і стовпець – це косинус із частотою, що збільшується. $\hat{f}\hat{f}$

Лістинг 1.2 - Створення матриці дискретного перетворення Фур'є

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		15

```

close all
n = 256;
w = exp(-1i * 2 * pi / n);

for i=1:n
    for j=1:n
        DFT(i,j) = w^((i-1)*(j-1));
    end
end

[I,J] = meshgrid(1:n, 1:n);
DFT = w.^((I-1).*(J-1));
imagesc(real(DFT))

```

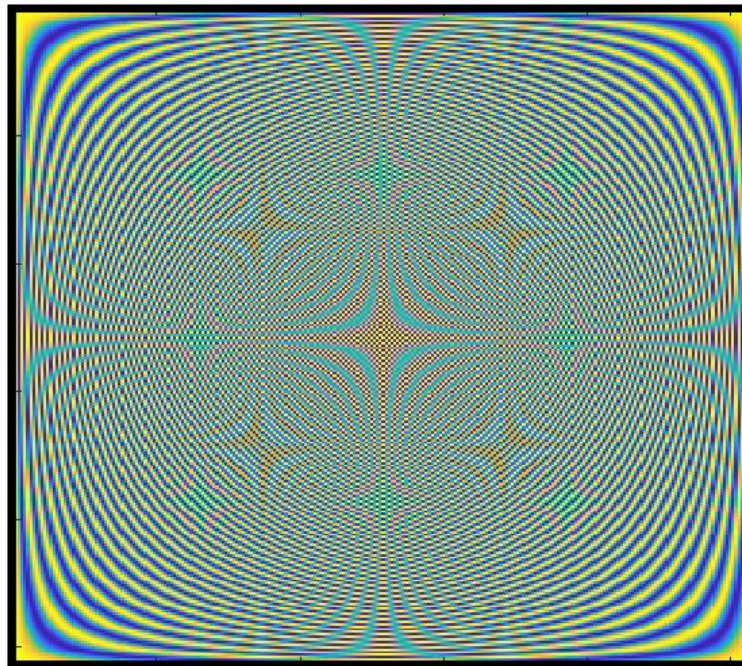


Рисунок 1.2 - Дійсна частина матриці ДПФ при $n = 256$

1.3.2 Швидке перетворення Фур'є

Обчислювальна складність швидкого перетворення Фур'є становить $O(n \log(n))$, що дозволяє застосовувати його у дуже широкому колі додатків, включаючи стиснення звуку та зображень у форматах MP3 та JPG, потокове відео, супутниковий зв'язок та стільникові мережі – і це лише мала частина. На прикладі деякого 10-секундного запису, вектор якого має довжину $n = 4.41 \times 10^5$, обчислення ДПФ з використанням множення на матрицю вимагало б приблизно 2×10^{11} (200 млрд.) операцій множення, тоді як ШПФ вимагає 6×10^6 операцій множення. У цьому випадку ШПФ швидше за ДПФ більше, ніж у 30 000 разів.

Для використання ШПФ у Matlab використовує функцію `fft()`.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		16

1.3.3 Фільтрування шуму. Використання ШПФ.

У даному прикладі розглядатиметься використання ШПФ для очищення сигналу від шуму. Дана функція часу:

$$f(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t),$$

де частоти $f_1 = 50$ і $f_2 = 120$. До сигналу додається сильний білий шум Гауса.

Для очищення шуму буде використовуватися команда `fft` Matlab.

Лістинг 1.3 – Застосування швидкого перетворення Фур'є для очищення сигналу від шуму

```
dt=.001;

t = 0: dt: 1;
f = sin (2 * pi * 50 * t) + sin (2 * pi * 120 * t);
f = f + 5 * randn (size (t));

n = length (t);
fhat = fft (f, n);
PSD = fhat. * conj (fhat) / n;
freq = 1/(dt*n)*(0:n);
L = 1:floor(n/2);
indices = PSD> 100;
PSDclean = PSD.*indices;
fhat = indices.*fhat;
ffilt = ifft (fhat);

subplot(3,1,1)
plot(t,f,'r','LineWidth',1.2), hold on
plot(t,f,'k','LineWidth',1.5)
legend('Noisy','Clean')

subplot(3,1,2)
plot(t,f,'k','LineWidth',1.5), hold on
plot(t,ffilt,'b','LineWidth',1.2)
legend('Clean','Filtered')

subplot(3,1,3)
plot(freq(L),PSD(L),'r','LineWidth',1.5), hold on
plot(freq(L),PSDclean(L),'-b','LineWidth',1.2)
legend('Noisy','Filtered')
```

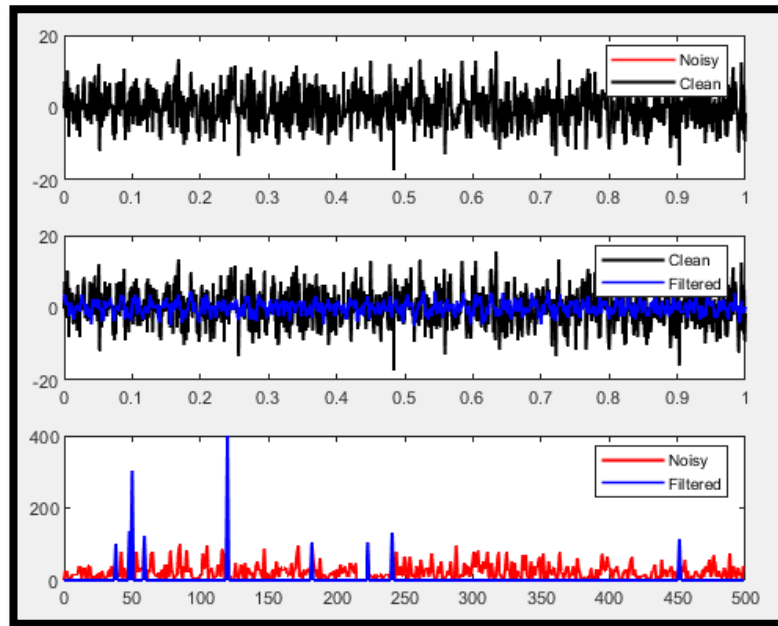


Рисунок 1.3 – Очищення сигналу від шуму за допомогою ШПФ.

Одностороннє хвильове рівняння виглядає так:

$$u_t + cu_x = 0,$$

де $u(t, x)$ - розподіл температури у часі та просторі. Будь-яка початкова умова $u(0, x)$ просто поширюється праворуч у часі зі швидкістю c , оскільки $u(t, x) = u(0, x - ct)$ є рішенням. Далі був створений приклад використання даного рівняння та побудова його графіка в Matlab. Для переупорядкування хвильових чисел використовується команда `fftshift`.

Лістинг 1.4 – Програма моделювання одностороннього хвильового рівняння за допомогою перетворення Фур'є

```
c = 2;
L = 20;
N = 1000;
dx = L/N;
x = -L/2:dx:L/2-dx;

kappa = (2*pi/L)*[-N/2:N/2-1];
kappa = fftshift(kappa');

u0 = sech(x);
uhat0 = fft(u0);

dt=0.025;
t = 0: dt: 100 * dt;
[t,uhat] = ode45(@(t,uhat) rhsWave(t,uhat,kappa,c),t,uhat0);

[t,u] = ode45(@(t,u) rhsWaveSpatial(t,u,kappa,c),t,u0);
```

1.4. Перетворення Габора

Перетворення Габора, відоме як віконне перетворення Фур'є (ВПФ), обчислює ШПФ в гаусовому вікні, що ковзає. ВПФ дозволяє локалізувати частотний склад у часі та отримати спектрограму (графік залежності частоти від часу). ВПФ обчислюється за такою формулою:

$$\mathcal{G}(f)(t, \omega) = \hat{f}_g(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-i\omega\tau} \bar{g}(\tau - t) d\tau = \langle f, g_{t, \omega} \rangle,$$

де $g_{t, \omega}(\tau)$ визначено як:

$$g_{t, \omega}(\tau) = e^{i\omega\tau} g(\tau - t).$$

Функція $g(t)$ називається ядром і визначається як:

$$g(t) = e^{-(t-\tau)^2/a^2}.$$

Параметр a визначає ширину ковзного вікна перетворення Фур'є, а τ - Його центр.

Зворотнє ВПФ описується формулою:

$$f(t) = \mathcal{G}^{-1}(\hat{f}_g(t, \omega)) = \frac{1}{2\pi \|g\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_g(t, \omega) g(t - \tau) e^{i\omega\tau} d\omega d\tau.$$

Як приклад була побудована наступна функція, що визначається як косинус із частотою коливань, що квадратично залежить від часу:

$$f(t) = \cos(2\pi t \omega(t)), \text{ где } \omega(t) = \omega_0 + (\omega_1 - \omega_0) t^2 / 3t_1^2.$$

Частота змінюється від ω_0 при $t = 0$ до ω_1 при $t = t_1$. Для побудови спектрограми використовується команда `spectrogram`.

Лістинг 1.5 – Спектрограма сигналу із квадратичною частотною модуляцією

```
t = 0:0.001:2;
f0 = 50;
f1 = 250;
t1 = 2;
x = chirp(t, f0, t1, f1, 'quadratic');
x = cos(2*pi*t.*(f0 + (f1-f0)*t.^2/3*(t1^2)));
spectrogram(x, 128, 120, 128, 1e3, 'yaxis')
```

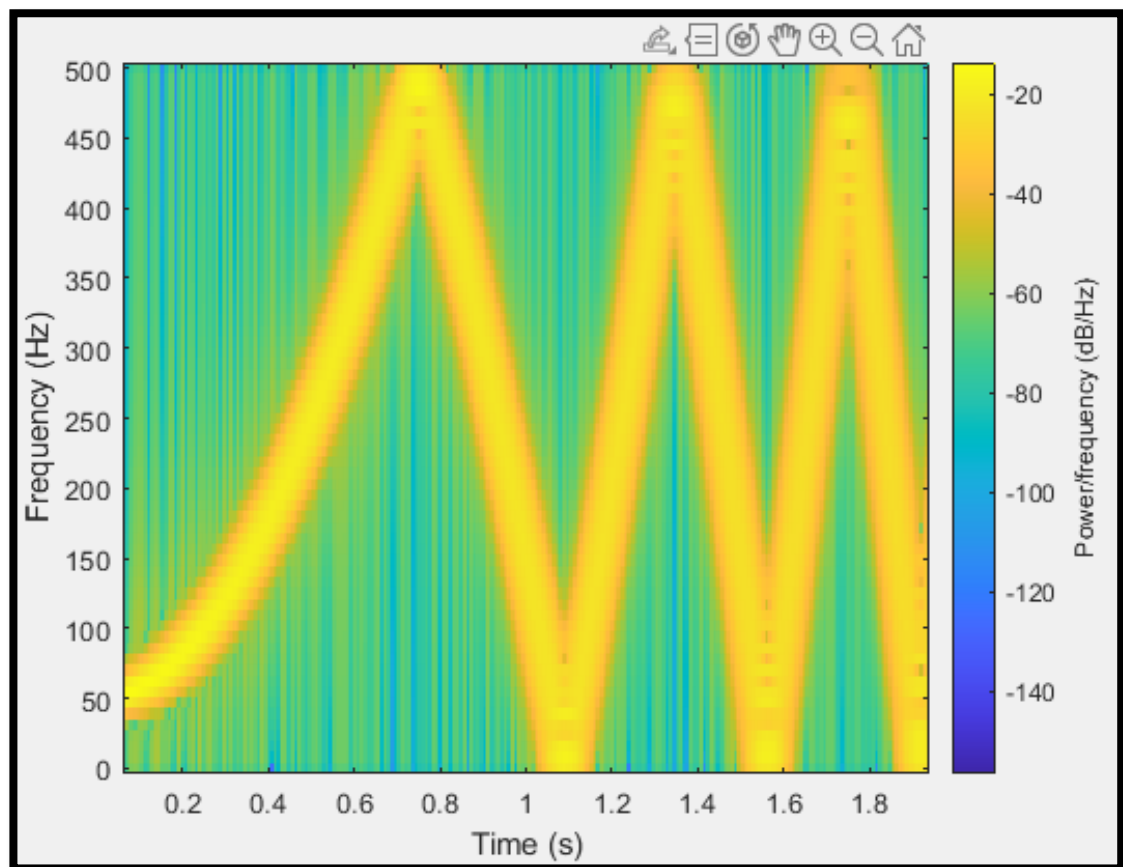


Рисунок 1.4 – Спектрограма сигналу із квадратичною частотною модуляцією.

1.6. Вейвлети і багатомасштабний аналіз

Вейвлети поширюють ідеї аналізу Фур'є більш загальні ортогональні базиси і дозволяють частково подолати вищезгаданий принцип невизначеності рахунок використання великомасштабного розкладання. Цей підхід дає можливість мати різну точність у часі та частоті в різних частотних діапазонах, що особливо корисно при розкладанні складних сигналів, що виникають у великомасштабних процесах, що зустрічаються в кліматології, нейро-науках, епідеміології, фінансах та вивченні турбулентності. Зображення та звукові сигнали також піддаються вейвлет-аналізу, який нині є основним методом стиснення зображень.

Основна ідея вейвлет-аналізу – почати з функції $\psi(t)$, яка називається материнським вейвлетом, і побудувати сімейство, що виходить застосуванням до цієї функції зсуву та масштабування:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right).$$

Параметри a і b визначають величину масштабування та зсуву функції ψ відповідно. Наприклад, можна вибрати a і b , щоб масштабована і зсунута функція поміщалася в один сегмент. Якщо ці функції ортогональні, то базис можна використовувати для проектування, як у перетворенні Фур'є.

Найпростіший приклад – вейвлет Хаара, запропонований 1910 року:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq t < 1 \\ 0 & \text{в іншому випадку} \end{cases}$$

Якщо рівень кожної наступної частоти виходить розподілом попереднього рівня навпіл, то результуючі вейвлети Хаара будуть ортогональні і утворюють ієрархічний базис сигналу.

Властивість ортогональності вейвлетів є критично важливою для розробки дискретного вейвлет-перетворення. Але спочатку буде розглянуто безперервне вейвлет-перетворення. Воно визначається формулою:

$$\mathcal{W}_\psi(f)(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}_{a,b}(t) dt,$$

де $\bar{\psi}_{a,b}$ позначає комплексне сполучення $\psi_{a,b}$. Це справедливо лише для функцій $\psi(t)$, що задовольняють властивості обмеженості:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\bar{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty.$$

Зворотнє вейвлет перетворення обчислюється за такою формулою:

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{W}_\psi(f)(a,b) \psi_{a,b}(t) \frac{1}{a^2} da db.$$

Нові вейвлети можна також генерувати застосуванням згортки $\psi * \varphi$ за умови, що ψ – вейвлет, а φ – обмежена функція, що інтегрується. Крім вейвлета Хаара, є багато інших материнських вейвлетів ψ , що мають різні властивості. Наприклад, вейвлет «сомбреро» визначено так:

$$\psi(t) = (1 - t^2)e^{-t^2/2};$$

$$\hat{\psi}(\omega) = \sqrt{2\pi}\omega^2 e^{-\omega^2/2}.$$

Як і у разі перетворення Фур'є та Габора, при обчисленні вейвлет-перетворення даних необхідна дискретизована версія. Дискретне вейвлет-перетворення (DWT) визначається за такою формулою:

$$\mathcal{W}_{\psi}(f)(j, k) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\psi}_{j,k}(t) dt,$$

де (t) - дискретне сімейство вейвлетів: $\psi_{j,k}$

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{a^j} \psi\left(\frac{t-kb}{a^j}\right).$$

Якщо це сімейство ортогональне так само, як вейвлети Хаара, то існує і єдине розкладання функції $f(t)$ з цього базису:

$$f(t) = \sum_{j,k=-\infty}^{\infty} \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \psi_{j,k}(t).$$

За допомогою масштабування та зсуву заданої фігури уперек сигналу можна ефективно виділяти великомасштабні структури та будувати з них ієрархію, що забезпечує оптимальний компроміс між тимчасовим та просторовим дозволами. Ця загальна процедура широко застосовується в обробці зображень та звуку, стиску інформації, наукових розрахунках, машинному навчанні тощо.

1.6. Двумірні перетворення та обробка сигналів

Перетворення Фур'є та вейвлет-перетворення можуть використовуватися також для обробки двовимірних та тривимірних сигналів. Дані перетворення мали великий вплив на обробку та стиснення зображень, що є великою причиною для дослідження перетворень у просторах високої розмірності.

Для двовимірного перетворення Фур'є матриці $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$ необхідно спочатку застосувати одномірне перетворення Фур'є до кожного рядка матриці, а потім до кожного стовпця проміжної матриці. Якщо змінити порядок, тобто спочатку застосувати перетворення Фур'є до рядків, а потім до стовпців, результат не зміниться.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		22

Лістинг 1.6 – Виконання двовимірного перетворення Фур'є шляхом застосування одновимірного ШПФ до рядків та стовпців.

```
A = imread('C:\Users\Віталій\Desktop\Мої
файли\Matlab\DataAnalysis\Images\Nature.jpg');
B = rgb2gray(A);
subplot(1,3,1), imagesc(B);

for j=1:size(B,1);
    Cshift(j,:)= fftshift(fft(B(j,:)));
    C(j,:) = (fft(B(j,:)));
end
subplot(1,3,2), imagesc(log(abs(Cshift)))

for j=1:size(C,2);
    D(:,j) = fft(C(:,j));
end
subplot(1,3,3), imagesc(fftshift(log(abs(D))))

D = fft2 (B);
```

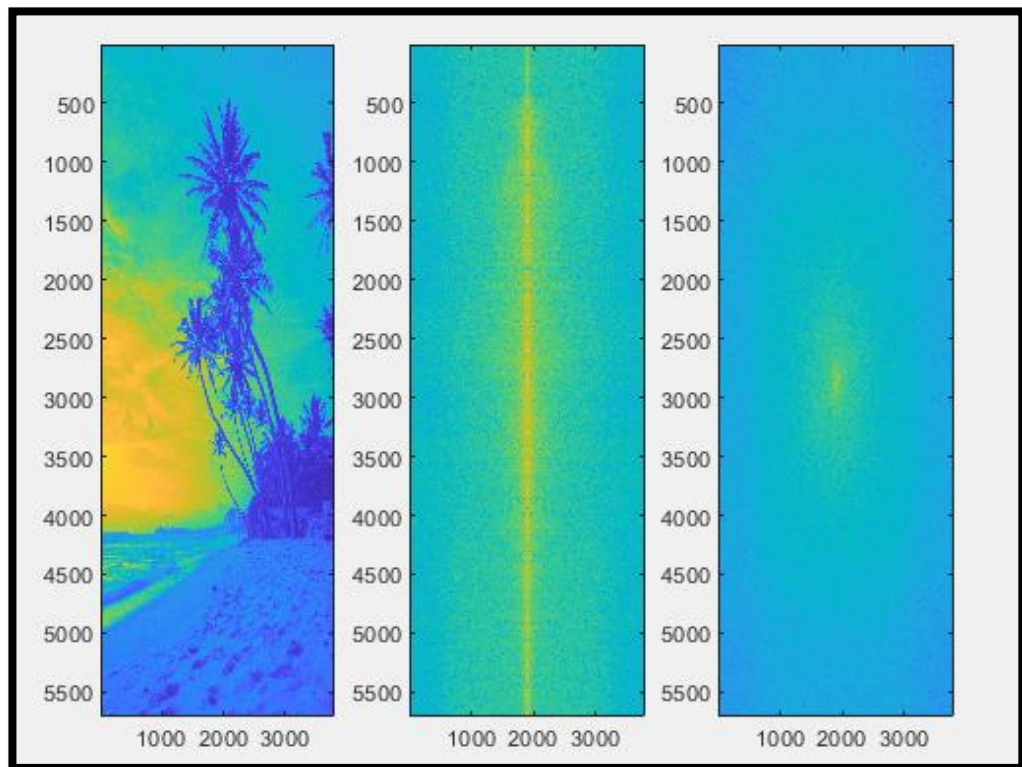


Рисунок 1.5 - Обчислення ШПФ для кожного рядка, потім для кожного стовпця проміжної матриці.

Двовимірне ШПФ ефективно для стиснення зображень, тому що багато коефіцієнтів Фур'є малі і ними можна знехтувати без втрати якості. А зберігати і передавати потрібно лише деякі великі коефіцієнти Фур'є.

Лістинг 1.7 – Стиснення зображень за допомогою ШПФ.

```
A = imread('C:\Users\Віталій\Desktop\Мої
файли\Matlab\DataAnalysis\Images\Nature.jpg');
B = rgb2gray(A);
Bt = fft2 (B);
Btsort = sort(abs(Bt(:)));

for keep=[.1.05.01.002];
    thresh = Btsort(floor((1-keep)*length(Btsort)));
    ind = abs(Bt)>thresh;
    Atlow = Bt. * ind;
    Alow = uint8(iff2(Atlow));
    figure, imshow(Alow)
end
```

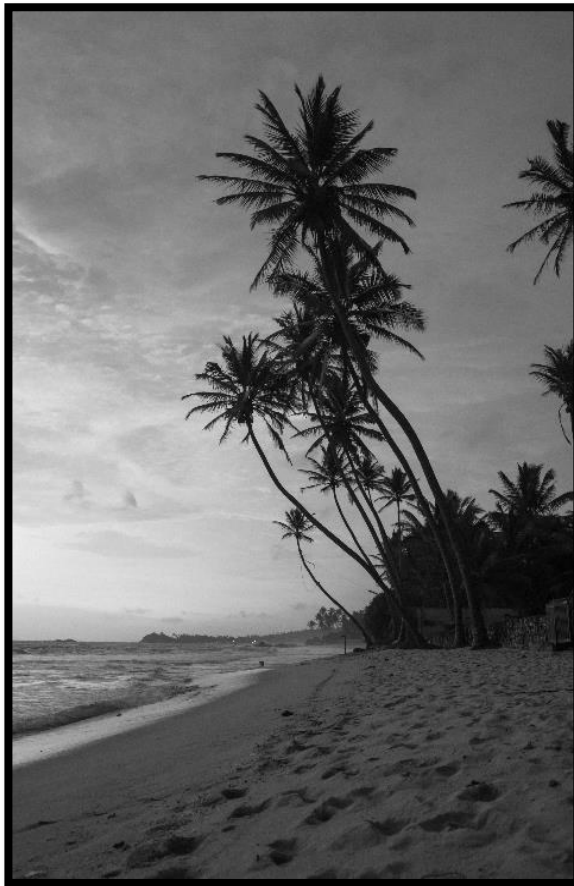


Рисунок 1.6 – Повне зображення



Рисунок 1.7 – 5.0% ШПФ



Рисунок 1.8 – 1.0% ШПФ



Рисунок 1.9 – 0.2% ШПФ

Не можна не згадати, що ШПФ також застосовується для очищення від шуму та фільтрації сигналів, оскільки виділити та обробити конкретні частотні смуги дуже просто. У наступному прикладі демонструється застосування порогового фільтра для очищення зображення, до якого було додано гауси шум. У цьому прикладі шум особливо помітний на верхніх частотах, тому ми відкидаємо коефіцієнти Фур'є, які не належать заданому діапазону нижніх частот.

Лістинг 1.8 – Очищення зображення від шуму за допомогою ШПФ

```
A = imread('C:\Users\Віталій\Desktop\Мої
файли\Matlab\DataAnalysis\Images\Nature.jpg');
B = rgb2gray(A);
Bnoise = B + uint8(200*randn(size(B)));
Bt = fft2 (Bnoise);
Btshift = fftshift (Bt);
F = log(abs(Btshift)+1);

subplot(2,2,1), imagesc(Bnoise)
subplot(2,2,2), imagesc(F)

[nx, ny] = size (B);
[X,Y] = meshgrid(-ny/2+1:ny/2,-nx/2+1:nx/2);
R2 = X.^2+Y.^2;
```

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		25

```
ind = R2<150^2;

Btshiftfilt = Btshift.*ind;
Ffilt = log(abs(Btshiftfilt)+1);
subplot(2,2,4), imagesc(Ffilt)
Btfilt = ifftshift (Btshiftfilt);

Bfilt = ifft2 (Btfilt);
subplot(2,2,3), imagesc(uint8(real(Bfilt)))
```

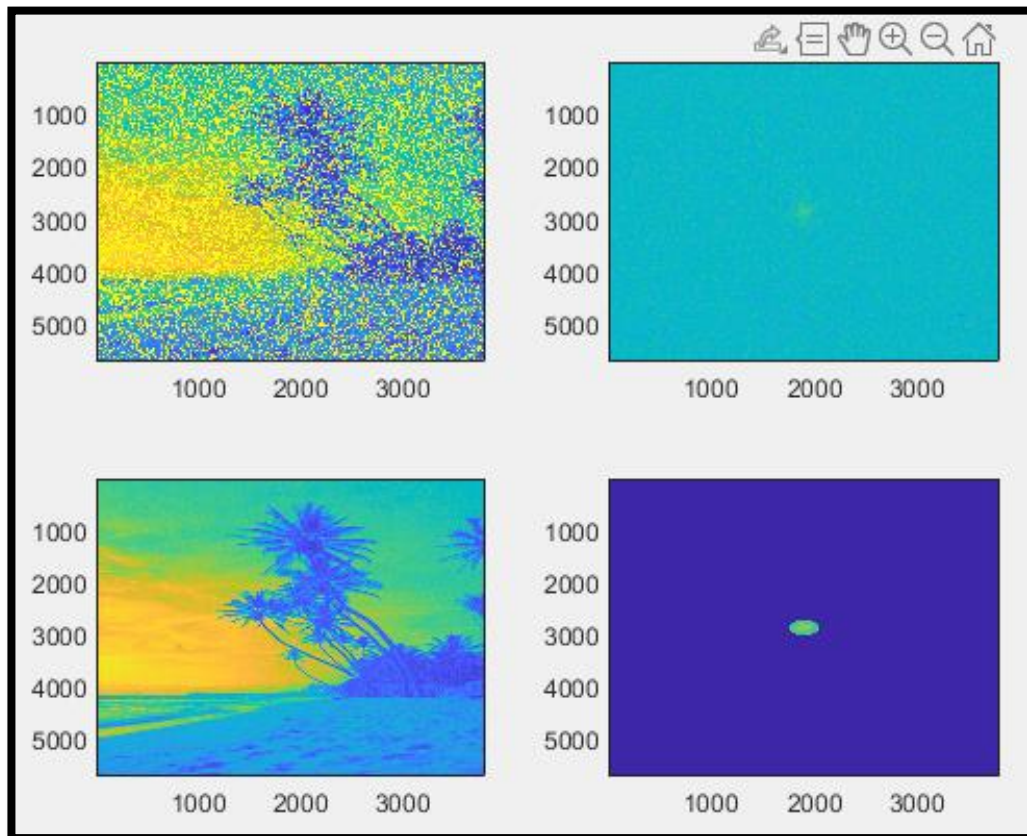


Рисунок 1.10 – Очищення зображення від шуму шляхом відкидання високочастотних коефіцієнтів Фур'є, що опинилися поза заданим діапазоном.

1.6.1 Двовимірне вейвлет - перетворення зображень

Як і ШПФ, дискретне вейвлет-перетворення широко застосовується для обробки та стиснення зображень. Наступна програма обчислює вейвлет перетворення зображення. Добре видно ієрархічну природу розкладання по вейвлетах. У верхньому лівому куті правого малюнка показано те саме зображення в низькій роздільній здатності, а наступні ознаки додають більш точні деталі.

Лістинг 1.9 - Приклад дворівневого розкладання по вейвлет.

```
A = imread('C:\Users\Віталій\Desktop\Мої
файли\Matlab\DataAnalysis\Images\Nature.jpg');
B = rgb2gray(A);
n = 2; w = 'db1';
[C,S] = wavedec2(B,n,w);

A1 = appcoef2(C,S,w,1);
[H1, V1, D1] = detcoef2('a',C,S,1);
A1 = wcodemat(A1,128);
H1 = wcodemat(H1,128);
V1 = wcodemat(V1,128);
D1 = wcodemat(D1,128);

A2 = appcoef2(C,S,w,1);
[H2, V2, D2] = detcoef2('a',C,S,1);
A2 = wcodemat(A2,128);
H2 = wcodemat(H2,128);
V2 = wcodemat(V2,128);
D2 = wcodemat(D2,128);

dec2 = [A2 H2; V2 D2];
dec1 = [imresize(dec2,size(H1)) H1; V1 D1];
image(dec1);
```

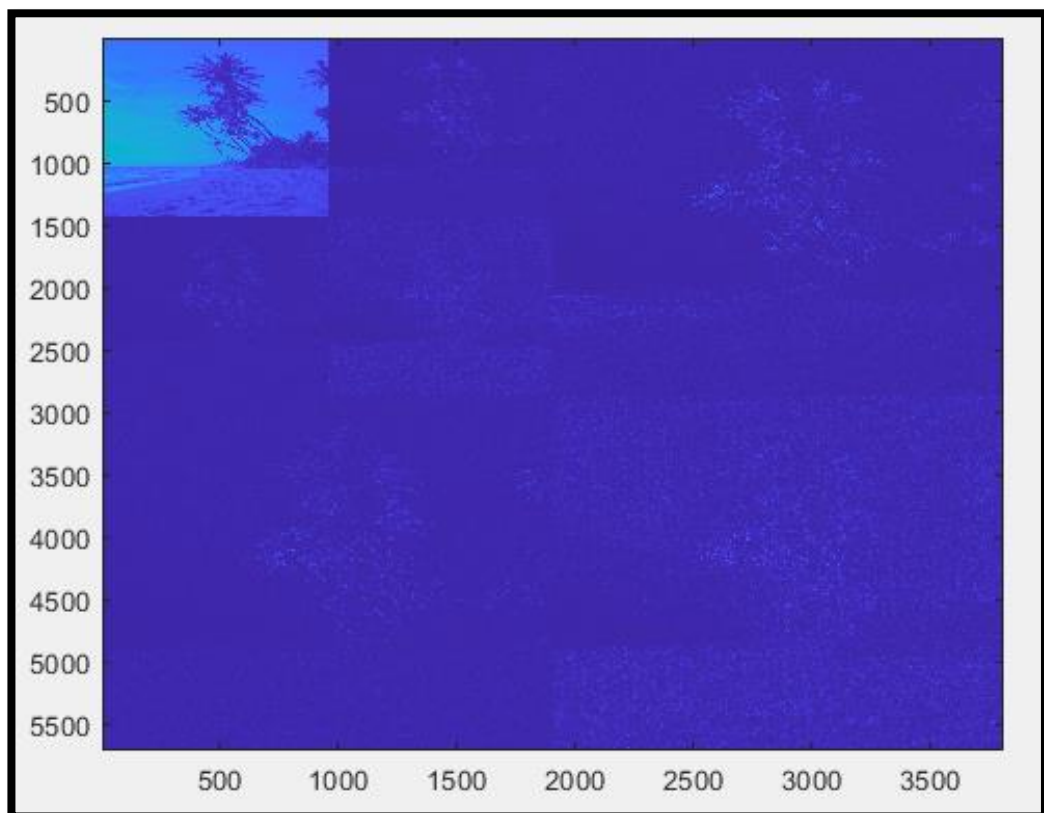


Рисунок 1.11 - Три рівні дискретного вейвлет-перетворення.

У наступному прикладі буде показано кілька варіантів стисненого зображення за різних коефіцієнтів стиснення. Ієрархічне уявлення даних при вейвлет-перетворенні ідеально підходить для стиснення зображень. Навіть за агресивного стиснення, коли залишається лише 0.5% коефіцієнтів DWT, основні ознаки зображення зберігаються. Тому навіть під час передачі даних по каналу обмеженої пропускної спроможності, коли багато інформації відкидається, більшість важливих ознак даних передаються.

Лістинг 1.10 – Застосування вейвлет-перетворень для стиснення зображень.

```
A = imread('C:\Users\Віталій\Desktop\Мої
файли\Matlab\DataAnalysis\Images\Nature.jpg');
B = rgb2gray(A);
[C,S] = wavedec2(B,4,'db1');
Csort = sort(abs(C(:)));

for keep = [.1.05.01.005]
    thresh = Csort(floor((1-keep)*length(Csort)));
    ind = abs(C)>thresh;
    Cfilt = C. * ind;
    Arecon = uint8(waverec2(Cfilt,S,'db1'));
    figure, imagesc(uint8(Arecon))
end
```

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		28

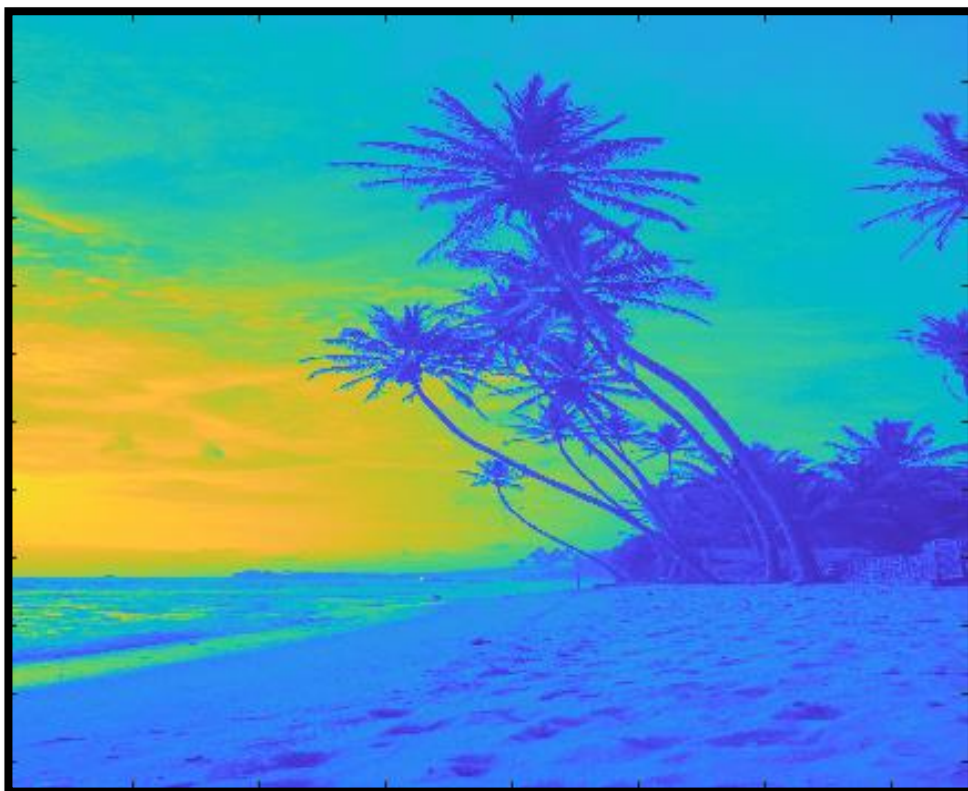


Рисунок 1.12 – Повне зображення

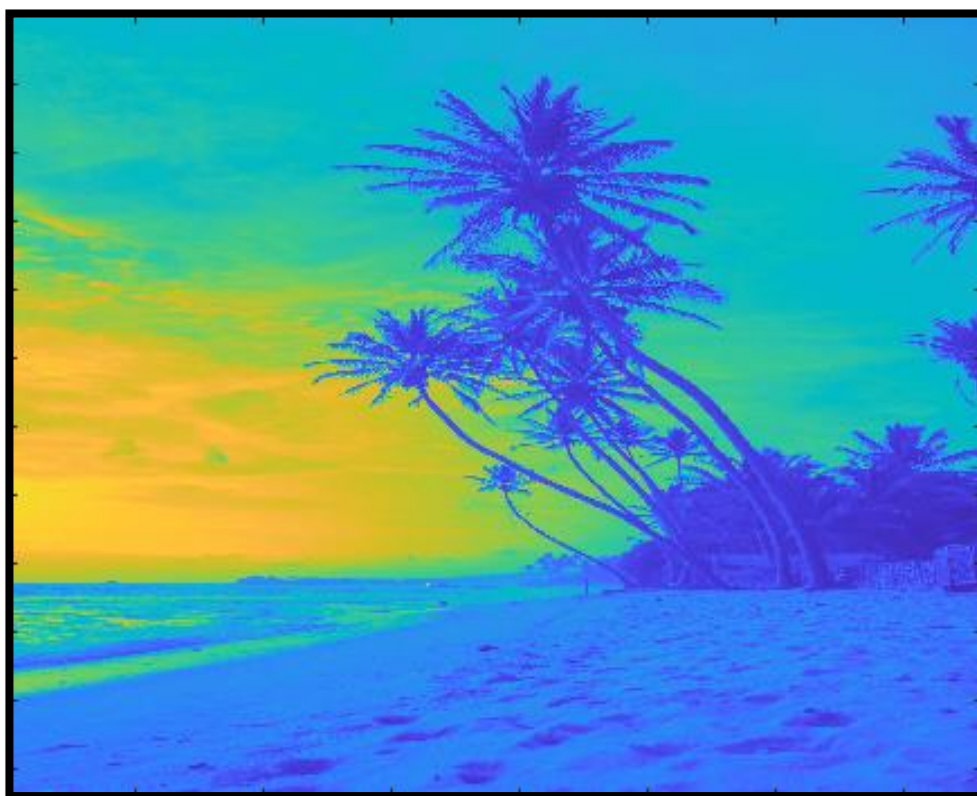


Рисунок 1.13 - 5.0% DWT

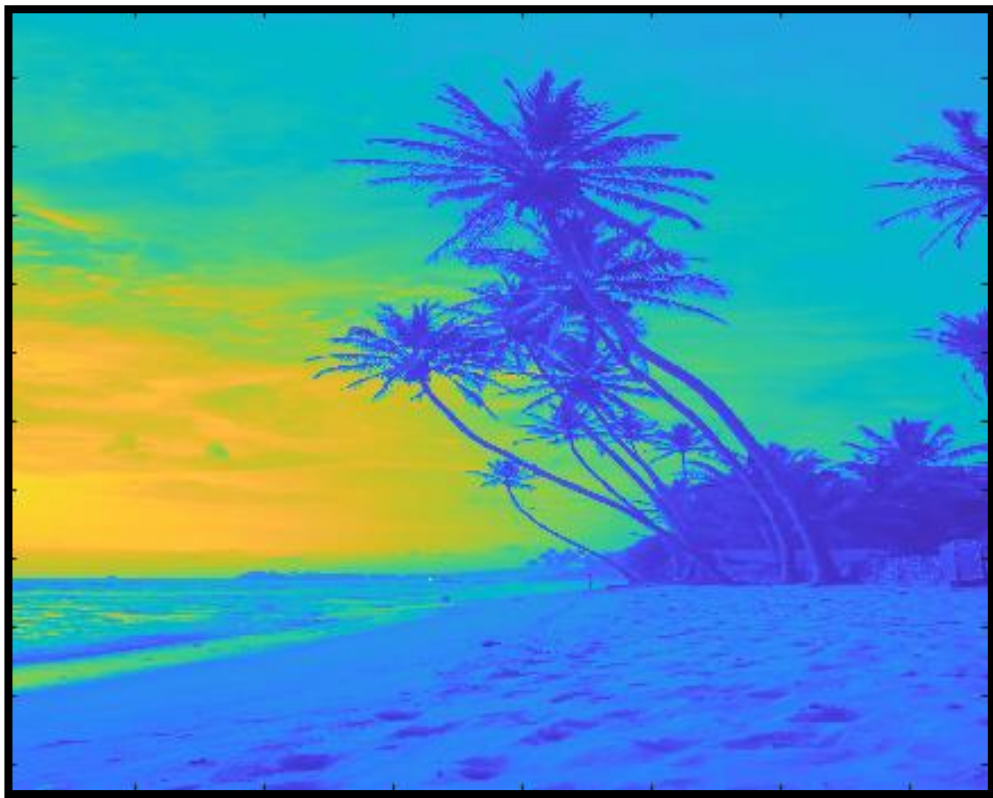


Рисунок 1.14 – 1.0% DWT

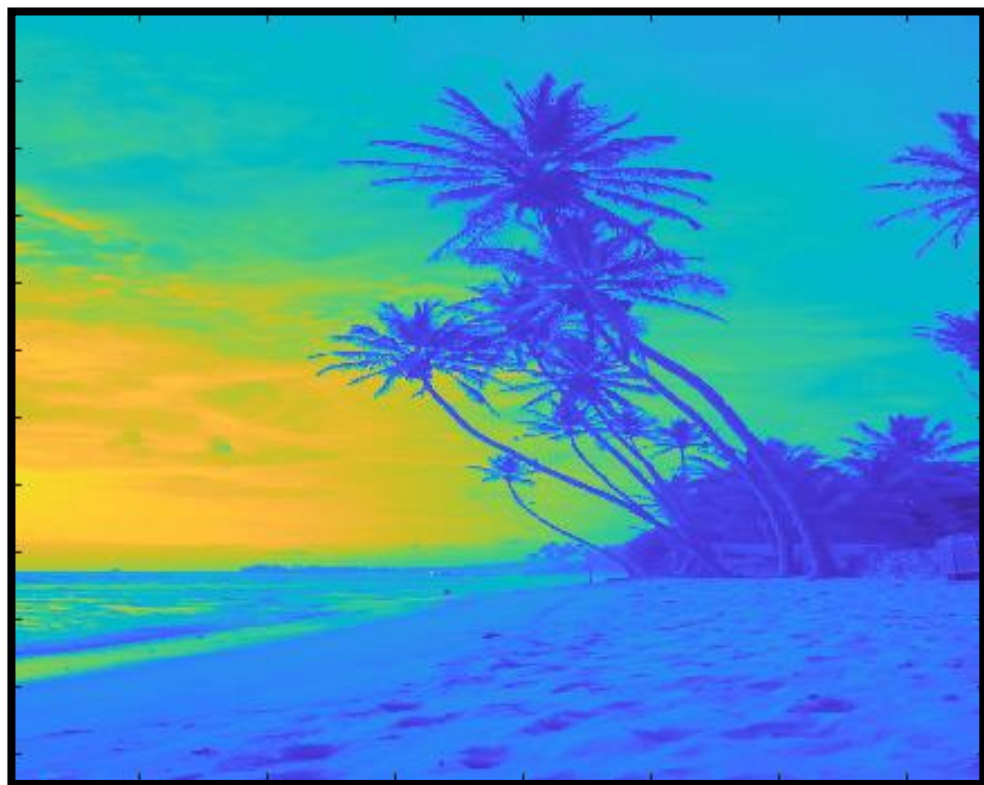


Рисунок 1.15 – 0.2% DWT

1.7 Безперервне вейвлет-перетворення

Основним засобом аналізу стаціонарних безперервних сигналів є перетворення Фур'є безперервного часу (CTFT):

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx, \quad (1)$$

де $f(x)$ - вихідний сигнал, а $F(\omega)$ - його перетворення Фур'є.

З практичної точки зору, CTFT має низку недоліків. По-перше, для отримання перетворення по одній частоті потрібна інформація про сигнал у будь-який час. По-друге, практично не всі сигнали стаціонарні. Пік сигналу в часовій області пошириться на всі частоти. Для подолання цих недоліків запроваджується віконне перетворення Фур'є (STFT):

$$STFT_f(\omega, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} w(x - b) dx, \quad (2)$$

де $f(x - b)$ - локальна функція вікна, яка зсувається вздовж тимчасової осі. Перетворення стає залежним від часу і в результаті виходить просторово-часовий опис сигналу. Недоліком STFT є те, що в ньому використовується фіксоване вікно, яке неможливо адаптувати до локальних особливостей сигналу.

Вейвлет-перетворення, розглянуте нижче, вирішує проблему. Безперервне вейвлет-перетворення (CTWT) є скалярним твіром вихідної функції та базисних функцій:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), a \in R^+, b \in R, \quad (3)$$

так що

$$CTWT_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) f(x) dx. \quad (4)$$

Базові функції визначені на певному інтервалі. Вони й називаються вейвлетами. Їх можна розглядати як масштабування та зсув деякої функції-прототипу. Параметр b відповідає за розташування у часі, а a - за масштаб. Великі значення a відповідають низьким частотам, менші високим. $\psi_{a,b} \in L^2(R)$ $\psi(x)$

Для того, щоб було можливе зворотне перетворення, функція $\psi(x)$ повинна задовольняти таку умову:

$$C_{\psi} = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty, \quad (5)$$

де $\Psi(\omega)$ - перетворення Фур'є функції $\psi(x)$.

Якщо $\psi(x)$ - локальна функція, що задовольняє цій умові, то її середнє значення дорівнює нулю і зворотне перетворення має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} CTWT_f(a, b) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2}. \quad (6)$$

Параметри a та b змінюються безперервно, тому безліч базисних функцій надмірно. Необхідна дискретизація цих значень за умови збереження можливості зворотного перетворення. Неважко показати, що за наступної дискретизації ця умова дотримується:

$$a = a_0^m; b = nb_0 a_0^m, m, n \in Z, a_0 > 1, b_0 \neq 0. \quad (7)$$

Можливий довільний вибір. Виберемо $a_0 = 1$. Видно, що параметр розташування у часі залежить від параметра масштабу, зі збільшенням масштабу збільшується крок зсуву. Це інтуїтивно зрозуміло, тому що для аналізу з великим масштабом деталі не такі важливі. Таким чином, $b_0 a_0^m \psi_{m,n}(x) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m} x - n)$ - базисні функції вейвлет-перетворення.

За аналогією з термінологією перетворення Фур'є, введемо ряди вейвлетів безперервного часу (CTWS):

$$(CTWS_f)_{m,n} = d_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m}x - n) f(x) dx. \quad (8)$$

Відновлення вихідного сигналу з послідовності можливе в тому випадку, якщо існують числа $A > 0$ і $B < \infty$, такі, що:

$$A \|f(x)\|^2 \leq \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} |d_{m,n}|^2 \leq B \|f(x)\|^2 \quad (9)$$

для всіх $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$.

Це означає, що хоч і відновлений сигнал відрізнятиметься від вихідного, він буде близьким до вихідного в середньоквадратичній нормі. Якщо $A = B = 1$ і $= 2$, то можливе повне відновлення вихідного сигналу та сімейство базисних функцій, $a_0 \psi_{a,b}(x)$ утворює ортогональний базис. Тоді:

$$f(x) = C_\psi \sum_{m \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{Z}} d_{m,n} 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}x - n). \quad (10)$$

Нехай є певний дискретний сигнал c_n . Інтерпретуємо його як коефіцієнти розкладання деякої функції $f_0(x) \in V_0$ за базисом масштабуючих функцій підпростору V_0 :

$$f_0(x) = \sum_n c_{0,n} \varphi_{0,n}(x), \text{ де } c_{0,n} = c_n, \quad (11)$$

тоді ми можемо обчислити апроксимацію цієї функції, що належать просторам $V_1, V_2, \dots$. Відповідно до ідеї кратномасштабного аналізу, функція $f_0(x)$ розкладається у сумі:

$$f_0(x) = f_1(x) + e_1(x) = \sum_k c_{1,k} \varphi_{1,k}(x) + \sum_k d_{1,k} \psi_{1,k}(x). \quad (12)$$

Таким чином, ми отримали дві нові послідовності коефіцієнтів $c_{1,n}$ та $d_{1,n}$. Цей процес може бути продовжений розкладанням $f_1(x), f_2(x), \dots$, і функція $f_0(x)$, (отже, і вихідний дискретний сигнал c_n) буде представлена сукупністю

коефіцієнтів $d_{m,n}, m \in Z^+, n \in Z$. Так визначаються дискретні ряди вейвлетів (DTWS).

Враховуючи, що масштабуючі функції утворюють бази відповідних просторів, можна показати, що:

$$c_{j,k} = \sqrt{2} \sum_n c_{j-1,n} h_{n+2k} \text{ та } d_{j,k} = \sqrt{2} \sum_n c_{j-1,n} g_{n+2k} \quad (14)$$

$$\text{зворотний процес: } c_{j-1,n} = \sqrt{2} \sum_k c_{j,k} h_{n+2k} + \sqrt{2} \sum_k d_{j,k} g_{n+2k} \quad (15)$$

Послідовності h_n і g_n називаються фільтрами. Мають місце такі співвідношення на коефіцієнти фільтрів:

$$2 \sum_k (h_{n+2k} h_{p+2k} + g_{n+2k} g_{p+2k}) = \delta_{n,p}, \quad (16)$$

$$2 \sum_n h_{n+2k} h_{n+2p} = 2 \sum_n g_{n+2k} g_{n+2p} = \delta_{k,p}, \quad (17)$$

$$2 \sum_n h_{n+2k} h_{n+2p} = 0. \quad (18)$$

Насправді ми маємо справу з дискретним сигналом кінцевої довжини. Отже, потрібно скоригувати вейвлет-перетворення таким чином, щоб сигналу якоїсь довжини отримувати послідовність вейвлет-коефіцієнтів тієї ж довжини. Перетворення, що вийшло, назовемо дискретним вейвлет-перетворенням (DWT).

Позначимо через вектор v^j послідовність кінцевої довжини $c_{j,n}$.

Цей вектор перетворюється на вектор v^{j+1} , що містить послідовності $c_{j+1,n}$ і $c_{j+1,n}$ кожна з яких вповнину коротша, ніж $c_{j,n}$: $v^{j+1} = M_j v^j$, де M_j - квадратна матриця, що складається з нулів і елементів h_n помножених на $\sqrt{2}$. В силу властивостей послідовності h_n , матриця M_j є ортонормованою, отже $M_j^T = (M_j)^{-1}$.

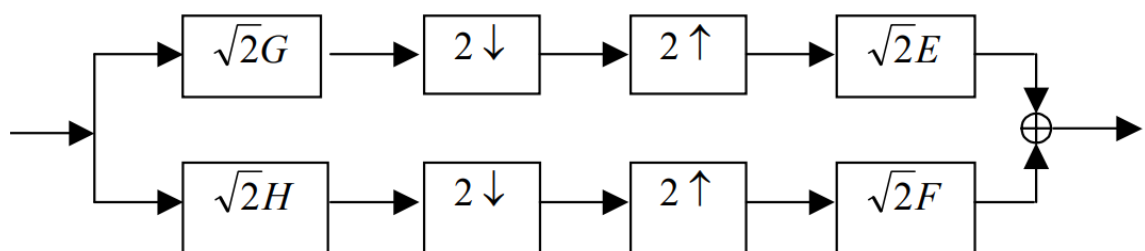
Таким чином, один крок ітераційної процедури дискретного вейвлет-перетворення для сигналу довжини $N = 8$ і довжини фільтра $L = 4$ є:

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ c_{1,3} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ d_{1,2} \\ d_{1,3} \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & & & \\ & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & & \\ & & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & & \\ h_2 & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & & \\ h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & & & \\ & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & & \\ & & & h_3 & -h_2 & h_1 & -h_0 & \\ h_1 & h_0 & & & & h_3 & -h_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ c_{0,3} \\ c_{0,4} \\ c_{0,5} \\ c_{0,6} \\ c_{0,7} \end{bmatrix}$$

Повне перетворення складається з $\log_2 N$ ітерацій.

Слід зазначити, що в 4-му та 8-му рядках послідовність h_n циклічно зсунута: коефіцієнти, що виходять за межі матриці, поміщені в той же рядок зліва. Це означає, що DWT є точно один період довжини N DTWS сигналу c_n , одержуваного шляхом нескінченного періодичного продовження сигналу c_n .

Теоретично до вейвлет-перетворень прийнято описувати застосування DWT блок-схемою банку фільтрів:



Фільтри G та H означають фільтрацію за допомогою g_m та h_n , а фільтри E та F — фільтрацію за допомогою g_{-m} та h_{-n} відповідно. Стрілка вниз з коефіцієнтом 2 означає децимацію результату в 2 рази, а стрілка вгору — множення на 2.

У нижній галузі схеми здійснюється низькочастотна фільтрація.

В результаті виходить апроксимація вихідного сигналу, позбавлена деталей низькочастотної субполоси (НЧ). У верхній галузі виділяється високочастотна складова сигналу (ВЧ). Подальше перетворення вейвлету виходить шляхом рекурсивного застосування того ж банку фільтрів до НЧ складової сигналу. При вейвлет-перетворенні зображення перетворення послідовно

застосовується і до рядків, і до стовпців (будується так звана піраміда Маллата).

Більшість функцій та сплесків, що масштабуються, використовуються при швидкому дискретному вейвлет-перетворенні, не мають аналітичного виразу. Їхня форма повністю визначаються коефіцієнтами фільтра. Щоб отримати графік аналізуючої функції, потрібно взяти одиничний вектор і виконувати зворотне DWT.

Потрібно розглянути графіки деяких сплесків. Далі буде представлено кілька масштабуючих функцій та сплесків Добеші різних порядків. Хоча вейвлети перших порядків є гладкими, це перешкодою для точного представлення деяких гладких функцій.

Вибір аналізуючого вейвлета, як правило, визначається тим, яку інформацію потрібно витягти з сигналу, що обробляється. Кожен сплеск має характерні особливості у часовій та частотній області, тому іноді за допомогою різних сплесків можна повніше виявити та підкреслити ті чи інші властивості аналізованих даних.

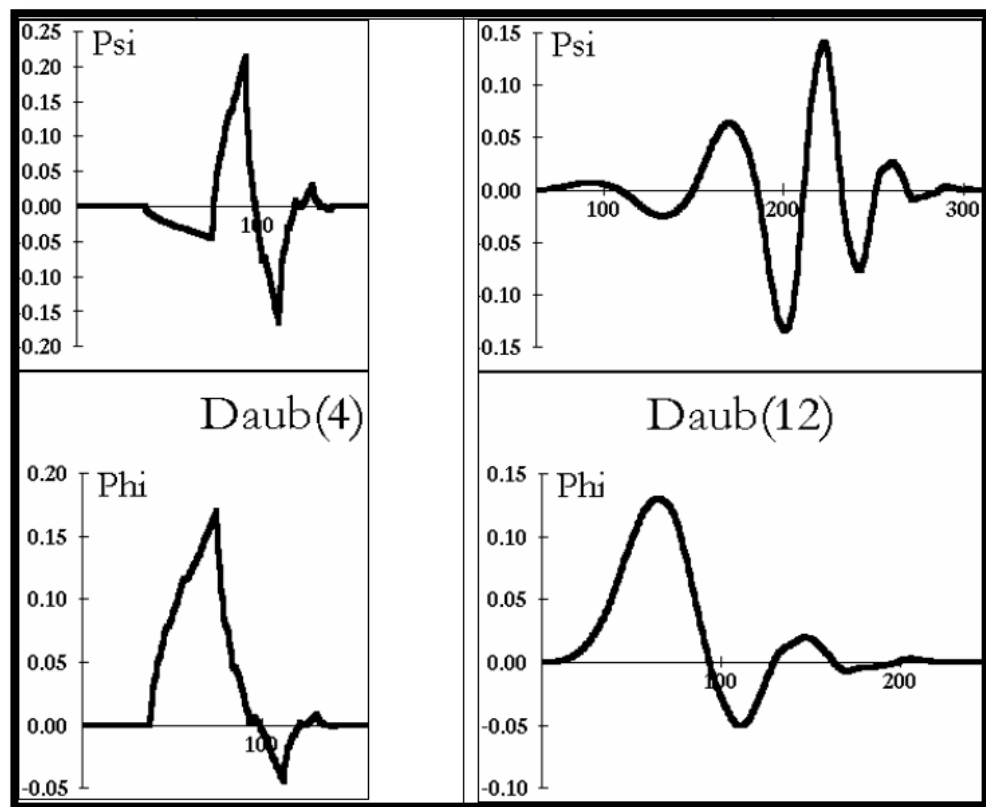


Рисунок 1.16 - Масштабуючі функції (внизу) та вейвлети (вгорі) Добеши:
а) другого порядку (4 коефіцієнти); б) шостого порядку (12 коефіцієнтів).

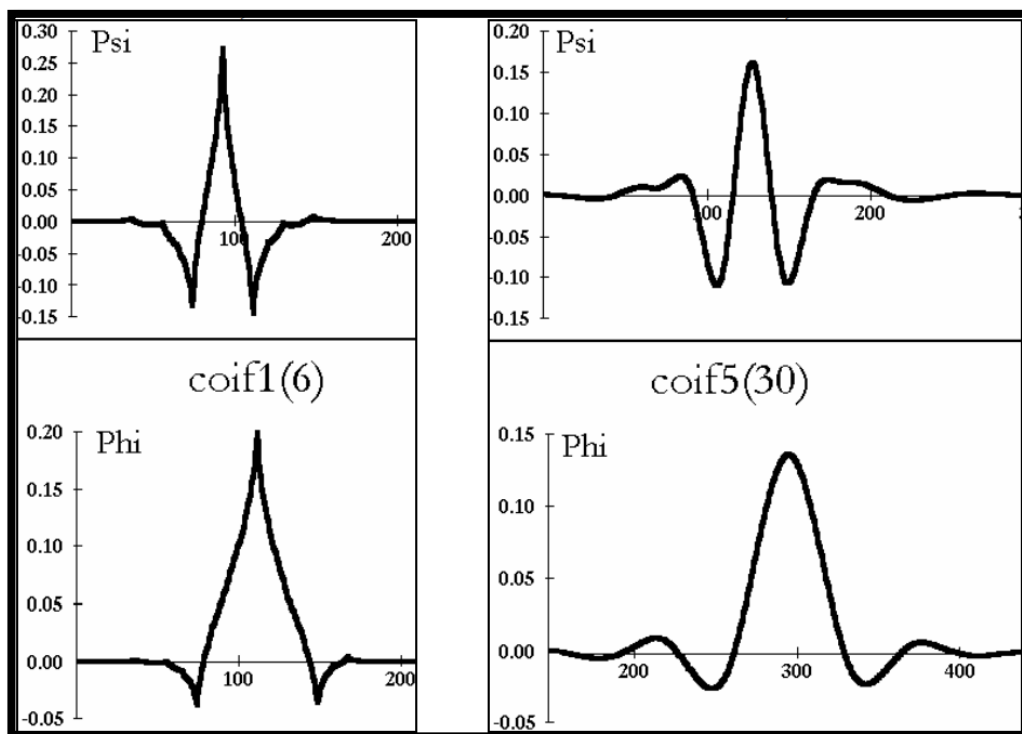


Рисунок 1.17 - Коїфлети. Масштабуючі функції (внизу) та
вейвлети (вгорі): а) "Coif1"; б) "Coif5".

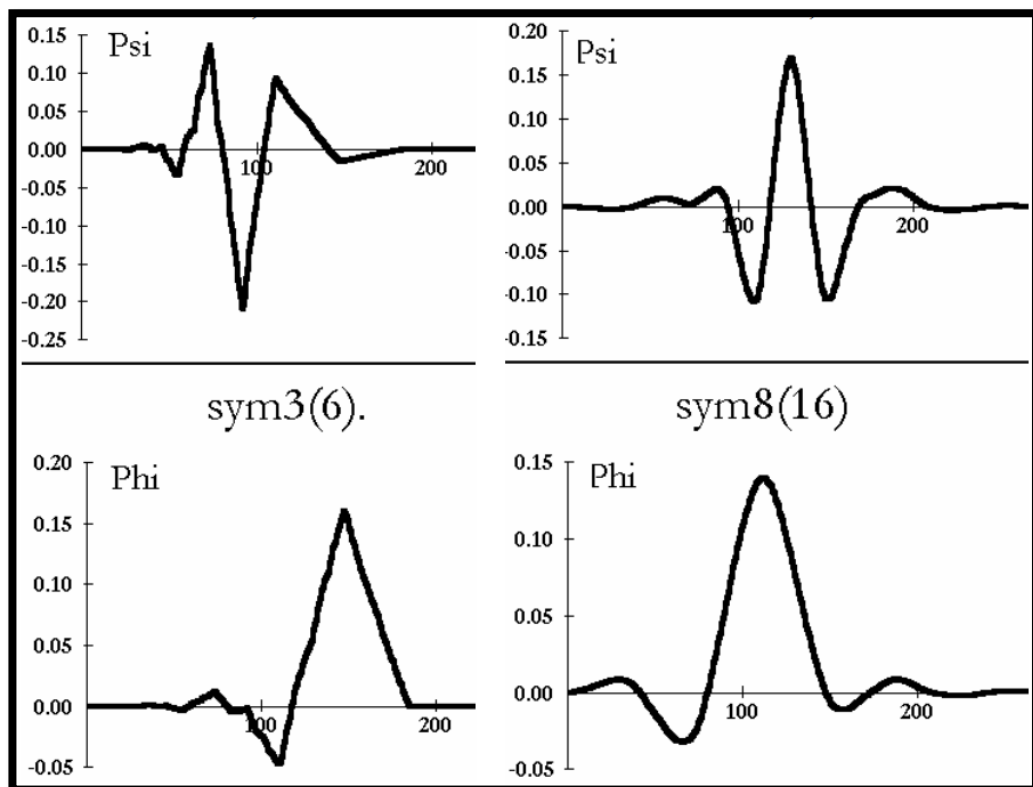


Рисунок 1.18 – Симлети. Масштабуючі функції (внизу) та вейвлети (вгорі): а) "sym3"; б) "sym8".

Перша група графіків представлена на рисунках 1.16 – 1.18, ілюструє ортогональні масштабуючі функції та сплески сімейств «daub*», «coif*» та «sym*».

Другу групу сплесків ілюструють рис. 1.19 – 1.20. Це – біортогональні вейвлети. Привертає увагу, що у кожному малюнку представлено вдвічі більше графіків. При використанні цих сплесків пряме та зворотне перетворення виконується різними наборами коефіцієнтів. Відповідні їм згладжуючі функції та сплески утворюють пари графіків, що зображені в одній системі координат на цих малюнках.

1.8 Використання вейвлет-фільтрів у Фур'є-області

Перетворення Фур'є коефіцієнтів фільтра визначається співвідношенням:

$$H(\omega) := \sum_k h_k e^{-ik\omega}, \quad (19)$$

Функція $H(\omega)$ – це згладжуючий вейвлет-фільтр у частотній ділянці. Можна показати, що правильна рівність:

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 2, \quad (20)$$

З визначення КРА, а також умови про ортогональність вейвлетів і масштабуючих функцій впливають формули:

$$\hat{\varphi}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} H\left(\frac{\omega}{2}\right) \hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right), \quad (21)$$

$$\hat{\psi}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i\omega}{2}} V_\psi(\omega) \overline{H\left(\frac{\omega}{2} + \pi\right)} \hat{\varphi}\left(\frac{\omega}{2}\right), \quad (22)$$

де $V_\psi(\omega)$ - довільна 2π -періодична функція, причому $V_\psi(\omega) = 1$. Формули дозволяють будувати вейвлети у Фур'є-області, лише визначивши функцію $H(\omega)$. Для отримання фактичних коефіцієнтів фільтрів $\{h_k\}$ та $\{g_k\}$, що застосовуються до даних, потрібно звернути формулу:

$$h_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} H\left(\frac{2\pi k}{N}\right) e^{\frac{2\pi k i j}{N}} \quad (23)$$

Залишається деяке свавілля у виборі функції $V_\psi(\omega)$. Якщо покласти $V_\psi(\omega) \equiv 1$, то для коефіцієнтів фільтра, відповідних сплеску, вірно:

$$g_k = (-1)^k h_{N-1-k}, \quad (24)$$

де N - Число коефіцієнтів фільтра.

Взагалі кажучи, застосування вищезгаданої процедури не гарантує побудову вейвлет-фільтрів з компактним носієм. З іншого боку, часом компактність носія не потрібна. Це дозволяє побудувати більш гладких сплесків, і навіть симетричних базисів. До таких вейвлет відносяться, наприклад, сплайнові сплески.

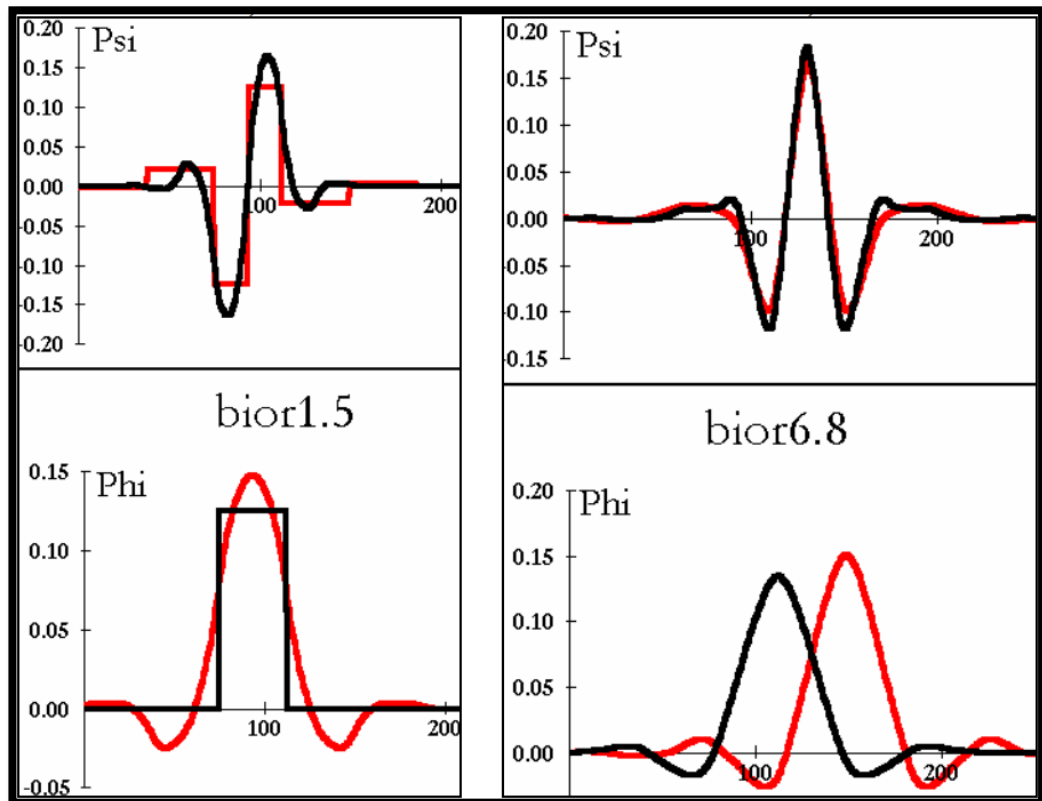


Рисунок 1.19 - Біортогональні сплески. Масштабуючі функції(внизу) та вейвлети(вгорі): а) «bior1.5»; б) «bior6.8».

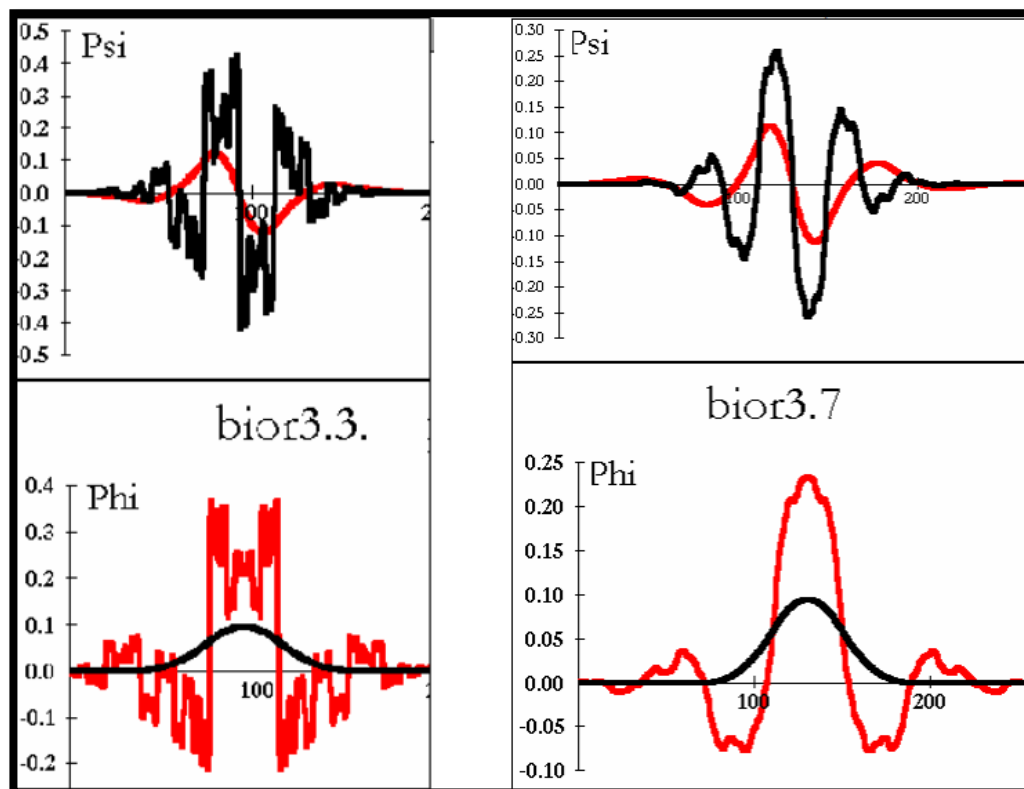


Рисунок 1.20 - Біортогональні сплески. Масштабуючі функції (внизу) та вейвлети (вгорі): а) « bior3.3 »; б) « bior3.7 ».

2 ЕКОНОМІЧНА ЧАСТИНА

Метою даних розрахунків є обчислення вартості виконання науково-дослідного проекту «Кластеризація та класифікація алгоритмів навчання нейронної мережі з використанням перетворень Фур'є при обробки SVD-матриць на прикладі обробки і стиснення зображень з використанням засобів Matlab».

Розглядені перетворення відіграють не меншу роль, ніж будь які інші важливі алгоритми. Через ускладнення завдань, наборів даних та обчислювальної геометрії, базиси Фур'є почали замінятися спеціальними базисами, такими як сингулярне розкладання.

Даний вид проекту відноситься до науково-дослідницької розробки. Оцінка якості розробленого проекту включає визначення трудомісткості і вартості його створення.

Розрахунок трудомісткості НДР здійснений в наступній послідовності:

1) Складений перелік всіх етапів і видів робіт, які необхідно виконати в ході даної НДР. Після узгодження з керівником проекту допущено виключення, доповнення, об'єднання окремих етапів і видів робіт;

2) По кожному виду робіт визначений кваліфікаційний рівень виконавців. Перелік етапів і робіт, що виконуються при проведенні НДР, приведений в таблиці 2.1.

Розподіл робіт по етапах і видах виконавців.

Таблиця 2.1.

Етап проведення НДР	Вигляд робіт	Посада виконавця
Розробка технічного завдання (ТЗ)	1. «Кластеризація та класифікація алгоритмів навчання нейронної мережі з використанням перетворень Фур'є при обробки SVD-матриць на прикладі обробки	Дипломник, керівник

	і стиснення зображень з використанням засобів Matlab».	
Вибір напрямку дослідження	1. Збір і вивчення науково-технічної літератури. 2. Формулювання можливих напрямів вирішення завдань, поставлених в технічному завданні НДР і їх порівняльна оцінка. 3. Вибір напрямку проведення досліджень 4. Розробка плану проведення досліджень для подальшої розробки.	Дипломник керівник
Теоретичні і експериментальні дослідження	1. Вступ в ряди і перетворення Фур'є 2. Використання вейвлет-перетворень	Дипломник керівник консультанти
Узагальнення і оцінка результатів досліджень	1. Узагальнення результатів 2. Оцінка повноти вирішення поставлених завдань. 3. Складання і оформлення звіту. Розгляд результатів проведеною НДР і прийняття результатів в цілому.	Дипломник керівник консультанти

Оцінка тривалості виконання робіт розраховується на основі вірогідних оцінок робіт, що задаються виконавцями.

Очікувана трудомісткість робіт.

Таблиця 2.2.

Вигляд роботи	Очікуваний час виконання (дні)
1. Складання і затвердження ТЗ для НДР «Кластеризація та класифікація алгоритмів навчання нейронної мережі з використанням перетворень Фур'є при обробки SVD-матриць на прикладі обробки і стиснення зображень з використанням засобів Matlab».	1
2. Збір і вивчення науково – технічної літератури, технічної документації і інших матеріалів.	2
3. Формулювання можливих напрямів вирішення завдань, поставлених в технічному завданні НДР і їх порівняльна оцінка.	2
4. Розробка плану проведення досліджень для подальшої розробки.	2
5. Вступ в ряди і перетворення Фур'є 5.1 Ряд Фур'є 5.2 Перетворення Фур'є 5.3 Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) і швидке перетворення Фур'є (ШПФ) 5.4 Перетворення Габору 5.5 Вейвлети і багатомасштабний аналіз 5.6 Двумірні перетворення та обробка сигналів	6
6. Використання вейвлет-перетворень 6.1 Безперервне вейвлет-перетворення 6.2 Дискретне вейвлет-перетворення 6.2.1 Як виглядають сплески? 6.3 Вейвлет-фільтри у Фур'є-області	8
Всього:	21

Розрахунок собівартості і ціни виконання НДР. Виходячи з особливостей створення науково – технічної продукції і її залежності від інтелектуальної праці, розрахунок собівартості і ціни виконання НДР включає наступні статті витрат: витрати на матеріали, основна і додаткова заробітна плата, відрахування до єдиного соціального фонду страхування, витрати на роботи, що виконуються сторонніми організаціями, і деякі інші.

1) Витрати на матеріали складають 160 грн.

2) До витрат «Основна заробітна плата» відносяться оплата праці виконавців, безпосередньо притягнених до її виконання. Розмір основної зарплати встановлюється виходячи з чисельності різних категорій виконавців, трудомісткості, що витрачається ними на виконання різних видів робіт, а також їх середньої заробітної плати (ставки) за один робочий день. Відповідно до статті 8 «Закону про Державний бюджет України на 2021» встановлено мінімальну заробітну плату у місячному розмірі з 1 січня 2022 року - 6500 гривень; мінімальну погодинну тарифну ставку – 39,26 грн.

Середня зарплата за один робочий день для кожного виконавця визначена по формулі:

$$З_{\text{ден}} = \text{п.т.с.} * 8;$$

де п.т.с – погодинна тарифна ставка, грн..;

8 – тривалість робочого дня, год.

$$З_{\text{ден}} \text{ дипломника} = 39.26 * 8 = 314,08 \text{ грн.}$$

$$З_{\text{ден}} \text{ керівника} = 68.00 * 8 = 544 \text{ грн.}$$

$$З_{\text{ден}} \text{ консультантів} = 64.00 * 8 = 512 \text{ грн.}$$

Витрати на основну заробітну плату, НДР, що включаються в собівартість, приведені в таблиці 2.3.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		45

Витрати на основну заробітну плату.

Таблиця 2.3.

Виконавець	Погодин на тарифна ставка, грн	Денна ставка, грн	Трудомісткість робочих днів	Сума основної зарплати, грн
Дипломник	39,26	314,08	22	6909,76
Керівник	68,00	544	1	544
Консультант по економічній частині	64,00	512	0,25	128
Консультант по охороні праці	64,00	512	0,25	128
Нормоконтроль	64,00	512	0,25	128
Всього (З _о)				7837,76

3) Витрати на додаткову заробітну плату визначаються у відсотках від основної. У наукових закладах додаткова заробітна плата складає 10-12% від основної заробітної плати.

$$З_{\text{д}} = 10\% З_{\text{о}};$$

$$З_{\text{д}} = 7837,76 * 0,10 = 783,77 \text{ грн}$$

4) До складу собівартості НДР включаються податки, збори і інші обов'язкові платежі, встановлені системою оподаткування що діє. Відрахування до єдиного соціального внеску складає:

$$З_{\text{есв}} = 0,22 * (З_{\text{о}} + З_{\text{д}});$$

$$З_{\text{есв}} = 0,22 * (7837,76 + 783,77) = 1896,74 \text{ грн.}$$

5) До накладних витрат відносять витрати на управління і господарське обслуговування, що відноситься до всіх виконуваних НДР.. У наукових закладах накладні витрати складають 40 -120% від основної і додаткової заробітної плати.

$$Р_{\text{накл}} = (З_{\text{о}} + З_{\text{д}}) * 0,6;$$

$$Р_{\text{накл}} = (7837,76 + 783,77) * 0,6 = 5172,92 \text{ грн.}$$

На підставі отриманих даних по окремих статтях витрат складена калькуляція планової собівартості в цілому НДР за формою, приведеною в таблиці 2.4.

Калькуляція планової собівартості

Таблиця 2.4.

Статті витрат	Сума, грн.
1. Матеріали	160,00
2. Основна заробітна плата	7837,76
3. Додаткова заробітна плата	783,77
4. Відрахування до єдиного соціального внеску	1896,74
5. Накладні витрати	5172,92
Планова собівартість (С _{пл})	15851,19

Плановий прибуток визначений по формулі:

$$П_{пл} = 0,1 * С_{пл} = 0,1 * 15851,19 = 1585,11 \text{ грн}$$

Де 0,1 – норматив, який враховує граничний рівень рентабельності, встановлений чинним законодавством для науково-технічної продукції.

Договірна ціна визначається по формулі

$$Ц_{нір} = С_{пл} + П_{пл} = 15851,19 + 1585,11 = 17436,30 \text{ грн.}$$

Ціну реалізації встановлюємо з урахуванням ПДВ

$$ПДВ = 0,2 * Ц_{нір} = 0,2 * 17436,30 = 3487,26 \text{ грн.}$$

Звідси ціна реалізації становить:

$$Ц_r = Ц_{нір} + ПДВ \quad Ц_r = 17436,30 + 3487,26 = 20923,56 \text{ грн.}$$

3 ОХОРОНА ПРАЦІ

Вступ

Закон України «Про охорони праці» - є одним із найважливіших законодавчих актів. Цей закон визначає основні положення щодо реалізації конституційного права громадян на охорону їх життя і здоров'я в процесі трудової діяльності, регулює відносини між власником підприємства або уповноваженим ним органом і працівником з питань безпеки, гігієни праці та виробничого середовища і встановлює єдиний порядок охорони праці в Україні.

Згідно з діючим законодавством на всіх підприємствах, в установах, організаціях власниками створюються безпечні і нешкідливі умови праці.

Умови праці на робочому місці, безпека технологічних процесів, робота машин, механізмів, устаткування, стан засобів, колективного та індивідуального захисту, а також санітарно-побутові умови повинні відповідати вимогам нормативних актів про охорону праці.

В дипломному проекті використовується праця користувача ПК, тому умови праці та забезпечення безпеки його роботи здійснюються при дотриманні всіх норм та вимог безпечного використання комп'ютера і його можливостей для працівника.

3.1. Аналіз умов праці й забезпечення безпеки при виконання основних видів робіт на об'єкті дипломного проектування

Основними факторами шкідливого впливу ПК на організм є:

- електромагнітні поля;
- електромагнітні випромінювання;
- розгортка зображення на моніторі;
- мелькання зображення на екрані;
- тривала нерухомість пози оператора;

Зменшити вплив перерахованих факторів ризику і зберегти здоров'я людини, постійно використовує в роботі ПК, дозволяє наступне:

- 1) скорочення тривалості роботи з ПК;

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		48

- 2) збільшення відстані між користувачем і ПК;
- 3) технічний захист (правильне підключення комп'ютера, тобто правильна організація робочого місця з точки зору електромережі - обов'язково трехпроводная мережу і заземлення системного блоку).

3.2 Розробка заходів з охорони праці

Дипломним проектом враховані санітарні нормативи освітлення, вимоги до параметрів мікроклімату (температура, відносна вологість), ступеня і сили вібрації, звукового шуму і вогнестійкості приміщення, а також характеристики електромагнітного, ультрафіолетового та інфрачервоного полів.

3.2.1 Вимоги до приміщення

Площа приміщення має бути не менше 6,0 кв. м. із розрахунку на одне робоче місце, а об'єм – не менше 20,0 куб. м.

Віконні прорізи приміщень для роботи з персональними комп'ютерами мають бути обладнані регульованими пристроями (жалюзі, завіски, зовнішні козирки. Для внутрішнього оздоблення приміщень з персональними комп'ютерами слід використовувати дифузно-відбивні матеріали з коефіцієнтами відбиття для стелі 0,7-0,8, для стін 0,5-0,6.

Покриття підлоги повинне бути матовим з коефіцієнтом відбиття 0,3-0,5. Поверхня підлоги має бути рівною, неслизькою, з антистатичними властивостями. Забороняється для оздоблення інтер'єру приміщень з персональними комп'ютерами застосовувати полімерні матеріали (деревинно-стружкові плити, шпалери, що миються, рулонні синтетичні матеріали, шаруватий паперовий пластик тощо), що виділяють у повітря шкідливі хімічні речовини. Приміщення можуть обладнуватись шафами для зберігання документів, магнітних дисків, полицями, стелажми, тумбами тощо з урахуванням вимог до площі приміщень.

У приміщеннях, в яких розташовані робочі місця, слід щоденно робити вологе прибирання. Крім того, ці приміщення мають бути оснащені аптечками першої медичної допомоги.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		49

3.2.2 Освітлення

Приміщення, в яких встановлені персональні комп'ютери, повинні мати природне та штучне освітлення. Природне освітлення здійснюється через світові прорізи (вікна), орієнтовані переважно на північ чи північний схід. Штучне освітлення в приміщенні здійснюється системою загального рівномірного освітлення. На поверхні столу в зоні розміщення документів штучне освітлення має становити 300-500лк. Вимога виконується.

3.2.3 Шум

Так як шум має 35Дб, сприйняття шуму людським вухом межується від 20Дб до 120 дб, це означає, що при роботі за ЕОМ шум не заважає, працівнику працювати.

Для запобігання виникнення інших шумів у відповідності з ГОСТ 12.1.029-80 зниження шуму й вібрації в приміщенні дипломним проектом передбаченні звукоізоляція вікон та дверей.

3.2.4 Вимоги до організації робочого місця працівника

Розмір одного робочого місця має становити не менше 6 квадратних метрів. На столі працівника можливо розмістити допоміжні для роботи пристрої (принтери, колонки, сканери), а також місця для зберігання документів, за умови, що це не обмежуватиме видимість екрану і не заважатиме працівнику. Робочий стілець робітника має бути підйомно-поворотним, легко регульованим за висотою та забезпечувати належну підтримку та зручне положення спини і хребта особи.



При початку роботи кожна особа має пройти лікарський огляд. Окрім того, при подальшій трудовій діяльності, така особа підлягає регулярному лікарському огляду не рідше ніж раз на 2 роки. Обов'язковим є проходження таких лікарів як терапевта, невропатолога та офтальмолога. Мають бути чітко встановлені перерви для відпочинку працівників (окрім обідньої), як правило, тривалістю 10-15 хвилин раз на годину або дві, в залежності від складності роботи. В будь-якому випадку, повинен передбачатися такий розпорядок роботи, щоб час неперервної роботи з комп'ютером був не більше ніж 4 години. Додатково, для збереження належного рівня здоров'я та професійної придатності робітників, рекомендується виділити окреме побутове приміщення для перепочинку працівників і зняття ними нервово-емоційного напруження, що виникає при роботі з комп'ютером.

3.3 Пожежна безпека

Пожежна безпека може бути забезпечена заходами пожежної профілактики і активного пожежного захисту. Пожежна профілактика включає комплекс заходів, спрямованих на попередження пожежі або зменшення його наслідків.

Пожежна безпека входить в комплекс заходів з охорони праці, і організаційна робота в цій сфері на об'єктах господарювання включає широкий спектр заходів, а саме:

- 1) створення умов для безпечної праці,
- 2) мінімізації ризику виникнення пожеж,
- 3) своєчасне і повноцінне забезпечення технічними засобами для запобігання займання та усунення самих пожеж та їх наслідків,
- 4) контроль дотримання протипожежних вимог і норм законодавства,
- 5) розробка і впровадження регламентів по гасінню пожеж, евакуації та порятунку з місць пожежі й задимлення людей і майна (матеріальних цінностей),
- 6) внутрішнє і зовнішнє навчання співробітників.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		51

Пожежна безпека при роботі з комп'ютером передбачає обережність при обслуговуванні, ремонтних та профілактичних роботах та виконання всіх інструкцій працівником щодо пожежної безпеки. Заземлені конструкції, що знаходяться в приміщеннях, де розміщені робочі місця (батареї опалення, водопровідні труби, кабелі із заземленим відкритим екраном), мають бути надійно захищені діелектричними щитками або сітками з метою недопущення потрапляння працівника під напругу. Приміщення, де розміщені робочі місця, мають бути оснащені системою автоматичної пожежної сигналізації і вогнегасниками відповідно до вимог чинного законодавства України. Проходи до засобів пожежогасіння мають бути вільними

Всі приміщення повинні бути забезпечені первинними засобами пожежогасіння: пожежним водопостачанням (пожежні крани ПК), пожежні щити з набором пожежного інструменту, вуглекислотними або порошковими вогнегасниками. У випадку виникнення пожежі необхідно відключити електроживлення, викликати по телефону 101 пожежну команду, евакуювати людей із приміщення відповідно до плану евакуації і приступити до ліквідації пожежі.



ВИСНОВКИ

У ході даної дипломної роботи було визначено та розглянуто основні алгоритми обробки зображень та їх ефективність обробки. Кожен алгоритм є унікальним та є найефективнішим в залежності від ситуації. Під час виконання роботи було отримано результати використання даних алгоритмів, а саме:

1. Визначено роботу кожного з алгоритмів, його особливості при обробці зображень, а також створена математична модель.

2. Створено програми за допомогою програмного середовища Matlab, які використовують алгоритми обробки зображень та показують їх взаємодію з цифровими даними.

					ПП.РП.05.02.00.00	Аркуш
Зм.	Аркуш	№ докум.	Підпис	Дата		53

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Книга Анализ данных в науке и технике. Брантон С.Л., Куц Дж.Н. (рус) [Электронный ресурс].
2. Преобразование Фурье: самый подробный разбор <https://proglib.io/p/fourier-transform> (рус) [Электронный ресурс].
3. Спектр сигнала. Дискретное преобразование Фурье. https://www.bsuir.by/m/12_100229_1_116065.pdf (рус) [Электронный ресурс]
4. R. Polikar. Introduction to wavelets. https://techlibrary.ru/b/2k1r1j1b1u1o1j1o_2j.2k.2j1c1f1e1f1o1j1f_1c_1c1f1k1c1m1f1t-1q1r1f1p1b1r1a1i1p1c1a1o1j1f.pdf (рус) [Электронный ресурс].
5. Економічний розділ для дипломного проекту <https://zaochnik.ru/blog/ekonomicheskaja-chast-diplomnogo-proekta/> (рус) [Электронный ресурс].
6. Охорона праці в дипломних проектах <http://opcb.kpi.ua/wp-content/uploads/2014/05/DP-FBMI2019-%D0%BE%D0%BA.pdf> [Электронный ресурс].