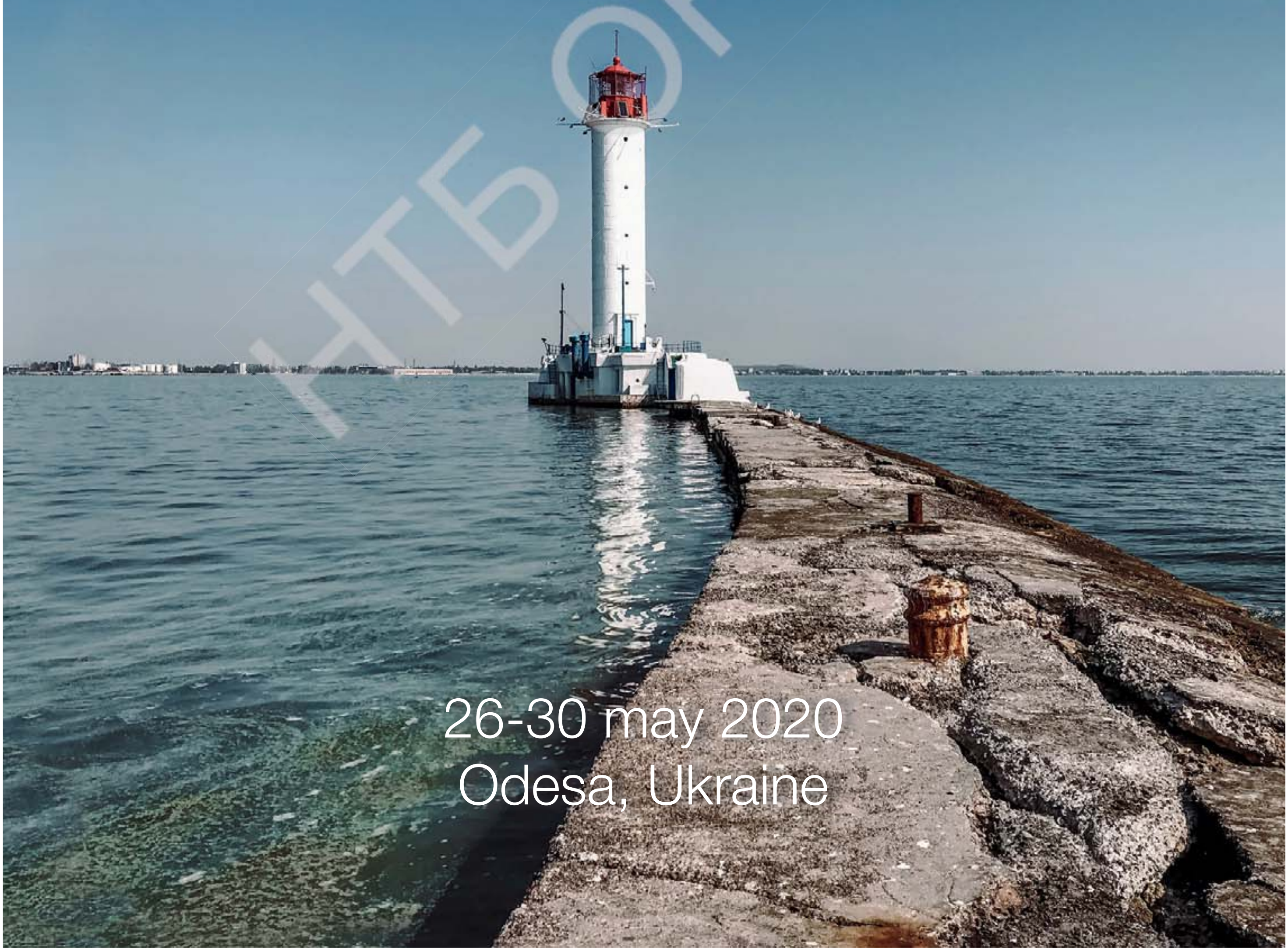
International
Scientific Conference

Algebraic and Geometric Methods of Analysis



26-30 may 2020
Odesa, Ukraine

List of topics

- Algebraic methods in geometry
- Differential geometry in the large
- Geometry and topology of differentiable manifolds
- General and algebraic topology
- Dynamical systems and their applications
- Geometric problems in mathematical analysis
- Geometric and topological methods in natural sciences

Organizers

- Ministry of Education and Science of Ukraine
- Odesa National Academy of Food Technologies
- Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine
- Odessa I. I. Mechnikov National University
- Taras Shevchenko National University of Kyiv
- International Geometry Center
- Kyiv Mathematical Society

Program Committee

Chairman: Prishlyak A.
(*Kyiv, Ukraine*)
Balan V.
(*Bucharest, Romania*)
Banakh T.
(*Lviv, Ukraine*)
Bolotov D.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Borysenko O.
(*Kharkiv, Ukraine*)
Cherevko Ye.
(*Odesa, Ukraine*)
Fedchenko Yu.
(*Odesa, Ukraine*)
Karlova O.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Kiosak V.
(*Odessa, Ukraine*)
Kirillov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Konovenko N.
(*Odesa, Ukraine*)
Lyubashenko V.
(*Kyiv, Ukraine*)
Maksymenko S.
(*Kyiv, Ukraine*)
Matsumoto K.
(*Yamagata, Japan*)
Mormul P.
(*Warsaw, Poland*)
Mykhailyuik V.
(*Chernivtsi, Ukraine*)
Plachta L.
(*Krakov, Poland*)
Pokas S.
(*Odesa, Ukraine*)
Polulyakh E.
(*Kyiv, Ukraine*)
Sabitov I.
(*Moscow, Russia*)
Savchenko A.
(*Kherson, Ukraine*)
Sergeeva A.
(*Odesa, Ukraine*)
Shelekhov A.
(*Tver, Russia*)
Volkov V.
(*Odesa, Ukraine*)
Zarichnyi M.
(*Lviv, Ukraine*)

Administrative committee

- Egorov B., chairman, rector of the ONAFT;
- Povarova N., deputy chairman, Pro-rector for scientific work of the ONAFT;
- Mardar M., Pro-rector for scientific-pedagogical work and international communications of the ONAFT;
- Fedosov S., Director of the International Cooperation Center of the ONAFT;
- Kotlik S., Director of the P.M. Platonov Educational-scientific institute of computer systems and technologies "Industry 4.0";
- Svytyy I., Dean of the Faculty of Computer Systems and Automation.

Organizing commitee

Kirillov V.
Konovenko N.
Fedchenko Yu.
Maksymenko S.
Cherevko Ye.
Osadchuk E.
Prus A.

Графи Кронрода–Ріба функцій Морса на 2-торі та їх автоморфізми

Богдан Фещенко
(Лабораторія топології у складі відділу алгебри і топології, Інститут математики НАН України)
E-mail: fb@imath.kiev.ua

Нехай M – гладка орієнтована компактна поверхня. Група дифеоморфізмів $\mathcal{D}(M)$ діє на просторі гладких функцій $C^\infty(M)$ за таким правилом: $\gamma : C^\infty(M) \times \mathcal{D}(M) \to C^\infty(M)$, $\gamma(f, h) = f \circ h$. Відносно цієї дії визначимо стабілізатор $\mathcal{S}(f)$ та орбіту $\mathcal{O}(f)$ природним чином:

$$\mathcal{S}(f) = \{h \in \mathcal{D}(M) \,|\, f \circ h = f\}, \qquad \mathcal{O}(f) = \{f \circ h \,|\, h \in \mathcal{D}(M)\}.$$

Наділимо простори $\mathcal{D}(M)$ та $C^\infty(M)$ сильними топологіями Уїтні. Ці топології індукують деякі топології на просторах $\mathcal{S}(f)$ та $\mathcal{O}(f)$.

Нехай $\mathcal{D}_{\mathrm{id}}(M)$ – зв'язна компонента тотожнього відображення простору $\mathcal{D}(M)$, $\mathcal{O}_f(f)$ – компонента зв'язності $\mathcal{O}(f)$, що містить f і $\mathcal{S}'(f) = S(f) \cap \mathcal{D}_{\mathrm{id}}(M)$ – група дифеоморфізмів M, що зберігають гладку функцію f.

Гомотопійні властивость компонент зв'язності просторів $\mathcal{S}(f)$ та $\mathcal{O}(f)$ для функцій Морса на компактних поверхнях досліджувались у роботах Е. Кудрявцевої, С. Максименка та його учнів. Зокрема, було встановлено, що $\mathcal{O}_f(f)$ є гомотопійно еквівалентною фактор-простору $(S^1)^m/G(f)$ у випадку коли $M \neq S^2$ і $\mathrm{SO}(3) \times (S^1)^m/G(f)$, якщо $M = S^2$, де $G(f)$ – група автоморфізмів графу Кронрода–Ріба функції Морса на M, що є індукованими дифеоморфізмами з $\mathcal{S}'(f)$, яка вільно діє на $(S^1)^m$, $m \in \mathbb{N}$, див. огляд у [4].

С. Максименко та А. Кравченко вивчали мінімальну множину класів ізоморфізмів груп $G(f)$ для функцій Морса на компактних поверхнях крім 2-тора та підмножини цієї множини для простих та загальних (generic) функцій Морса [1, 2, 3]. Ми дамо опис мінімальної множини класів ізоморфізму груп $G(f)$ для фунцій Морса на 2-торі. Матеріал тез базується на статті [4].

Для формулювання результатів ми нагадаємо означення вінцевого добутку з циклічними групами та розглянемо декілька класів груп, що визначаються за допомогою вінцевих добутків. Нехай G – група і $n, m \geq 1$ – натуральні числа. Розглянемо дві ефективні дії $\alpha : G^n \times \mathbb{Z}_n \to G^n$ і $\beta : G^{nm} \times (\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m) \to G^{nm}$ груп $\mathbb{Z}_n$ та $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_{mn}$ на G^n та G^{nm} відповідно, що задані формулами:

$$\alpha((g_i)_{i=0}^{n-1}, a) = (g_{i+a})_{i=0}^{n-1}, \qquad \beta((g_{i,j})_{i,j=0}^{n-1,m-1}, (b, c)) = (g_{i+b,j+c})_{i,j=0}^{n-1,m-1},$$

де усі індекси взяті за модулями n та n, m. Напівпрямі добутки $G \wr \mathbb{Z}_n := G^n \rtimes_\alpha \mathbb{Z}_n$ і $G \wr (\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m) := G^{nm} \rtimes_\beta (\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m)$, що відповідають цим діям, ми будемо називати вінцевими добутками G з $\mathbb{Z}_n$ та G з $(\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m)$ відповідно.

Для натурального n, нехай $\mathcal{P}_n$ – мінімальна множина класів ізоморфізму груп, що задовольняють таким умовам:

- одинична група $\{1\}$ належить до $\mathcal{P}_n$,
- якщо $A, B \in \mathcal{P}_n$, то $A \times B$ та $A \wr \mathbb{Z}_n$ належать до $\mathcal{P}_n$.

Нехай $\mathcal{P}$ мінімальна множина класів ізоморфізму груп, що містять $\mathcal{P}_n$ як підмножини для усіх $n \in \mathbb{N}$. Нехай також $\mathscr{E}_i$, $i = 0, 1, 2$ – мінімальні множини класів ізоморфізму груп таких, що

- $\mathscr{E}_0$ містить групу $A_0 \wr (\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_{mn})$, $n, m \geq 1$ для будь-якої $A_0 \in \mathcal{P}$,
- $\mathscr{E}_1$ містить групу $A_1 \wr \mathbb{Z}_n$, $n \geq 1$ для будь-якої $A_1 \in \mathcal{P}$,
- $\mathscr{E}_2$ містить групу $A_2 \wr \mathbb{Z}_n$, $n \geq 1$ для будь-якої $A_2 \in \mathcal{P}_2$.

Відомо, що граф Кронрода–Ріба функції Морса на 2-торі є або деревом, або містить цикл. Мінімальну множину класів ізоморфізму груп $G(f)$ для функцій Морса на 2-торі графи яких є деревами позначимо через $\mathscr{G}_0(T^2)$, а в іншому випадку через $\mathscr{G}_1(T^2)$. Позначимо через $\mathscr{G}^{smp}(T^2)$ мінімальну множину класів ізоморфізмів груп $G(f)$ для простих функцій Морса на 2-торі.

Основним результатом є така теорема.

Теорема 1 (Theorem 2.5 [4]). *Мають місце рівності:*

$$\mathscr{G}_0(T^2) = \mathscr{E}_0, \qquad \mathscr{G}_1(T^2) = \mathscr{E}_1, \qquad \mathscr{G}^{gen}(T^2) = \mathscr{E}_2.$$

Література

[1] A. Kravchenko and S. Maksymenko. Automorphisms of Kronrod-Reeb graphs of Morse functions on 2-sphere, *Proceedings of the International Geometry Center*, vol. 11 (2018), no. 4, pp. 72-79, arXiv:1903.09721

[2] A. Kravchenko and S. Maksymenko. Automorphisms of Kronrod-Reeb graphs of Morse functions on compact surfaces, *European Journal of Mathematics*, (2020), 18 pages, arXiv:1808.08746

[3] A. Kravchenko and S. Maksymenko. Automorphisms of cellular divisions of 2-sphere induced by functions with isolated critical points, (2019) 18 pages, arXiv:1911.10808

[4] A. Kravchenko and B. Feshchenko. Automorphisms of Kronrod-Reeb graphs of Morse functions on 2-torus, *Methods of Functional Analysis and Topology* vol. 26 (2020), no. 1, pp. 88–96, arXiv:1912.00624

S. Volkov, V. Ryazanov *Mappings with finite length distortion and prime ends on Riemann surfaces* **74**

R. Skuratovskii, A. Williams *Minimal generating set and structure of a wreath product of groups and the fundamental group of an orbit of Morse function* **76**

A. Savchenko, M. Zarichnyi *Functors and fuzzy metric spaces* **78**

О. Чепок *Асимптотичні зображення $P_\omega(Y_0, Y_1, 0)$-розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку, що містять добуток різного типу нелінійностей у правій частині* **80**

Є. В. Черевко, В. Е. Березовський, Й. Микеш *Голоморфно-проективні перетворення локально конформно-келерових многовидів у симетричній F-зв'язності.* **82**

Б. Фещенко *Графи Кронрода–Ріба функцій Морса на 2-торі та їх автоморфізми* **84**

М. Гречнєва, П. Стєганцева *Приклади поверхонь з плоскою нормальною зв'язністю та сталою кривиною грассманового образу в просторі Мінковського* **86**

О. А. Кадубовський *Про число топологічно нееквівалентних напівмінімальних гладких функцій на двовимірному кренделі* **88**

В. Кіосак, О. Лесечко *Геодезичні відображення просторів з $\varphi(Ric)$-векторними полями* **89**

Н. Г. Коновенко, І. М. Курбатова *Деякі питання теорії $2F$-планарних відображень псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною f-структурою* **91**

І. М. Лисенко, М. В. Працьовитий *Фрактальні властивості неперервних перетворень квадрата, пов'язані з двосимвольними зображеннями дійсних чисел* **93**

Л. Ладиненко *Про геометричну характеристику спеціальних майже геодезичних відображень просторів афінного зв'язку зі скрутом* **94**

М. І. Піструіл, І. М. Курбатова *Про квазі-геодезичні відображення узагальнено-рекурентних просторів* **96**

Т. Ю. Подоусова, Н. В. Вашпанова *Мінімальні поверхні та їх деформації* **98**

О. Поливода *Про нескінченновимірні многовиди, модельовані на деяких k_ω-просторах* **99**

М. М. Романський *Конус, надбудова та джойн в асимптотичних категоріях. Ліпшицева та груба еквівалентності деяких функторіальних конструкцій* **101**

А. С. Сердюк, І. В. Соколенко *Асимптотика найкращих рівномірних наближень класів згорток періодичних функцій високої гладкості* **103**

О. Синюкова *Певні характеристики спеціальної геометрії дотичного розшарування простору афінної зв'язності, породженої інваріантною теорією наближень базового простору* **105**