

# International scientific conference «Algebraic and geometric methods of analysis»

Book of abstracts



May 31 - June 5, 2017  
Odessa  
Ukraine

## LIST OF TOPICS

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences
- History and methodology of teaching in mathematics

## ORGANIZERS

- The Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- The Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- The International Geometry Center

## PROGRAM COMMITTEE

|                                                  |                                               |                                           |
|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| <b>Chairman: Prishlyak A.</b><br>(Kyiv, Ukraine) | <b>Maksymenko S.</b><br>(Kyiv, Ukraine)       | <b>Rahula M.</b><br>(Tartu, Estonia)      |
| <b>Balan V.</b><br>(Bucharest, Romania)          | <b>Matsumoto K.</b><br>(Yamagata, Japan)      | <b>Sabitov I.</b><br>(Moscow, Russia)     |
| <b>Banakh T.</b><br>(Lviv, Ukraine)              | <b>Mashkov O.</b><br>(Kyiv, Ukraine)          | <b>Savchenko A.</b><br>(Kherson, Ukraine) |
| <b>Fedchenko Yu.</b><br>(Odesa, Ukraine)         | <b>Mykytyuk I.</b><br>(Lviv, Ukraine)         | <b>Sergeeva A.</b><br>(Odesa, Ukraine)    |
| <b>Fomenko A.</b><br>(Moscow, Russia)            | <b>Milka A.</b><br>(Kharkiv, Ukraine)         | <b>Strikha M.</b><br>(Kyiv, Ukraine)      |
| <b>Fomenko V.</b><br>(Taganrog, Russia)          | <b>Mikesh J.</b><br>(Olomouc, Czech Republic) | <b>Shvets V.</b><br>(Odesa, Ukraine)      |
| <b>Glushkov A.</b><br>(Odesa, Ukraine)           | <b>Mormul P.</b><br>(Warsaw, Poland)          | <b>Shelekhov A.</b><br>(Tver, Russia)     |
| <b>Haddad M.</b><br>(Wadi al-Nasara, Syria)      | <b>Moskaliuk S.</b><br>(Wien, Austria)        | <b>Shurygin V.</b><br>(Kazan, Russia)     |
| <b>Herega A.</b><br>(Odesa, Ukraine)             | <b>Panzhenskiy V.</b><br>(Penza, Russia)      | <b>Vlasenko I.</b><br>(Kyiv, Ukraine)     |
| <b>Khruslov E.</b><br>(Kharkiv, Ukraine)         | <b>Pastur L.</b><br>(Kharkiv, Ukraine)        | <b>Zadorozhnyj V.</b><br>(Odesa, Ukraine) |
| <b>Kirichenko V.</b><br>(Moscow, Russia)         | <b>Plachta L.</b><br>(Krakov, Poland)         | <b>Zarichnyi M.</b><br>(Lviv, Ukraine)    |
| <b>Kirillov V.</b><br>(Odesa, Ukraine)           | <b>Pokas S.</b><br>(Odesa, Ukraine)           | <b>Zelinskiy Y.</b><br>(Kyiv, Ukraine)    |
| <b>Konovenko N.</b><br>(Odesa, Ukraine)          | <b>Polulyakh E.</b><br>(Kyiv, Ukraine)        |                                           |

## ADMINISTRATIVE COMMITTEE

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Volkov V., Director of the Educational Research Institute of Mechanics, Automation and Computer Systems named after P. M. Platonov;
- Bukaros A., Dean of the Faculty of automation, mechatronics and robotics

## ORGANIZING COMMITTEE

Kirillov V.  
Konovenko N.  
Fedchenko Yu.

Hladysh B.  
Nuzhnaya N.  
Osadchuk E.

Maksymenko S.  
Khudenko N.  
Cherevko E.

## К вопросу о конформных отображениях римановых пространств на Риччи симметрические римановы пространства

**В. Е. Березовский**

(Уманьский национальный университет садоводства, ул. Институтская, д. 1, г. Умань, Черкасская обл., 20305, Украина)

*E-mail:* berez.volod@rambler.ru

**Й. Микеш**

(университет им. Палацкого, ул. 17 Листопада, д. 12, г. Оломоуц, 77147, Чешская республика)

*E-mail:* josef.mikes@upol.cz

**И. Гинтерлейтнер**

(Brno University of Technology, Brno, Czech Republic)

*E-mail:* hinterleitner.i@fce.vutbr.cz

Конформные отображения римановых пространств рассматривались во многих работах. Примечательно, что эти отображения имеют приложения в общей теории относительности.

Напомним основные понятия теории конформных отображений, изложенные в [1,2,3].

Рассмотрим отображение  $f$  риманова пространства  $V_n$  с метрическим тензором  $g_{ij}(x)$  на риманово пространство  $\bar{V}_n$  с метрическим тензором  $\bar{g}_{ij}(x)$ .

Отображение  $f: V_n \rightarrow \bar{V}_n$  называют *конформным*, если в общей по отображению системе координат  $x = \{x^1, x^2, \dots, x^n\}$  между метрическими тензорами  $g_{ij}(x)$  и  $\bar{g}_{ij}(x)$  пространств  $V_n$  и  $\bar{V}_n$  имеет место зависимость

$$\bar{g}_{ij}(x) = e^{2\psi(x)} \cdot g_{ij}(x), \quad (1)$$

где  $\psi(x)$  — некоторый инвариант.

Из (1) следует, что при конформных отображениях углы между касательными векторами сохраняются, а длины соответствующих векторов пропорциональны, причем коэффициент пропорциональности зависит только от точки. Этими геометрическими свойствами конформные отображения одного риманова пространства  $V_n$  на другое риманово пространство  $\bar{V}_n$  характеризуются полностью.

Из (1) следует, что между символами Кристоффеля второго рода пространств  $V_n$  и  $\bar{V}_n$  имеется зависимость

$$\bar{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_i(x) \delta_j^h + \psi_j(x) \delta_i^h - \psi^h(x) g_{ij}(x),$$

где  $\psi_i(x) = \partial\psi/\partial x^i$ ,  $\psi^h = g^{h\alpha}\psi_\alpha$ ,  $g^{ij}$  — компоненты обратной матрицы к матрице  $\|g_{ij}\|$ ,  $\delta_i^h$  — символы Кронекера.

Вопрос о том, допускает или не допускает риманово пространство  $V_n$  ( $n > 2$ ) конформное отображение на некоторое пространство Эйнштейна  $\bar{V}_n$  был сведен Г. Бринкманом [4] к проблеме существования решения некоторой нелинейной системы дифференциальных уравнений типа Коши относительно  $(n+1)$  неизвестных функций.

Основные уравнения указанных отображений сведены к линейной системе дифференциальных уравнений в ковариантных производных типа Коши, при помощи которой удалось оценить степень мобильности римановых пространств относительно конформных отображений на пространства Эйнштейна (см. [5,6]).

Напомним, что пространство аффинной связности называют *Риччи симметрическим*, если тензор Риччи в нем абсолютно параллелен.

Рассмотрим конформные отображения римановых пространств  $V_n$  на Риччи-симметрические римановы пространства  $\bar{V}_n$ , которые характеризуются условиями на тензор Риччи

$$\bar{R}_{ij|k} = 0$$

где “ $|$ ” — ковариантное дифференцирование в  $\bar{V}_n$ .

Нами доказана

**Теорема.** Для того, чтобы риманово пространство  $V_n$  допускало конформное отображение на Риччи-симметрическое пространство  $\bar{V}_n$ , необходимо и достаточно, чтобы в нем существовало решение замкнутой смешанной системы уравнений типа Коши в ковариантных производных относительно функций  $\psi_i(x)$ ,  $\mu(x)$  и  $\bar{R}_{ij}(x)$  ( $= \bar{R}_{ji}(x)$ ):

$$\begin{aligned}\psi_{i,j} &= \psi_i \psi_j - \frac{\mu}{n-2} \cdot g_{ij} + \frac{1}{n-2} (\bar{R}_{ij} - R_{ij}), \\ \mu_{,j} &= g^{\alpha\beta} \left( (n-2) R_{\beta j \alpha}^{\gamma} \psi_{\gamma} + (n-1) \psi_{\alpha} \bar{R}_{\beta j} - R_{\alpha j} \psi_{\beta} \right) + \\ &\quad (n-1 + g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}) \psi_j, \\ \bar{R}_{ij,k} &= \psi_i \bar{R}_{jk} + \psi_j \bar{R}_{ik} + 2 \psi_k \bar{R}_{ij} - g^{\alpha\beta} \psi_{\beta} (g_{ik} \bar{R}_{\alpha j} + g_{jk} \bar{R}_{\alpha i}).\end{aligned}$$

Очевидно, общее решение замкнутой смешанной системы уравнений типа Коши в ковариантных производных зависит не более чем от  $1/2(n+2)(n+1)$  существенных параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Л. П. Эйзенхарт, *Риманова геометрия*. Ин. лит., М. (1948).
- [2] Н. С. Синюков, *Геодезические отображения римановых пространств*. Наука, М. (2008), 256с.
- [3] J. Mikeš et al, *Differential geometry of special mappings*. Palacky Univ. Press, Olomouc (2015), 569p.
- [4] H. W. Brinkmann, *Einstein spaces which mapped conformally on each other*. Math. Ann., 1925, № 94, 117–145.
- [5] Й. Микеш, М. Л. Гаврильченко, Е. И. Гладышева, *О конформных отображениях на пространства Эйнштейна*. Вестник Моск. ун-та, 1994, № 3, 13–17.
- [6] Л. Е. Евтушик, И. Гинтерлейтнер, Н. И. Гусева, Й. Микеш, *Конформные отображения на пространства Эйнштейна*. Изв. вузов. Матем., 2016, № 10, 8–13.



|                                                                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Байтураев А. М.</b> Структура множества субмерсий, для которых все поверхности уровня являются линейно связными                                           | 107 |
| <b>Березовский В. Е., Микеш Й., Гинтерлейтнер И.</b> К вопросу о конформных отображениях римановых пространств на Риччи симметрические римановы пространства | 108 |
| <b>Березовский В. Е., Микеш Й., Черевко Е. В.</b> К вопросу о канонических почти геодезических отображениях первого типа                                     | 110 |
| <b>Гергега А. Н., Кривченко Ю. В., Швец Н. В.</b> О мультимасштабных элементах перколяционного кластера                                                      | 112 |
| <b>Дышлис А. А., Покась С. М., Прохода А. С.</b> Хирургия орбифолдов и её применение в кристаллографии                                                       | 113 |
| <b>Жураев Д. А.</b> Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области                                         | 114 |
| <b>Кирилов В. Х., Худенко Н. П., Витюк А. В.</b> Факторный анализ динамики процесса выживания микромицетов в фруктово-ягодных сиропах                        | 116 |
| <b>Кириченко В. Ф., Суровцева Е. В.</b> Риманова геометрия фундаментального распределения                                                                    | 118 |
| <b>Лозиенко Д. В., Курбатова И. Н.</b> Канонические квази-геодезические отображения рекуррентно-параболических пространств                                   | 120 |
| <b>Маматов М. Алимов Х.</b> О задаче преследования, описываемой дифференциальными уравнениями дробного порядка                                               | 122 |
| <b>Маматов М., Эсонов Э.</b> Способы создания проблемных ситуаций в процессе развития творческого мышления студентов                                         | 123 |
| <b>Маматов М. Собиров Х.</b> О задаче преследования по позиции в дифференциальных играх                                                                      | 124 |
| <b>Мозель В. А.</b> Движения в геометрии Лобачевского и алгебры операторов Бергмана со сдвигами                                                              | 125 |
| <b>Нарманов О. А.</b> Алгебра Ли инфинитезимальных образующих группы симметрий уравнения теплопроводности                                                    | 127 |
| <b>Нарманов А. Я., Турсунов Б. А.</b> О геометрии субмерсий над орбитой векторных полей Киллинга                                                             | 129 |
| <b>Нежуренко А. С., Курбатова И. Н.</b> $F$ -планарные отображения многообразий с аффинорной структурой специального типа                                    | 131 |
| <b>Покась С. М., Крутоголова А. В.</b> Инфинитезимальные проективные преобразования 2-ой степени в римановом пространстве второго приближения                | 132 |
| <b>Починка О. В.</b> О существовании энергетической функции у динамических систем                                                                            | 133 |
| <b>Ромакина Л. Н.</b> Элементы объема в гиперболическом пространстве положительной кривизны                                                                  | 135 |
| <b>Романов А. Н.</b> Расстояния внутри цилиндров, конечные и бесконечные                                                                                     | 137 |