

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МЕХАНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ**



Коновенко Н.Г., Комкова О.А., Федченко Ю.С.

**КУРС ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
(для бакалаврів)**

Одеса 2023

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МЕХАНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ**



Коновенко Н.Г., Комкова О.А., Федченко Ю.С.

**КУРС ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ
(для бакалаврів)**

Одеса 2023

УДК 517(075)
К 64

Рецензенти:

Стеганцева П.Г. – к.ф.-м.н., професор кафедри загальної математики, доцент кафедри алгебри та геометрії Запорізького національного університету.

Курбатова І.М. – к.ф.-м.н., доцент кафедри диференціальних рівнянь, геометрії та топології Одеського національного університету ім. І.І. Мечникова.

Корнієнко Ю.К. – к.ф.-м.н., доцент кафедри Інформаційних технологій та кібербезпеки Одеського національного технологічного університету.

Соц С.М. – к.т.н., доцент кафедри Технології зернових продуктів, хліба і кондитерських виробів Одеського національного технологічного університету.

Укладачі: Коновенко Н.Г., Комкова О.А., Федченко Ю.С.

Курс вищої математики. (для бакалаврів) Навчальний посібник для студентів технічних і технологічних спеціальностей закладів фахової передвищої освіти. – Вид. 2-ге, перероб. та допов. – Одеса, 2023. – 200 с.

Навчальний посібник призначений для студентів технічних і технологічних спеціальностей закладів фахової передвищої освіти усіх форм навчання. У навчальному посібнику розглянуто такі розділи вищої математики: лінійна та векторна алгебри, функція однієї змінної, теорія границь, функція двох змінних, диференціальне і інтегральне числення, диференціальні рівняння, ряди, наближенні обчислення, комплексні числа. Також наведено значну кількість прикладів, які демонструють практичне застосування теоретичного матеріалу.

Рекомендовано до видання рішенням Вченої Ради Одеського національного технологічного університету (протокол №14 від 20.06.2023 р.)

© Коновенко Н.Г., Комкова О.А., Федченко Ю.С.
© ОНТУ

717486

ОНТУ

БІБЛІОТЕКА

Зміст

1. Вступ.....	7
1.1. Предмет вищої математики	8
2.1. Поняття матриці.....	9
2.2. Дії над матрицями.....	11
2.3. Визначники.....	13
2.4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).....	21
3. Основи векторної алгебри і аналітичної геометрії	29
3.1. Лінійні операції над векторами	29
3.2. Проекція вектора на вісь	32
3.3. Розклад вектора за ортами координатних осей.....	33
3.4. Скалярний добуток двох векторів.....	35
3.5. Векторний добуток двох векторів.....	38
4. Вступ до математичного аналізу.....	42
4.1. Дійсні числа.....	42
4.2. Числові проміжки	43
4.3. Абсолютна величина числа та її властивості	43
4.4. Числові послідовності	44
4.5. Функції однієї змінної	45
4.5.1. Функціональна залежність.....	45
4.5.2. Характеристики поведінки функції.....	46
4.5.3. Обернена функція	47
4.5.4. Складна функція	48
4.5.5. Основні елементарні функції.....	48
4.5.6. Границя функції.....	52
4.5.7. Нескінченно малі функції та їх властивості	54

4.5.8. Нескінченно великі функції їх властивості та зв'язок з нескінченно малими	54
4.5.9. Основні теореми про границі.....	55
4.5.10. Дві важливі границі	57
4.5.11. Неперервність функції в точці.....	59
5. Диференціальне числення функції однієї змінної	61
5.1. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст.....	61
5.2. Основні правила диференціювання функцій	62
5.3. Похідні вищих порядків	65
5.4. Розкриття невизначеностей (правило Лопітала).....	66
5.5. Диференціал функції	67
5.6. Наближені обчислення за допомогою диференціала	69
6. Функції двох змінних	71
6.1. Означення функції двох змінних.....	71
6.2. Границя і неперервність функції двох змінних	73
6.3. Частинні похідні функції двох змінних.....	76
6.4. Повний диференціал функції двох змінних	79
6.5. Похідна функції двох змінних за напрямом.....	80
6.6. Градієнт функції двох змінних	81
6.7. Екстремуми функції двох змінних	83
7. Невизначений інтеграл.....	86
7.1. Первісна і невизначений інтеграл	86
7.2. Основні методи інтегрування	89
7.3. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій	95
7.4. Інтегрування тригонометричних функцій.....	100

7.5. Інтегрування деяких ірраціональних функцій	103
8. Визначений інтеграл	107
8.1. Поняття визначеного інтеграла	107
8.1.1. Геометричний та фізичний зміст визначеного інтеграла.....	108
8.1.2. Основні властивості визначеного інтеграла.....	111
8.2. Обчислення визначеного інтеграла.....	115
8.3. Застосування визначеного інтеграла.....	119
8.3.1. Обчислення площ плоских фігур	119
8.3.2. Обчислення об'єму тіла	122
9. Диференціальні рівняння.....	126
9.1. Основні поняття і визначення.....	126
9.2. Диференціальні рівняння першого порядку.....	129
9.2.1. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними	131
9.2.2. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку	136
9.2.3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.....	138
9.3. Диференціальні рівняння другого порядку	141
9.3.1. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами	142
9.3.2. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку (ЛНДР-II)	144
10. Ряди.....	154
10.1. Числові ряди	154
10.1.1. Основні поняття	154
10.1.2. Необхідна ознака збіжності числового ряду	155

10.1.3. Достатні ознаки збіжності знакододатних числових рядів.....	156
10.1.4. Знакозмінні ряди	162
10.2. Степеневі ряди.....	165
10.2.1. Функціональні ряди	165
10.2.2. Збіжність степеневого ряду	165
10.2.3. Розклад функцій у степеневі ряди.....	169
10.2.4. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.....	172
10.3. Ряди Фур'є	177
10.4. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій.....	180
Додаток 1. Деякі відомості про наближені обчислення	184
Додаток 2. Комплексні числа	193
Література	200



1. Вступ

В Україні харчова промисловість є основною для повноцінного життя людини, тому кваліфікація молодшого спеціаліста повинна бути дуже високою. Для цього студенти вивчають фундаментальні дисципліни, серед яких вища математика займає перше місце. Вивчення математичних дисциплін і їх застосування дозволить майбутньому фахівцеві не тільки одержати необхідні базові навички, але й сформувати своє бачення професійної діяльності. Сучасна математика проникає у всі сфери діяльності людини, об'єктивно відображаючи універсальні закони нашої дійсності.

Посібник відповідає програмі з вищої математики для технічних і технологічних спеціальностей вищих навчальних закладів I та II рівнів акредитації. Метою викладання вищої математики у вищих навчальних закладах I-II рівнів акредитації є забезпечення підготовки з вищої математики, необхідної для подальшого засвоєння спеціалізованих та профільних предметів навчального плану, для успішної майбутньої професійної діяльності та швидкого освоєння нових інноваційних введень у виробництво.

Завданням дисципліни є:

- засвоєння студентами основ математичного матеріалу, отримання навичок та вмінь, які необхідні для подальшого формування фахівця та розвитку логічного мислення;
- формування у студентів математичної бази знань для аналізу, створення моделей та розв'язання задач, що пов'язані з професійною діяльністю;
- навчити самостійно опрацьовувати заданий матеріал, здійснювати пошук необхідної літератури, працювати з різними інформаційними джерелами.

Зміст навчального посібника містить послідовне викладання необхідних тем, які спрямовані на формуванні важливих навичок і вмінь у студентів, що дозволить, у подальшому, ефективно використовувати математичний апарат у повсякденному житті.