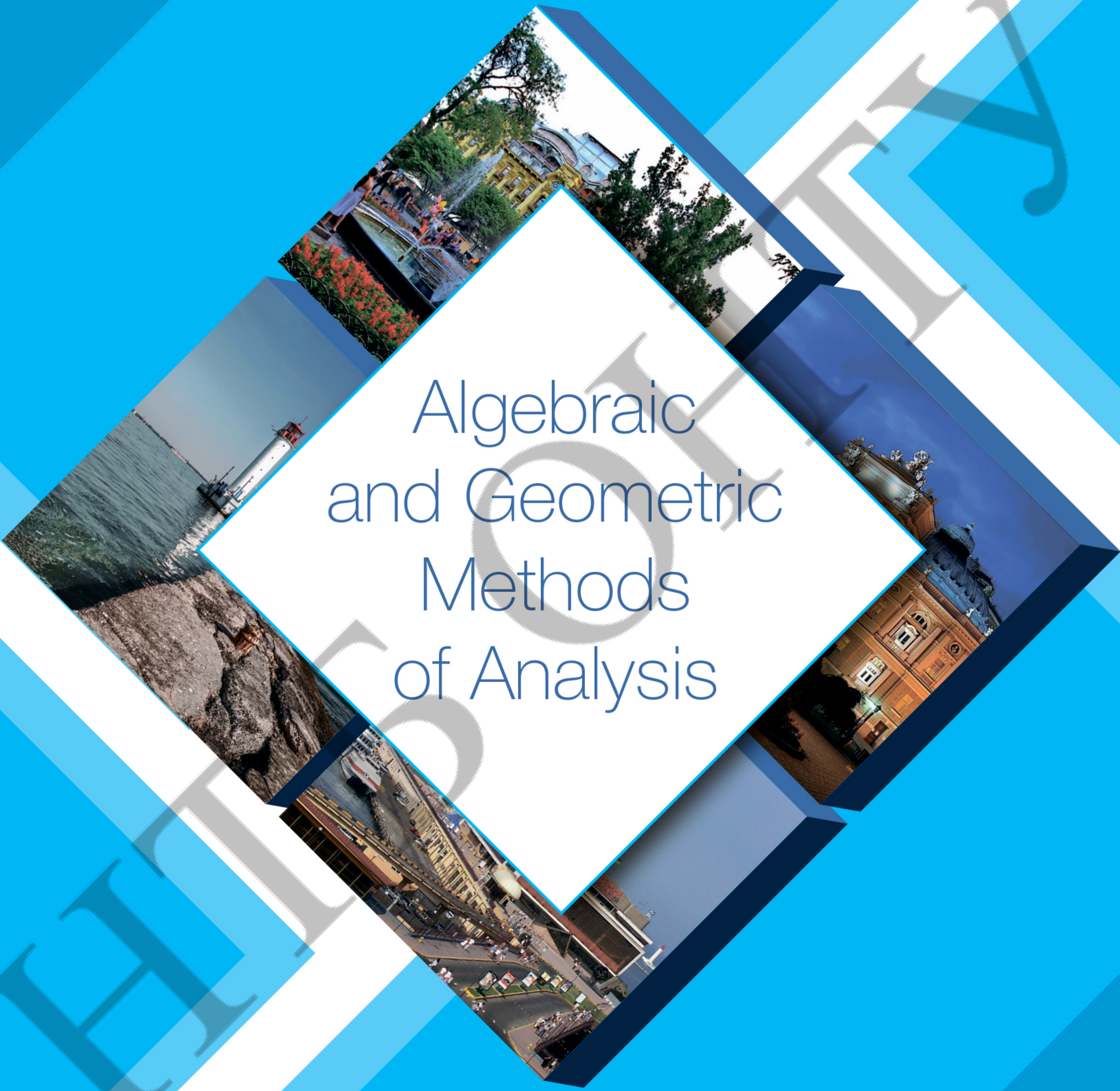
International
Scientific Conference



Algebraic and Geometric Methods of Analysis

27-30 May 2024

Odesa, Ukraine

The purpose of this conference is to bring together researchers in geometry, topology, algebra, analysis and dynamical systems and to provide for them a forum to present their recent work to colleagues from different nationalities. This way we aim to stimulate discussion about the latest findings in geometrical and topological methods in analysis and to increase international collaboration.

The conference continues the traditional annual conference «Geometry in Odesa» holding from 2004, and hosted by Odesa National University of Technology (Odesa National Academy of Food Technologies till 2021). From 2017 the conference was renamed to «Algebraic and geometric methods of analysis» (AGMA).

The Conference languages: Ukrainian and English.

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric and topological methods in natural sciences
- Geometric problems in mathematical analysis

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National University of Technology, Ukraine
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- Kyiv Mathematical Society

Scientific Committee

- **Vladimir Balan** (*Bucharest, Romania*)
- **Taras Banakh** (*Lviv, Ukraine*)
- **Dmytro Bolotov** (*Kharkiv, Ukraine*)
- **Vyacheslav Boyko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Yulia Fedchenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Oleg Gutik** (*Lviv, Ukraine*)
- **Olena Karlova** (*Chernivtsi, Ukraine*)
- **Volodymyr Kiosak** (*Odesa, Ukraine*)
- **Nadiia Konovenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Volodymyr Lyubashenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Sergiy Maksymenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Koji Matsumoto** (*Yamagata, Japan*)
- **Piotr Mormul** (*Warsaw, Poland*)
- **Maryna Nesterenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Roman Popovych** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Alexandr Prishlyak** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Aleksandr Savchenko** (*Kherson, Ukraine*)

Organizing commitee

- **Nadiia Konovenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Yuliya Fedchenko** (*Odesa, Ukraine*)
- **Mykola Lysynskiy** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Bohdan Mazhar** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Sergiy Maksymenko** (*Kyiv, Ukraine*)
- **Alexandr Prishlyak** (*Kyiv, Ukraine*)

Узагальнені аналоги теореми Яно-Вестлейка

Олена Дажук
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: olena.dazhuk@stud.onu.edu.ua

Ірина Курбатова
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: irina.kurbatova27@gmail.com

Ольга Яблокова
(ОНУ, Одеса, Україна)
E-mail: olga.yablokova@stud.onu.edu.ua

Одним з важливих напрямків сучасної диференціальної геометрії є теорія афінорних структур на диференційовних многовидах, а також дифеоморфізми таких многовидів. В 1980 році американський геометр А.Грей отримав класифікацію майже комплексних структур на ріманових просторах [1]. Вона містить 16 класів, серед яких відомі келерова, K-, H-структури та інші, які привертали увагу багатьох сучасних математиків.

В теорії геодезичних відображень [2] відома теорема Яно-Вестлейка,яка стверджує, що келерові простори не допускають нетривіальних геодезичних відображень, що зберігають структуру.

Розглянемо геодезичне відображення ріманових просторів

$$f:(V_n, g_{ij}, F_i^h) \to (\overline{V}_n, \overline{g}_{ij}, \overline{F}_i^h),$$

на яких окрім метричних тензорів g_{ij}, $\overline{g}_{ij}$ задано афінори F_i^h, $\overline{F}_i^h$.

Основні рівняння геодезичного відображення зі збереженням структури в загальній за відображенням системі координат (x) мають вигляд:

$$\overline{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_i(x)\delta_j^h(x) + \psi_j(x)\delta_i^h(x),$$

$$F_i^h(x) = \overline{F}_i^h(x), \qquad h,i,j-1,2,...,n,$$

де Γ_{ij}, $\overline{\Gamma}_{ij}^h$ - компоненти об'єктів зв'язності просторів V_n,$\overline{V}_n$ відповідно; ψ_i - деякий ковектор.

Афінорна структура на V_n називається майже комплексною ермітовою, якщо

$$F_\alpha^h F_i^\alpha = -\delta_i^h,$$

$$F_{ij} + F_{ji} = 0, \qquad F_{ij} = g_{i\alpha}F_j^\alpha.$$

Якщо при цьому коваріантна похідна афінора зодовольняє одній з умов

$$F_{i,j}^h = 0,$$

$$F_{i,j}^h + F_{j,i}^h = 0,$$

$$F_{i,j}^h + F_{\alpha,\beta}^h F_i^\alpha F_j^\beta = 0,$$

або

$$F_{i,j}^h + F_{\alpha,\beta}^h F_i^\alpha F_j^\beta + F_{j,i}^h + F_{\alpha,\beta}^h F_j^\alpha F_i^\beta = 0,$$

то простір називається келеровим, K-, O^*- або G_1-простором, відповідно (за класифікацією А.Грея).

Нами доведена

Теорема 1. *K-, O^*- і G_1-простори не допускають нетривіальних геодезичних відображень зі збереженням структури.*

Очевидно, ця теорема є узагальненням теореми Яно-Вестлейка.

Література

[1] A.Grey, L.M.Hervella. The Sixteen Classes of Almost Hermitian Manifolds and Their Linear Invariants. *Annali di Matematica pura ed applicate (IV)*, Vol.CXXIII : 35–58, 1980.

[2] Sinyukov N.S. *Geodesic mappings of Riemannian spaces.*. M.: Nauka, Moscow, 1979.

Геодезичні відображення псевдоріманових просторів

В. Кіосак

(Одеська державна академія будівництва та архітектури, Дідріхсона, 4, Одеса, Україна)

E-mail: kiosakv@ukr.net

О. Латиш

(Національний університет «Одеська морська академія», Дідріхсона, 8, Одеса, Україна)

E-mail: latysh.o@ukr.net

Необхідною і достатньою умовою того, щоб псевдоріманів простір V_n допускав нетривіальні геодезичні відображення є існування в ньому розв'язків систем диференціальних рівнянь в коваріантних похідних

$$a_{ij,k} = \lambda_i g_{jk} + \lambda_j g_{ik} \tag{1}$$

відносно тензора $a_{ij}(= a_{ji} \neq c g_{ij})$ та вектора λ_i $(\neq 0)$.

Тут кома знак коваріантної похідної

$$a_{ij,k} = \partial_k a_{ij} - a_{\alpha j}\Gamma^{\alpha}_{ik} - a_{\alpha i}\Gamma^{\alpha}_{jk}.$$

Систему (1) називають *лінійною формою основних рівнянь теорії геодезичних відображень*. При відомих розв'язках системи (1) метричні тензори псевдоріманових просторів V_n та $\bar{V}_n$ можуть бути знайдені з рівнянь [1, 2]

$$a_{ij} = e^{2\varphi}\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i} g_{\beta j};$$
$$\lambda_i = -e^{2\varphi}\bar{g}^{\alpha\beta} g_{\alpha i} g_{\beta}.$$

Тут $\bar{g}_{ij}$ — елементи оберненої матриці до метричного тензору V_n.

Об'єкти псевдоріманового простору V_n, які визначені за допомогою метричного тензора g_{ij}, називають *внутрішніми об'єктами псевдоріманового простору*. Крім внутрішніх об'єктів вивчають і об'єкти, які не є внутрішніми, зокрема тензор D^h_{ijk} такий, що

$$D^h_{ijk} = R^h_{ijk} - B(\delta^h_k g_{ij} - \delta^h_j g_{ik}),$$

де δ^h_i — символи Кронекера, R_{ijk} —тензор Рімана, а B — деякий інваріант.

Якщо тензор $D^h_{ijk} = 0$, то псевдоріманів простір V_n є простором сталої кривини і

$$B = \frac{R}{n(n-1)}. \tag{2}$$

Тут R — скалярна кривина, яка визначається за формулою

$$R = R^{\alpha}_{\beta\gamma\alpha} g^{\beta\gamma}.$$