

Автореферат  
ГВР

ОДЕССКИЙ ИНСТИТУТ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ТЕХНИКИ И ЭНЕРГЕТИКИ

На правах рукописи

ГОРИ Адель Ибрагим

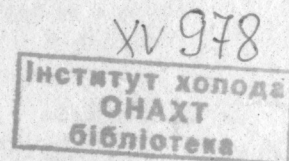
УДК 536.24

ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛОБМЕН ЛАМИНАРНОГО  
ПОТОКА ГАЗА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ  
КАНАЛЕ

Специальность 05.14.05. - Теоретические основы  
теплотехники

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук



Одесса - 1969



Работа выполнена в Одесском институте низкотемпературной техники и энергетики

Научный руководитель - доктор технических наук,  
профессор Коноплев И.Д.  
Официальные оппоненты - доктор технических наук,  
Кривицкий Е.В.  
- кандидат физико-математических наук,  
доцент Хоружников С.З.

Ведущая организация - Институт проблем машиностроения АН УССР  
ИПМаш АН УССР

Защита состоится 25 декабря 1989 г. в 11<sup>00</sup> час.  
на заседании специализированного совета К.068.27.01 Одесского  
института низкотемпературной техники и энергетики по адресу:  
270057, г.Одесса, ул.Петра Великого, 1/3, ОИИТЭ.

*Анатолий Иванович Коноплев*  
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Ученый секретарь  
специализированного совета  
кандидат технических наук,  
доцент

*[Подпись]*  
Р.К.Низкульшин

№ 20 от 20/11

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Основные направления социального и экономического развития СССР на 1986-1990 и на период до 2000 года предусматривают опережающее развитие машиностроительной и электронной отраслей промышленности. В связи с этим, разработки эффективных технологий и системы охлаждения энергетического оборудования являются задачами большой народнохозяйственной важности.

При разработке эффективных систем для отмеченных выше отраслей промышленности встречается задача расчета гидродинамики и теплообмена ламинарных потоков жидкости во вращающихся каналах. Многообразие способов организации движения жидкости во вращающихся каналах предопределяет важность теоретического изучения этой проблемы. Сложность задачи позволяет использовать аналитические методы решения лишь для узкого класса задач. Применение современной вычислительной техники открывает дополнительные возможности в изучении процессов переноса во вращающихся каналах. В известной литературе имеется лишь незначительное число работ, посвященных решению этой задачи численными методами с использованием упрощенных моделей.

Цель работы заключается в исследовании гидродинамики и теплообмена ламинарного течения газа во вращающемся канале.

#### Задачи работы:

1. На основе уравнений сохранения построить алгебраические уравнения для решения трехмерной нестационарной задачи о ламинарном течении жидкости во вращающемся канале ;
2. Разработать алгоритм и программу для решения этой задачи ;
3. Провести численный эксперимент по изучению особенностей формирования полей скоростей, давлений и температур ламинарного потока во вращающемся канале ;
4. Получить сведения о распределении по длине канала локальных значений коэффициентов теплообмена.

Научная новизна работы определяется следующими основными результатами, полученными впервые:

1. Методом локального интегрирования получен алгебраический аналог уравнений сохранения импульса энергии и уравнения для давления. На их основе разработан алгоритм и программы для решения трехмерной нестационарной системы дифференциальных уравнений с частными производными параболического и эллиптического типов.

2. В результате решения задачи о ламинарном течении жидкости во вращающемся канале получены сведения об особенностях формирования

xv 978

Институт холода  
ОНАХТ  
Библиотека

аксиальных, радиальных и угловых скоростей для нестационарных потоков.

3. Показано, что в ламинарном потоке жидкости во вращающемся канале в пристенной зоне радиальная скорость движения жидкости направлена к оси канала.

4. Показано, что поле давлений ламинарного потока жидкости во вращающемся канале претерпевает лишь незначительные количественные изменения в пристенной зоне и на оси канала в сравнении с установившимся ламинарным потоком.

5. Показано, что при формировании полей температур в начальный момент времени процесс переноса тепла определяется кондуктивным механизмом и не зависит ни от скорости течения жидкости, ни от скорости вращения канала.

6. Интенсивность конвективного переноса тепла в установившемся потоке не зависит от скорости вращения канала и определяется числом Пекле и расстоянием от входа в канал.

#### Научные положения, защищаемой работы:

1. Алгебраический аналог, построенный методом локального интегрирования для систем трехмерных нестационарных уравнений (эллиптических и параболических типов), может применяться для анализа особенностей формирования полей температур, скоростей и давлений в ламинарном потоке жидкости во вращающемся канале.

2. В пристенной зоне течения во вращающемся канале формируется слой Стюарсона с радиальной скоростью, направленной к оси канала.

3. В условиях вращения интегральные характеристики процесса переноса (коэффициент теплоотдачи и трение) в диапазоне скоростей вращения канала 0,1+1,5 об/с не зависят от этой величины, а определяются соответственно числами Пекле и Рейнольдса.

Практическая ценность. Получены результаты могут быть использованы для разработки программного обеспечения расчета гидродинамики и теплообмена для систем охлаждения роторов электродвигателей и трубы, а также при разработке математического обеспечения технологических процессов в ряде электронной и химической отраслей промышленности.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на 55-ой, 58-ой научно-технической конференции ОТИХП.

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 2-х печатных работах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка литературы и приложений. Работа изложена на \_\_\_\_\_ страницах машинописного текста, содержит 23 рисунков, 4 таблиц, 90 библиографических наименований.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследования, представлено краткое описание работы и сформулированы защищаемые научные положения.

В первой главе проведен анализ существующих модельных представлений для исследования ламинарных потоков жидкости во вращающихся каналах и рассмотрены методы решения таких задач. Проведенный анализ современного состояния литературных данных показал, что расчет особенностей формирования течения в пристенной зоне представляет не только теоретический, но и практический интерес, т.к. возникающий вблизи вращающейся стенки пограничный слой имеет существенно иную структуру, чем при течении жидкости в неподвижном канале.

Современное развитие вычислительной техники и алгоритмизации вычислительных процессов позволяет разработать эффективные алгоритмы решения задач для трехмерных неустановившихся ламинарных течений во вращающемся канале. В связи с этим в работе рассмотрены имеющиеся литературные данные по способам дискретизации дифференциальных уравнений с частными производными. Показано, что применение метода локального интегрирования позволяет построить алгебраический аналог трехмерной нестационарной задачи и свести её решение к методу чередующихся направлений. Сделаны выводы и сформулированы задачи настоящего исследования.

Во второй главе работы на основе уравнений Навье-Стокса сформулирована математическая модель течения:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho V_i) = 0$$

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (1)$$

При формулировке начальных условий в работе предполагался Пуазейлев характер течения, т.е.

$$\begin{aligned} v_r(x, r, \varphi, 0) &= v_\varphi(x, r, \varphi, 0) = 0 \\ v_x(x, r, \varphi, 0) &= 2\bar{V} \left( 1 - \left( \frac{r}{r_{ct}} \right)^2 \right) \\ P(x, r, \varphi, 0) &= P_0 + \Delta P \frac{x}{L} \end{aligned} \quad (2)$$

Определение краевых опиралось на гипотезу применение и предположение о симметрии течения на оси канала:

$$\begin{aligned} v_r(x, \varphi, r_c, t) &= v_x(x, \varphi, r_c, t) = 0; \quad v_\varphi(x, \varphi, r_c, t) = \omega r_c \\ \frac{\partial v_x}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \frac{\partial v_x}{\partial r} \Big|_{r=r_c} = \frac{\partial v_r}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial P}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Требование стационарности условий на входе в канал позволяет принять в качестве краевых условий задачи при  $x=0$  соотношение (2). На выходе из канала естественно предположить установившиеся условия потока.

Тогда

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial v_r}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

Для задачи о течении жидкости в цилиндрическом канале естественным является предположение о периодичности решений задачи. Эти соображения были использованы в качестве краевых условий по коэффициенту  $\varphi$ .

Для построения алгебраического аналога исследуемой задачи был применен метод локального интегрирования.

### Индексные координаты точек

Табл. I

Буквенное обозначение	Индексное обозначение	Буквенное обозначение	Индексное обозначение	Буквенное обозначение	Индексное обозначение
A	$i-1, k-1, j+1$	AB	$i-1, k-1, j$	FH	$i+1, k, j+1$
B	$i-1, k-1, j-1$	CB	$i-1, k, j-1$	GH	$i+1, k-1, j$
C	$i-1, k+1, j-1$	CD	$i-1, k+1, j$	EG	$i+1, k, j-1$
D	$i-1, k+1, j+1$	CE	$i, k+1, j+1$	L	$i, k, j+1$
E	$i-1, k+1, j-1$	EF	$i+1, k+1, j$	$L_2$	$i, k, j-1$
F	$i+1, k+1, j+1$	DF	$i, k+1, j+1$	N	$i-1, k, j$
G	$i+1, k-1, j-1$	BG	$i, k-1, j-1$	$N_2$	$i+1, k, j$
H	$i+1, k-1, j+1$	AH	$i, k-1, j+1$	M	$i, k+1, j$
P	$i, k, j$	DA	$i-1, k, j+1$	$M_2$	$i, k-1, j$

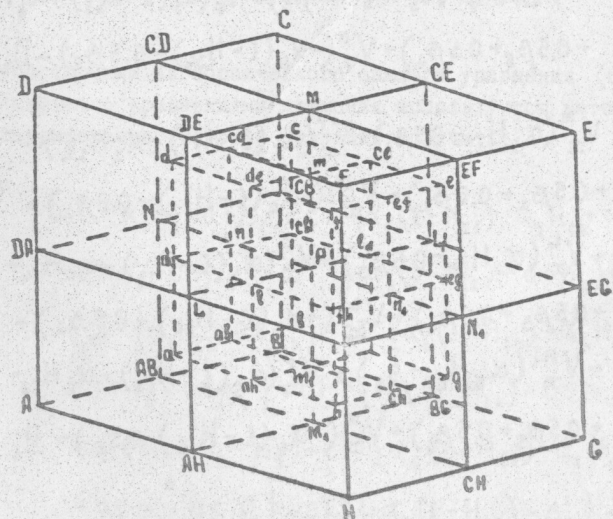


Рис. I. Элемент объема в цилиндрической системе координат

Формально интегрируя уравнения (I) по элементу объема  $d\phi = r dr d\varphi dx$  (рис. 1), координаты которого представлены в табл. I, получим конечную цепь алгебраических уравнений вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_r}{\partial t} = & V_r^M (\alpha_1 H_{21} - \beta_1) + V_r^P (\alpha_1 (1 - H_{21}) - \alpha_2 H_{22} + \beta_1 + \beta_2) + \\ & + V_r^{M1} (-\alpha_2 (1 - H_{12}) - \beta_2) - V_r^{M1} + V_x^L (\alpha_3 H_{23} - 0.5 \beta_3) + \\ & + V_r^P (\alpha_3 (1 - H_{23}) - \alpha_4 H_{24} + 0.5 \beta_3 - 0.5 \beta_4) + \\ & + V_r^{L1} (-\alpha_4 (1 - H_{24}) + 0.5 \beta_4) + V_r^N (-\alpha_6 (1 - H_{26}) + \\ & + 0.5 \beta_6) + V_r^{N1} (-0.5 \beta_5 + \alpha_5 H_{25}) + V_r^P (\alpha_5 (1 - H_{25}) - \\ & - 0.5 \beta_5 + 0.5 \beta_6 - \alpha_6 H_{26}) + V_r^{N1} (\alpha_5 H_{25} - 0.5 \beta_5) - \bar{D}_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_\varphi}{\partial t} = & V_\varphi^M (\alpha_1 H_{31} - 0.5 \beta_1) + V_\varphi^P (\alpha_1 (1 - H_{31}) - \alpha_2 H_{22} + 0.5 \beta_1 + \\ & + 0.5 \beta_2) + V_\varphi^{M1} (-\alpha_2 (1 - H_{32}) + 0.5 \beta_2) + V_\varphi^L (\alpha_3 H_{33} - \beta_3) + \\ & + V_\varphi^P (\alpha_3 (1 - H_{33}) - (\alpha_4 H_{34} + \beta_3 + \beta_4)) + V_\varphi^{L1} (-\alpha_4 (1 - H_{34}) + \\ & + \beta_4) + V_\varphi^{N1} (\alpha_5 H_{35} - 0.5 \beta_5) + V_\varphi^P (\alpha_5 (1 - H_{35}) - \alpha_6 H_{36} + \\ & + 0.5 \beta_5 + 0.5 \beta_6) + V_\varphi^N (-\alpha_6 (1 - H_{36}) - 0.5 \beta_6) - \bar{D}_3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} = & V_x^M (\alpha_1 H_{11} - 0.5 \beta_1) + V_x^P (\alpha_1 (1 - H_{11}) - \alpha_2 H_{12}) + \\ & + 0.5 \beta_1 + 0.5 \beta_2) + V_x^{M1} (-\alpha_2 (1 - H_{12}) - 0.5 \beta_2) + \\ & + V_x^L (\alpha_3 H_{13} - 0.5 \beta_3) + V_x^P (\alpha_3 (1 - H_{13}) - \alpha_4 H_{14} + \\ & + 0.5 \beta_3 + 0.5 \beta_4) + V_x^{L1} (-\alpha_4 (1 - H_{14}) - 0.5 \beta_4) + \\ & + V_x^{N1} (\alpha_5 H_{15} - \beta_5) + V_x^P (\alpha_5 (1 - H_{15}) - \alpha_6 H_{16} + \\ & + 0.5 \beta_5 + 0.5 \beta_6) + V_x^N (-\alpha_6 (1 - H_{16}) - \beta_6) - \bar{D}_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражения для коэффициента  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$  и  $\bar{D}_1, \bar{D}_2, \bar{D}_3$  представлены в диссертации. Т.к. по каждому направлению сетки в уравнении (5) содержатся слагаемые с индексами  $i-1, i, i+1, j-1, j, j+1, k-1, k, k+1$ . То для построения алгоритма их решения используется метод чередующихся направлений, дополнений итерационным процессом по нелинейностям. Для решения задачи на каждом из направлений использовались соответственно по  $x$  и  $r$  - метод обычной прогонки, а по  $\varphi$  - метод циклической прогонки, описанные в литературе.

При построении алгоритма решения уравнения для давления на каждом шаге реального времени использовался метод установления. Такой подход позволил существенно упростить алгоритм решения для всей задачи в целом, т.к. формально решаемые уравнения сводились к однотипным.

В третьей главе на основе уравнения энергии разработана математическая модель для расчета полей температур в ламинарном потоке газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho c T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho c T V_r) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho c T V_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho c T V_\varphi) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \frac{dT}{dx}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \lambda \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi}) + q_v'. \end{aligned} \quad (6)$$

При построении алгебраического аналога уравнения (6) также как и в случае с уравнениями движения используются метод локального интегрирования, который позволил получить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c T}{\partial t} = & c T^M (\alpha_1 H_{11} - 0.5 \beta'_1) + c T^P \{ \alpha_1 (1 - H_{11}) - \alpha_2 H_{12} + \\ & + 0.5 \beta'_1 + 0.5 \beta'_2 \} + c T^{M1} \{ -\alpha_2 (1 - H_{12}) - 0.5 \beta'_2 \} + \\ & + c T^L \{ \alpha_3 H_{13} - 0.5 \beta'_3 \} - c T^P \{ \alpha_3 (1 - H_{13}) - \alpha_4 H_{14} + \\ & + 0.5 \beta'_3 + 0.5 \beta'_4 \} + c T^{L1} \{ -\alpha_4 (1 - H_{14}) - 0.5 \beta'_4 \} + \\ & + c T^{N1} (\alpha_5 H_{15} - \beta'_5) + c T^P \{ \alpha_5 (1 - H_{15}) - \alpha_6 H_{16} + \\ & + 0.5 \beta'_5 + 0.5 \beta'_6 \} + c T^N \{ -\alpha_6 (1 - H_{16}) - \beta'_6 \} - \bar{D}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь выражения для коэффициентов  $\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, \beta'_4, \beta'_5, \beta'_6$  и  $\Pi$  представлены в диссертации. Заметим, что также как и в предыдущем случае уравнения (7) могут быть решены методом чередующих направлений. В связи с этим алгоритм решения задачи (7) был сконструирован аналогично алгоритму решения уравнения движения, что в свою очередь существенно упростило программирование алгоритма решения задачи.

В четвертой главе рассмотрены результаты анализа опыта работы с программами для решения задачи о ламинарном течении газа во вращающемся канале. Рассмотрена методика построения адаптированной сетки, использование которой позволило повысить устойчивости вычислительной схемы. Для проверки работоспособности программы и изучения особенности неизоэтермического течения газа в диапазоне Рейнольдса  $30 \leq Re \leq 300$  и скорости вращения канала  $0 \leq \omega \leq 1$  об/с и при температуре стенки равной  $300^\circ\text{C}$  приведены расчеты и проанализированы их результаты.

Проведены исследования эволюции аксиальных, радиальных и угловых составляющих вектора скорости газа во вращающемся канале. Изучено влияние скорости вращения канала на особенности формирования полей давления и температур. Показано, что наличие вращения канала приводит к подтормаживанию газа вблизи стенки и к ускорению ядра. Изменение числа Рейнольдса несущественно влияет на отмеченный выше характер течения потока. Подтормаживание газа вблизи стенки канала приводит к формированию, так называемого, слоя Стюардсена, основной причиной возникновения которого является увеличение кинематической вязкости вблизи стенки и её уменьшение в ядре потока. В этом слое образуется два подслоя: непосредственно у стенки канала, как видно из рис. 2, радиальные составляющие вектора скорости направлены к оси канала, сначала возрастают, а затем убывают до нуля; в промежуточном подслое радиальные скорости потока направлены от оси к стенке.

Качественно, характер движения жидкости вблизи стенки канала не претерпевает существенного изменения вдоль течения. Однако имеет место значительные количественные изменения, что видно из сопоставления графиков 1 и 2 рис. 2. Исследование полей давления показало, что вращение канала приводит к уменьшению величины  $P$  на оси и её росту вблизи стенки. Такой характер изменения давления в сечении канала вызван наличием

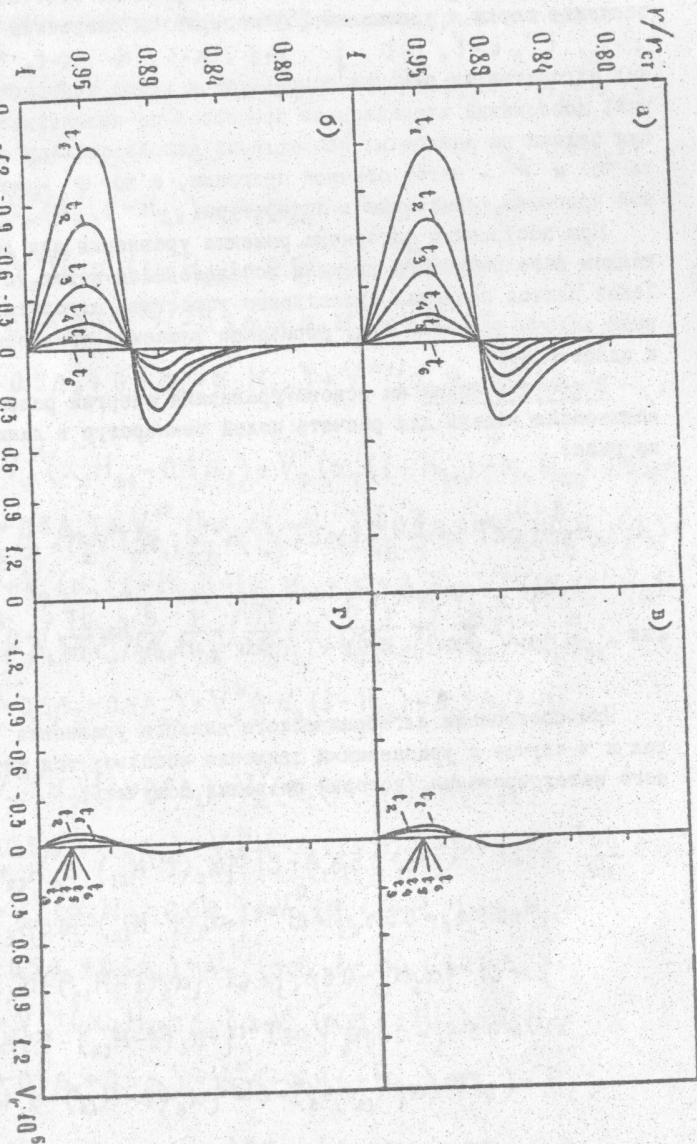


Рис. 2. Распределение по радиусу радиальных скоростей газа в пристенном слое в зависимости от  $\omega$  и  $t$  для  $Re = 300$ ; а)  $\omega = 0,526 \cdot 10^{-1}$  об/с; б)  $\omega = 0,263$  об/с; в)  $\omega = 0,474$  об/с; г)  $\omega = 0,1 \cdot 10^{-2}$  об/с;  $t_1 = 0,28 \cdot 10^{-2}$  с;  $t_2 = 0,608 \cdot 10^{-1}$  с;  $t_3 = 0,336 \cdot 10^{-1}$  с;  $t_4 = 0,364$  с.

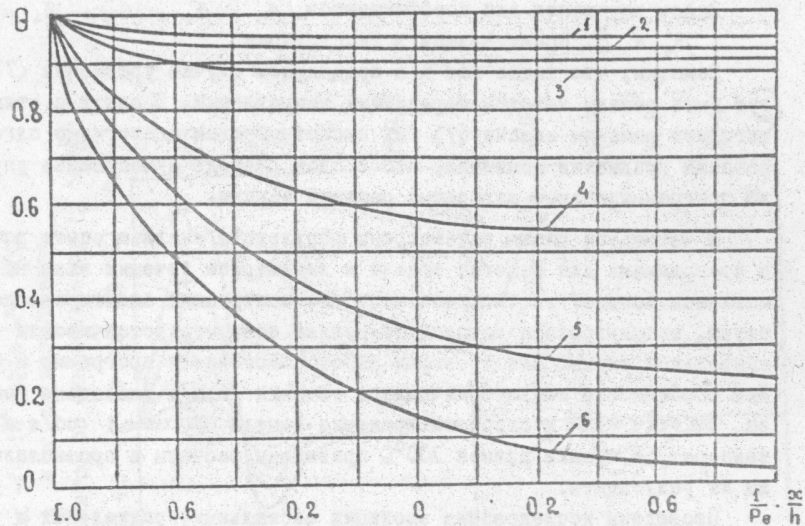


Рис. 3. Распределение средних энтальпий температур в сечении канала вдоль по потоку в зависимости от  $\frac{f}{Pe} \cdot \frac{x}{h}$

$$1-6 \quad t_1 = 0; \quad t_2 = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ с}; \quad t_3 = 0,608 \cdot 10^{-1} \text{ с}; \\ t_4 = 0,364 \text{ с}; \quad t_5 = 10,21 \text{ с}; \quad t_6 = 26,5 \text{ с}.$$

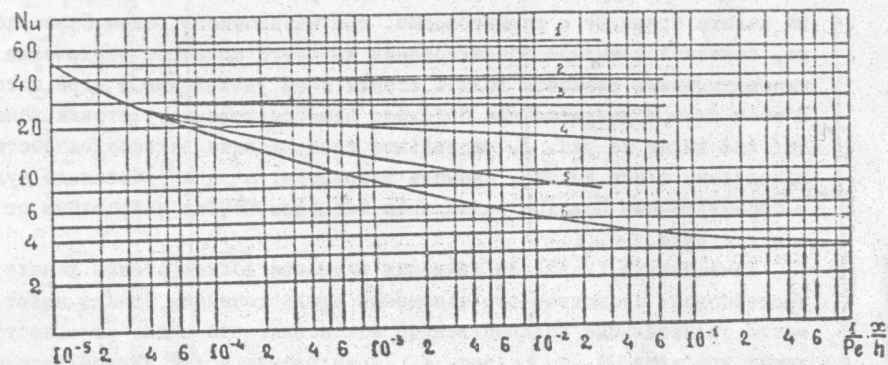


Рис. 4. Динамика локальных значений числа Нуссельта в зависимости от  $\frac{f}{Pe} \cdot \frac{x}{h}$  и  $t$  в сопоставлении с данными

$$1-6 \quad t_1 = 0; \quad t_2 = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ с}; \quad t_3 = 0,608 \cdot 10^{-1} \text{ с}; \\ t_4 = 0,364 \text{ с}; \quad t_5 = 10,21 \text{ с}; \quad t_6 = 26,5 \text{ с}.$$

силы Кориолиса, направленной в ядре - по потоку, а в пристенной зоне - в обратном направлении.

Для инженерных расчетов движение жидкости, наиболее важной, представляется оценка влияния вращения на коэффициент гидравлических потерь. Результаты расчета этой величины показывают, что при ламинарном течении жидкости во вращающемся канале  $C_f$  (практически не зависят) в исследованном диапазоне скоростей вращения канала и чисел Рейнольдса от  $\omega$ , что согласуется с данными других исследователей. Как отмечалось выше, наряду с исследованием гидродинамических характеристик течения в работе проводилось изучение формирования полей температур. Анализ результатов расчетов показывает, что в начальный момент времени основным механизмом переноса тепла от стенки к потоку является теплопроводность через пограничный слой. Эти соображения хорошо иллюстрируются динамикой полей среднеэнтальпийных температур в сечениях каналов. По результатам расчета, приведенным на рис. 3 (кривые 1, 2, 3), в начальный момент времени преобладает теплопроводность, и лишь затем, по мере прогрева ядра  $r/r_c > 0,6$  (кривые 4, 5, 6) - конвективный механизм переноса. Так как основное влияние вращения на конвективный механизм переноса отмечалось вблизи стенки (образование слоя Стюартсона), то при переносе тепла преобладание теплопроводности в пограничном слое приводит к практически полному отсутствию влияния величины  $\omega$  на число Нуссельта. Этот результат согласуется с данными различных экспериментальных и теоретических исследований интенсивности теплообмена ламинарного потока во вращающемся канале. Наряду с изучением динамики полей температур в работе проводилось исследование динамики локальных коэффициентов теплоотдачи вдоль по потоку. Результат этого исследования представлен на рис. 4. Эти данные также подтверждают вывод о преобладании в начальном моменте времени теплопроводности (кривые 1, 2, 3).

#### ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

I. Применение метода локального интегрирования позволяет получить устойчивую вычислительную схему для решения трехмерных нестационарных уравнений движения для неизотермических ламинарных течений газа во вращающемся канале.

2. В пристенной зоне ламинарного потока во вращающемся канале образуется слой Стьюарта-Скотта, для которого характерен радиальный поток массы газа, направленный к оси канала.

3. После давлений во вращающемся ламинарном потоке газа претерпевает изменение лишь в пристенном канале и вблизи оси вращения.

4. Положение вращения на ламинарный поток в диапазоне скоростей вращения канала 0-1 об/с практически не изменяет коэффициент гидравлических потерь.

5. В диапазоне скоростей вращения канала  $\omega = 0+1$  об/с интенсивность теплообмена потока со стенкой канала не зависит от величины  $\omega$ , а определяется числом Пекле.

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО МАТЕРИАЛУ, ИЗЛОЖЕННОМУ В ДИССЕРТАЦИИ

1. Разработка конечно-разностной схемы для уравнений Навье-Стокса в цилиндрической системе координат /Деревянко Г.В., Аль-Гори А.И. -Деп.УКРНИНТИ, № 3233 от 21.12.1987. - 21 с.

2. Математическая модель ламинарного течения жидкости во вращающемся круглом канале /Деревянко Г.В., Аль-Гори А.И. - Деп. УКРНИНТИ, № 2323, от 12.09.88. - 10 с.

#### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\rho$  - плотность потока;  $V$  - скорость потока;  $r, x, \varphi$  - относительные координаты;  $t$  - время;  $\tau$  - касательная напряжения;  $P$  - давление;  $C$  - теплоемкость;  $T$  - температура;  $Q_v$  - внутри источники тепла;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности.

#### ИНДЕКСЫ

$x, r, \varphi$  - цилиндрические координаты.

г.Одесса, роталпринт ОИНТЭ. Подписано к печати 30.II.89.  
Объем 1,0 п.л. Тираж 100. Заказ 1401-89.

xv 978  
Институт холода  
ОНАХТ  
бібліотека