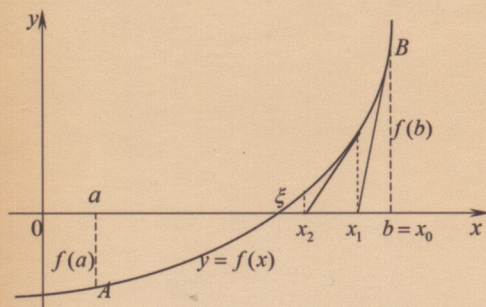


Угольніков О.П., Журавльова І.Б.

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ОБЛАДНАННЯ

$$\left. \begin{array}{l} (A) \quad 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 3 \\ (B) \quad x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 2 \\ (C) \quad 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ (D) \quad 9x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{array} \right\}$$



**Угольніков О.П., Журавльова І.Б.**

# **МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ОБЛАДНАННЯ**

**Навчальний посібник**

**Одеса – 2015**



УДК 519.6 (075.8)

ББК 22.19я73

М 34

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України  
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів  
(гриф надано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України;  
лист № 1/11-2635 від 28.02.12)*

**Рецензенти:**

Кирилов В.Х., доктор техн. наук, професор Одеської національної академії харчових технологій.

Новіков В.В., доктор фіз.-мат. наук, професор Одеського національного політехнічного університету.

Якуб Є.С., доктор фіз.-мат. наук, професор Одеського державного економічного університету.

**Угольніков О.П., Журавльова І.Б.**

**М 34** Математичні методи та моделі енергетичного обладнання: навчальний посібник. / О.П. Угольніков, І.Б. Журавльова – Херсон: Гринь Д.С., 2015. – 218 с.

**ISBN 978-966-930-001-0**

У різних галузях сучасної науки та техніки дуже часто доводиться зустрічатися з такими математичними задачами, для яких неможливо отримати точного розв'язку класичними методами. З цієї причини склалася галузь математики, яка має розробляти методи доведення до числового результату розв'язків основних задач геометрії, алгебри та математичного аналізу, а також шляхи використання для цього сучасних інформаційних технологій. Розгляду деяких основних результатів, які найчастіше використовуються при розв'язанні задач теплофізики та теплоенергетики, і присвячується запропонований навчальний посібник.

**ББК 22.19я73**

**ISBN 978-966-930-001-0**

© Угольніков О.П., Журавльова І.Б., 2015

**ЗМІСТ**

<b>1. ВСТУП</b> .....	6
<b>2. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК</b> .....	7
2.1. Абсолютна і відносна похибки .....	7
2.2. Основні джерела похибок .....	8
2.3. Запис наближених чисел. Округлення чисел .....	9
2.4. Похибки дій .....	11
2.4.1. Похибка алгебраїчної суми .....	11
2.4.2. Похибка добутку (частки) .....	12
2.4.3. Загальна формула для похибки (похибка функції) .....	13
2.5. Завдання до підготовки до модульного контролю .....	15
2.5.1. Питання до самоперевірки .....	15
2.5.2. Зразки модульних завдань .....	15
2.5.3. Завдання для самостійного розв'язання .....	17
<b>3. ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ТА АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ</b> .....	20
3.1. Постановка задачі інтерполяції .....	20
3.2. Інтерполяційна формула Лагранжа .....	20
3.3. Інтерполяційні формули Ньютона .....	23
3.3.1. Попередні відомості .....	23
3.3.2. Перша інтерполяційна формула Ньютона .....	25
3.3.3. Друга інтерполяційна формула Ньютона .....	28
3.4. Обернена інтерполяція. Знаходження коренів .....	29
3.5. Інтерполяція сплайнами .....	32
3.6. Апроксимація методом найменших квадратів .....	36
3.7. Завдання до підготовки до модульного контролю .....	41
3.7.1. Питання до самоперевірки .....	41
3.7.2. Зразки модульних завдань .....	42
3.7.3. Завдання для самостійного розв'язання .....	46

<b>4. ЧИСЕЛЬНЕ ДИФЕРЕНЦІОВАННЯ І ІНТЕГРУВАННЯ</b> .....	56
4.1. Чисельне диференціювання.....	56
4.2. Чисельне інтегрування.....	66
4.3. Завдання до підготовки до модульного контролю.....	78
4.3.1. Питання до самоперевірки.....	78
4.3.2. Зразки модульних завдань.....	80
4.3.3. Завдання для самостійного розв'язання.....	82
<b>5. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ</b> .....	92
5.1. Відокремлення коренів рівняння.....	92
5.2. Метод поділу навпіл.....	95
5.3. Метод лінійної інтерполяції (метод хорд).....	96
5.4. Метод Ньютона (метод дотичних).....	98
5.5. Комбінований метод.....	100
5.6. Метод ітерацій (метод послідовних наближень).....	102
5.7. Завдання до підготовки до модульного контролю.....	108
5.7.1. Питання до самоперевірки.....	108
5.7.2. Зразки модульних завдань.....	109
5.7.3. Завдання для самостійного розв'язання.....	112
<b>6. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ</b> .....	117
6.1. Загальні зауваження.....	117
6.2. Норма матриці. Елементарні перетворення матриць.....	118
6.3. Розв'язання систем лінійних рівнянь методом Гаусса.....	119
6.3.1. Схема єдиного ділення.....	119
6.3.2. Метод головних елементів і метод Гаусса-Жордана.....	123
6.4. Обчислення визначників і оберненої матриці.....	125
6.5. Методи послідовних наближень.....	128
6.5.1. Метод ітерацій.....	128
6.5.2. Метод Зейделя.....	130
6.5.3. Умова збіжності ітерацій.....	132
6.6. Обумовленість системи.....	134
6.7. Власні значення та власні вектори матриць.....	136
6.8. Завдання до підготовки до модульного контролю.....	143

6.8.1. Питання до самоперевірки.....	143
6.8.2. Зразки модульних завдань.....	144
6.8.3. Завдання для самостійного розв'язання.....	146
<b>7. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ</b> .....	156
7.1. Метод Ньютона.....	156
7.2. Метод ітерацій.....	159
7.3. Методи спуску.....	162
7.4. Завдання до підготовки до модульного контролю.....	169
7.4.1. Питання до самоперевірки.....	169
7.4.2. Зразки модульних завдань.....	170
7.4.3. Завдання для самостійного розв'язання.....	173
<b>8. РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ</b> .....	183
8.1. Аналітичні методи розв'язання задачі Коші.....	183
8.2. Чисельні методи розв'язання задачі Коші.....	186
8.3. Метод Адамса.....	192
8.4. Загальна постановка крайової задачі.....	196
8.5. Різницький метод розв'язання крайової задачі.....	197
8.6. Метод прогонки.....	199
8.7. Завдання до підготовки до модульного контролю.....	202
8.7.1. Питання до самоперевірки.....	202
8.7.2. Зразки модульних завдань.....	203
8.7.3. Завдання для самостійного розв'язання.....	205
<b>9. СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ</b> .....	215
9.1. Основна література.....	215
9.2. Додаткова література.....	215
<b>10. ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК</b> .....	216

# 1. ВСТУП

---

---

У різних галузях сучасної науки і техніки доводиться зустрічатися з такими математичними задачами, для яких неможливо одержати точного розв'язку класичними методами, або розв'язок може бути отриманий у такому складному і громіздкому вигляді, що зовсім непридатний для практичного використання. Наприклад, дуже часто доводиться розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь з десятками і сотнями невідомих, шукати корені трансцендентних рівнянь і алгебраїчних рівнянь високих степенів, розв'язувати диференціальні рівняння і їхні системи, що не інтегруються у елементарних функціях і т.д. У зв'язку з цим виникає галузь математики, що покликана розробляти методи доведення до числового результату розв'язань основних задач математичного аналізу, алгебри і геометрії, а також і шляхи використання для цієї мети сучасних обчислювальних засобів. Ця галузь математики одержала назву обчислювальної математики. Одним з розділів обчислювальної математики є методи обчислень. При цьому наголос буде зроблено власне на чисельні методи розв'язання задач, залишаючи осторонь аналітичні методи наближеного розв'язання.